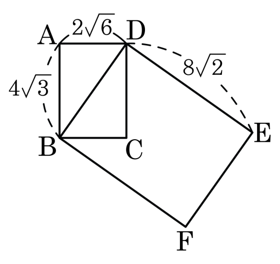
1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선을 한 변으로 하는 직사각형 BDEF 의 넓이는?



① 24　　② 48　　③ 72　　④ 96　　⑤ 124

해설

삼각형 ABD 에서 피타고라스 정리에 따라

$\sqrt{(2\sqrt{6})^2+(4\sqrt{3})^2}=6\sqrt{2}$

따라서 직사각형 BDEF의 넓이는

$6\sqrt{2}\times 8\sqrt{2}=96$ 이다.

2. 넓이가 $9\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 높이는 ?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

(넓이) $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2 = 36$

$\therefore\ a = 6$

(높이) $= \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$

3. 좌표평면 위의 두 점 A$(-3,\ 4)$, B$(6,\ x)$ 사이의 거리가 $\sqrt{82}$ 일 때, x 의 값을 모두 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(-3-6)^2 + (4-x)^2} = \sqrt{82}$
$(4-x)^2 + 81 = 82$
$(4-x)^2 = 1$
따라서 $x = 5$ 또는 3 이다.

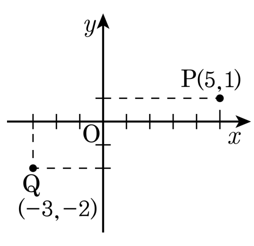
4. 좌표평면 위의 세 점 $A(-1,\ 2)$, $B(5,\ -2)$, $C(1,\ 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형　② 이등변삼각형　③ 예각삼각형
④ 직각삼각형　⑤ 둔각삼각형

해설

$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + (-4)^2} = \sqrt{52}$
$\overline{BC} = \sqrt{(-4)^2 + 7^2} = \sqrt{65}$
$\overline{CA} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 직각삼각형

5. 다음 그림에서 두 점 P(5, 1), Q(−3, − 2) 사이의 거리는?



① $\sqrt{5}$　② 5　③ $\sqrt{73}$　④ $\sqrt{65}$　⑤ 11

해설

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= \sqrt{\{5-(-3)\}^2+\{1-(-2)\}^2} \\ &= \sqrt{8^2+3^2} = \sqrt{73}\end{aligned}$$

6. 다음 □안을 각각 순서대로 바르게 나타낸 것은?

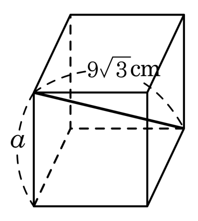
가로, 세로, 높이가 각각 $3, 4, 5$ 인 직육면체의 대각선의 길이는 $\boxed{}$이고, 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이는 $\boxed{}$, 부피는 $\boxed{}$이다.

① $5\sqrt{2},\ \sqrt{6},\ \frac{9\sqrt{2}}{4}$ ② $5\sqrt{10}, 2\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{2}}{4}$
③ $5\sqrt{2}, 2\sqrt{6}, \frac{9\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{3},\ \sqrt{6}, \frac{9\sqrt{2}}{4}$
⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{3},\ \sqrt{6}, \frac{3\sqrt{2}}{4}$

해설

(1) 대각선의 길이를 l 이라하면
$l = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
(2) 한 모서리의 길이가 3인 정사면체의 높이를 h , 부피를 V 라고 하면
$h = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 3 = \sqrt{6}, V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3^3 = \frac{9\sqrt{2}}{4}$

7. 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?

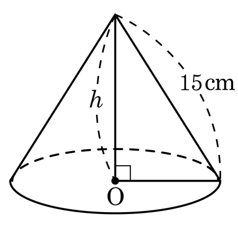


① $6\,\mathrm{cm}$　② $6\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$　③ $9\,\mathrm{cm}$
④ $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　⑤ $18\,\mathrm{cm}$

해설

한 변의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2+a^2+a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$ 이므로
$a\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ 으로 두면 $a = 9\,\mathrm{cm}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 밑면의 넓이가 $100\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이고 모선의 길이가 $15\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 높이는?



① $\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$　　② $5\,\mathrm{cm}$

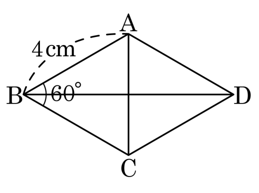
③ $5\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$　　④ $10\,\mathrm{cm}$

⑤ $10\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

해설

밑면의 넓이가 $\pi r^2 = 100\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이므로 밑면의 반지름은 $10\,\mathrm{cm}$
따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{15^2 - 10^2} = 5\sqrt{5}(\mathrm{cm})$ 이다.

9. 다음 그림의 □ABCD 는 한 변의 길이가 4 cm 이고 $\angle B = 60°$ 인 마름모이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 마름모의 대각선일 때, 대각선 BD 의 길이를 구하여라.



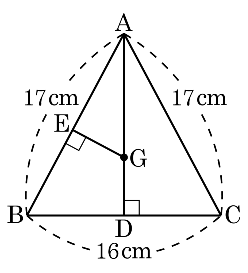
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

해설

사각형 ABCD 가 마름모이므로
$\overline{AB} = \overline{BC} = 4$ cm 이므로 △ABC 는 정삼각형이다. △ABC 의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이고 마름모의 넓이는 $8\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.
따라서 $\overline{AC} \times \overline{BD} = 4 \times \overline{BD} = 16\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$, $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$ cm 이다.

10. 다음 그림과 같은 이등변삼각형의 무게중심을 G라 할 때, 점 G에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{80}{17}$ cm

해설

$\overline{AG} = \left(\sqrt{17^2 - 8^2}\right) \times \frac{2}{3} = 15 \times \frac{2}{3} = 10$

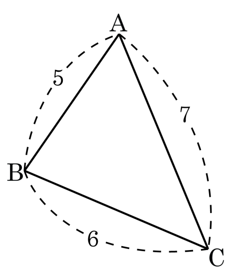
$\triangle ABG = \triangle ACG$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이에서

$16 \times 15 \times \frac{1}{2} = 17 \times \overline{EG} \times \frac{1}{2} \times 2 + 16 \times 5 \times \frac{1}{2}$

$\therefore\ \overline{EG} = \frac{80}{17}(\mathrm{cm})$

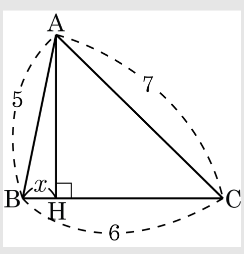
11. $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CA} = 7$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설



$7^2 < 5^2 + 6^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

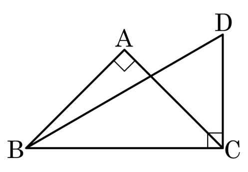
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다.

$5^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2 \therefore\ x = 1$

$\overline{AD} = 2\sqrt{6}$

$\therefore$ (넓이) $= \dfrac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$

12. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle BDC = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

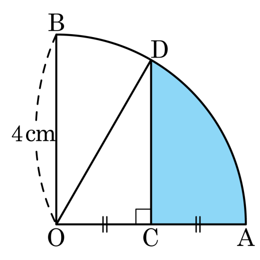


① $\sqrt{6}$ ② 3 ③ $2\sqrt{3}$
④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

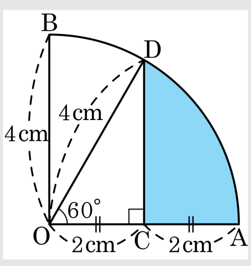
$\angle CBD = 30^\circ$ 이므로
$\sqrt{3} : 2 = \overline{BC} : 4\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 6$
$\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$ 이므로 $1 : \sqrt{2} = \overline{AB} : 6$
$\therefore\ \overline{AB} = 3\sqrt{2}$

13. 다음 그림과 같이 반지름이 4 cm 인 사분원이 있다. $\overline{OC} = \overline{CA}$, $\overline{DC} \perp \overline{OA}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $8\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$
② $\left(\frac{16}{3}\pi - \sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$
③ $\left(\frac{8}{3}\pi - \sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$
④ $\left(\frac{16}{3}\pi - 2\sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$
⑤ $\left(\frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$

해설



$\angle DOC = 60°$
$\overline{OB} = \overline{OD} = \overline{OA} = 4 \text{ cm}$, $\overline{OC} = \overline{CA} = 2 \text{ cm}$
$\overline{DC} = \sqrt{\overline{OD}^2 - \overline{OC}^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
= 부채꼴 AOD 의 넓이−△ODC 의 넓이
$= \pi \times 4^2 \times \frac{60°}{360°} - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2$
$= \frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

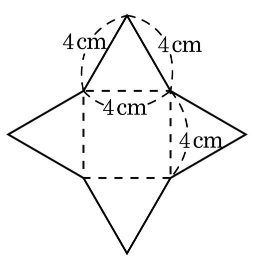
14. 대각선의 길이가 24cm 인 정육면체의 한 변의 길이로 만든 정삼각형의 높이는?

① 12cm ② 16cm ③ 20cm ④ 24cm ⑤ 28cm

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면,
$x\sqrt{3} = 24$, $x = 8\sqrt{3}$cm
따라서, 정삼각형의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12(\mathrm{cm})$ 이다.

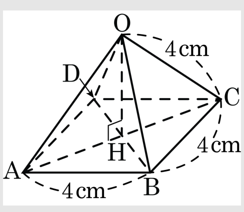
15. 다음 그림과 같은 전개도로 사각뿔을 만들 때, 사각뿔의 높이를 구하여라.)



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설



$\overline{AC} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ $\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{2}\text{cm}$

$\triangle OAH$ 에서

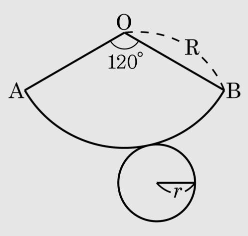
$\overline{AH} = 2\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{AO} = 4\text{cm}$ 이므로

$\overline{OH} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

16. 호 AB 의 길이는 4π 이고 중심각의 크기가 $120°$ 인 원뿔의 전개도가 있다. 이 원뿔의 부피를 구하면?

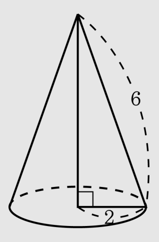
① $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi\text{cm}^3$　② $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$　③ $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi\text{cm}^3$
④ $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\pi\text{cm}^3$　⑤ $16\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$

해설



호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2(\text{m})$ 이다.

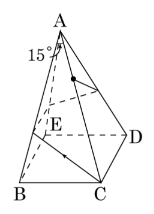
부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi\text{R} \times \dfrac{120°}{360°} = 2\pi\text{R} \times \dfrac{1}{3} = 4\pi$ 이므로 부채꼴의 반지름의 길이 $\text{R} = 6(\text{cm})$ 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{36-4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

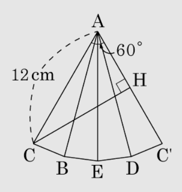
원뿔의 부피 $V = \dfrac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{2} = \dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\angle BAC = 15°$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C 에서 옆면을 지나 $\overline{AC}$ 에 이르는 최단거리를 구하면?



① $3\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $5\sqrt{3}\text{cm}$
④ $6\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $7\sqrt{3}\text{cm}$

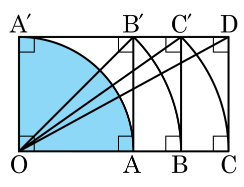
해설



옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C 에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이가 최단거리가 된다.
$\overline{AC} : \overline{CH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$\therefore \overline{CH} = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

18. 다음 그림과 같이 □OAB′A′ 은 정사각형이고 두 점 B , C 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{\mathrm{OB'}}$, $\overline{\mathrm{OC'}}$ 을 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. $\overline{\mathrm{OC}} = 2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 일 때, 사분원 OAA′ 의 넓이는?

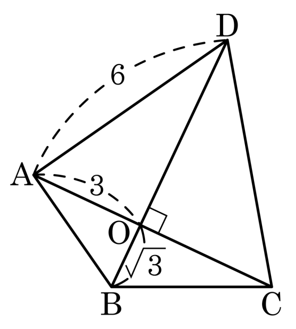


① $\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $2\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $3\pi\,\mathrm{cm}^2$　④ $4\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{OA}} = x$라고 하면
$\overline{\mathrm{OC}} = \sqrt{x^2+x^2+x^2} = x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
$\therefore x = 2$
따라서 사분원 OAA′ 의 넓이는
$\frac{1}{4} \times 2^2 \times \pi = \pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AD} = 6, \overline{AO} = 3, \overline{BO} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



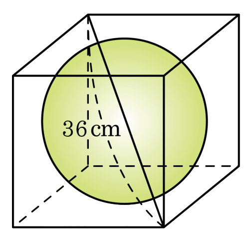
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\triangle ABO$ 에서
$\overline{AB}^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$ 이므로
$12 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + 6^2$
$\overline{CD}^2 - \overline{BC}^2 = 36 - 12 = 24$

20. 대각선 길이가 36 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿ cm^3

▷ 정답 : $864\sqrt{3}\pi$ cm^3

해설

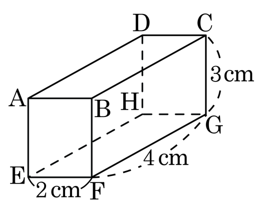
정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a = 36 \quad \therefore\ a = 12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

(구의 반지름의 길이) $= 6\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

(구의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(6\sqrt{3}\right)^3 = 864\sqrt{3}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

21. 다음 그림은 세 모서리의 길이가 각각 2 cm, 4 cm, 3 cm 인 직육면체이다. 꼭짓점 A 에서 G 까지 면을 따라 움직일 때, 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

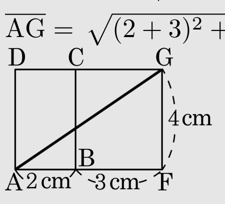
▷ 정답 : $\sqrt{41}$ cm

해설

(i) $\overline{BC}$를 지날 때, $\triangle AGF$는 직각삼각형이므로

$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2$

$\overline{AG} = \sqrt{(2+3)^2+4^2} = \sqrt{41}$ (cm)

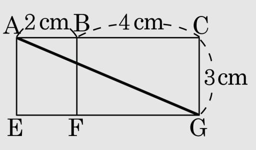


(ii) $\overline{BF}$를 지날 때, $\triangle ACG$는 직각삼각형이므로

$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2$

$\overline{AG} = \sqrt{(2+4)^2+3^2}$

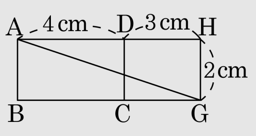
$= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ (cm)



(iii) $\overline{CD}$를 지날 때, $\triangle AHG$는 직각삼각형이므로

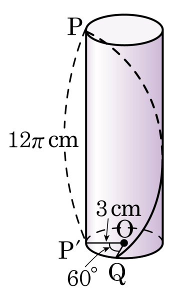
$\overline{AG}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HG}^2$

$\overline{AG} = \sqrt{(3+4)^2+2^2} = \sqrt{53}$ (cm)



(i), (ii), (iii) 에 의하여 최단거리는 $\sqrt{41}$ (cm) 이다.

22. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름 $\overline{OP'}$ 의 길이가 3 cm 이고, 높이 PP′ 의 길이가 12π cm 인 원기둥이 있다. 밑면의 둘레 위에 $\angle P'OQ = 60°$가 되게 점 Q 를 잡고, 점 P 에서 점 Q 까지 먼 쪽으로 실을 감았을 때, 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13π cm

해설

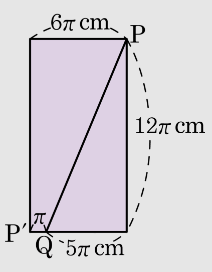
$\overline{P'Q} = \frac{60°}{360°} \times 6\pi$

$= \pi$ (cm)

$\overline{QP} = \sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2}$

$= 13\pi$ (cm)

$\therefore$ 13π cm



23. 좌표평면 위의 점 $\mathrm{A}(3,\ 1)$, $\mathrm{P}(0,\ p)$, $\mathrm{Q}(p-1,\ 0)$, $\mathrm{B}(-2,\ 6)$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$ 의 값이 최소가 될 때, 직선 AP 와 QB 의 기울기의 합을 구하여라.

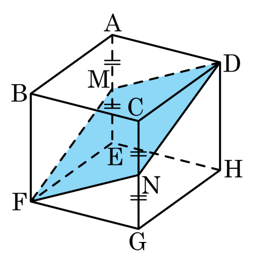
▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{8}{5}$

해설

점 B 를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점 $\mathrm{B}'(-2,\ 5)$
점 A 와 B′ 을 이은 선분이 y 축과 만나는 점을 P 로 잡으면
$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$ 가 최소가 된다.
이때, 직선 AP 와 QB 의 기울기는 직선 AB′ 의 기울기와 같고,
$\overline{\mathrm{AB}'}$ 의 방정식은 $y-1=\dfrac{1-5}{3+2}(x-3)$ 이므로 $-\dfrac{4}{5}-\dfrac{4}{5}=-\dfrac{8}{5}$
이다.

24. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정육면체가 있다. $\overline{AE}$ 의 중점을 M, $\overline{CG}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □MFND 의 넓이를 구하여라.



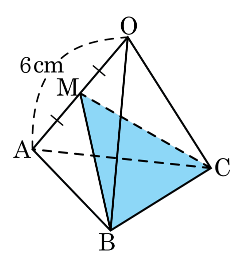
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $72\sqrt{6}$ cm^2

해설

$\triangle FGN$ 에서 $\overline{FN} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$ (cm)
따라서 □MFND 는
$\overline{MF} = \overline{FN} = \overline{ND} = \overline{DM} = 6\sqrt{5}$ (cm)
인 마름모이고 두 대각선의 길이는 각각
$\overline{DF} = \sqrt{12^2 + 12^2 + 12^2} = 12\sqrt{3}$ (cm)
$\overline{MN} = \overline{AC} = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}$ (cm) 이므로
□MFND $= \dfrac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{2} = 72\sqrt{6}$ (cm^2)

25. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정사면체에서 $\overline{OA}$ 의 중점을 M 이라 할 때, △MBC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $9\sqrt{2}$ cm^2

해설

△MBC 는 $\overline{BM} = \overline{CM} = 3\sqrt{3}$ (cm) 인 이등변삼각형

(높이) $= \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore$ (△MBC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2}$
$= 9\sqrt{2}$ (cm^2)