

1. 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고 y 축과의 교점의 좌표가 $(0, 5)$ 인 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 + 2x - 7$

② $y = -x^2 - 2x + 7$

③ $y = -x^2 + 2x - 5$

④ $y = -x^2 - 2x + 5$

⑤ $y = x^2 - 2x + 5$

해설

$y = a(x + 1)^2 + 6$ 에 $(0, 5)$ 를 대입하면

$$5 = a + 6$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6 = -x^2 - 2x + 5$$

2. 꼭짓점의 좌표가 점 $(-1, 2)$ 이고, y 절편이 4 인 이차함수의 그래프의 식을 구하면?

① $y = -(x + 1)^2 + 2$

② $y = 2(x + 1)^2 + 2$

③ $y = -2(x - 1)^2 + 2$

④ $y = 2(x - 1)^2 + 2$

⑤ $y = -2(x + 1)^2 + 2$

해설

꼭짓점이 $(-1, 2)$ 이므로 $y = a(x + 1)^2 + 2$
(0, 4) 를 대입하면 $4 = a + 2$, $a = 2$
따라서 그래프의 식은 $y = 2(x + 1)^2 + 2$ 이다.

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 2) 이고 y 절편이 3 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 0

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

꼭짓점이 (1, 2) 이므로 주어진 식은

$$y = a(x - 1)^2 + 2$$

y 절편이 3 이므로 (0, 3) 을 대입하면

$$3 = a + 2$$

$$\therefore a = 1$$

따라서 구하는 식은 $y = (x - 1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$

$$\therefore b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

4. 직선 $x = 1$ 을 축으로 하고 두 점 $(0, -1)$, $(3, 5)$ 를 지나는 포물선이 나타내는 이차함수를 구하면?

① $y = 2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2x^2 + 4x + 3$

③ $y = 2x^2 + 4x - 5$

④ $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 1$

⑤ $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 3$

해설

$y = a(x - 1)^2 + p$ 에 $(0, -1)$ 과 $(3, 5)$ 를 대입하여 a 와 p 를 구하면, $-1 = a + p, 5 = 4a + p, a = 2, p = -3$ 이 된다.
따라서 $y = 2x^2 - 4x - 1$ 이다.

5. $y = 3x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 3x^2 - 2$

② $y = 3x^2 - 3x - 6$

③ $y = 3x^2 + 6x - 8$

④ $y = 3x^2 - 6x - 8$

⑤ $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$$y = 3(x + 1)(x - 2) = 3x^2 - 3x - 6$$

6. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다고 한다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8 ② -5 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$y = \frac{3}{2}(x^2 + 4x) - 3 = \frac{3}{2}(x + 2)^2 - 9 \text{ 에서}$$

$$a = -2, b = -9$$

그러므로 $a - b = 7$ 이다.

7. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3 \quad \left(m = \frac{5}{2}\right)$

② $y = -x^2 - 2x \quad (M = 1)$

③ $y = 2(x + 1)^2 - 5 \quad (m = -5)$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad (m = -3)$

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 2)$

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 0)$

8. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 5)$, x^2 의 계수가 -2 이므로

$$y = -2(x - 1)^2 + 5$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$$

$$= -2x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 2), (1, b + 5), (-1, 4a - 1)$ 을 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$a = 3, b = -6, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3 - 6 + 2 = -1$

10. x 축과의 교점의 x 좌표가 각각 $-2, 3$ 이고, 한 점 $(0, 6)$ 을 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$(-2, 0), (3, 0)$ 을 지나므로

$y = a(x + 2)(x - 3)$ 이라 하고 $(0, 6)$ 을 대입하면

$6 = -6a, a = -1$

$y = -(x + 2)(x - 3) = -x^2 + x + 6$

$a = -1, b = 1, c = 6$

$\therefore a + b + c = 6$

11. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 2 일 때, k 의 값을 구하면?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = -2(x^2 - 2x) + k = -2(x - 1)^2 + (k + 2) \text{ 에서}$$

$$\text{최댓값 } k + 2 = 2$$

$$\therefore k = 0$$

12. $y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a$ 는 최솟값이 3인 이차함수식이다. y 절편을 b 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 값을 구하면?

① 1 ② 5 ③ 9 ④ 13 ⑤ 17

해설

$$y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a = (x + 2a)^2 + a$$

최솟값이 3이므로 $a = 3$ 이다.

이차함수 $y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a$ 의 y 절편 $4a^2 + a = b$ 이므로

$$36 + 3 = b \text{에서 } b = 39$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{39}{3} = 13$$

13. 이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖는다.
 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -1

해설

이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값이 -2

이므로

$$y = (x - 4)^2 - 2 = x^2 - 8x + 14 = x^2 + bx - a + 16$$

$$\therefore a = 2$$

14. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + k + 2$ 의 최댓값이 0 일 때, k 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 7

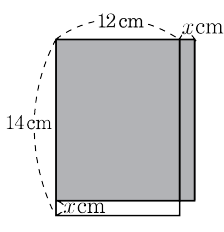
해설

$$y = -3x^2 + 6x + k + 2 = -3(x-1)^2 + k + 5$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값이 $k + 5$ 이므로

$$k + 5 = 0 \quad \therefore k = -5$$

15. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned} y &= (12 + x)(14 - x) \\ &= -x^2 + 2x + 168 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\ &= -(x - 1)^2 + 169 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

16. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때,
부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

17. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

따라서 $a + b = 30$ 이다.

18. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 4a$ 의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점 $(-a, 2a - 7)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 4a \\ &= -3(x-1)^2 + 3 + 4a \end{aligned}$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$ 의 그래프가 점 $(-a, 2a-7)$ 을 지나므로
 $2a-7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$ 을 정리하면 $3a^2 + 4a - 7 = 0$,
 $(3a+7)(a-1) = 0$

$$\therefore a = -\frac{7}{3} \text{ or } 1$$

그런데 최댓값 $3 + 4a$ 의 값이 음수이므로 $a = -\frac{7}{3}$ 이다.

19. $x = 1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$$

$$a - 1 = 3, a = 4$$

$$y = 4(x - 1)^2 - 1$$

$$\therefore apq = 4 \times 1 \times (-1) = -4$$

20. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

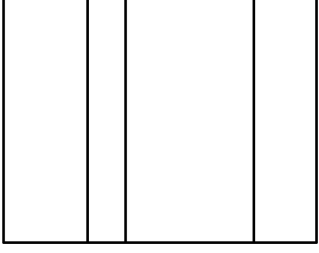
$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

21. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대로 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m ② 70m ③ 80m ④ 90m ⑤ 100m

해설

세로의 길이를 x 라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는 $5x$,

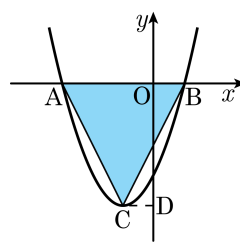
가로의 길이는 $\frac{1}{2}(700 - 5x)$ 이다. 전체 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.

22. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A,B , 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10



해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

꼭짓점 C(-1, -4)

$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이므로

A(-3, 0) , B(1, 0)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

23. $2x+y=a+2$, $x+2y=8(a+2)$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 x^2+y^2 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$2x+y=a+2 \cdots \textcircled{1}$$

$$x+2y=8(a+2) \cdots \textcircled{2}$$

$2 \times \textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면

$$3x = -6a - 12, \quad x = -2a - 4$$

$x = -2a - 4$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$y = 5a + 10$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (-2a - 4)^2 + (5a + 10)^2 \\ &= 4a^2 + 16a + 16 + 25a^2 + 100a + 100 \\ &= 29a^2 + 116a + 116 \\ &= 29(a+2)^2 \end{aligned}$$

$\therefore$ 최솟값 0

24. $0 \leq \frac{p}{2} \leq 1$, $2p - q \leq 3$ 를 만족하는 실수 p, q 에 대하여 이차함수 $y = -x^2 + px + q$ ($0 \leq x \leq 1$) 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$y = -x^2 + px + q = -\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + q + \frac{p^2}{4}$$

이때, $0 \leq \frac{p}{2} \leq 1$ 이고 $0 \leq x \leq 1$ 이므로

최댓값 M 은 $x = \frac{p}{2}$ 일 때이다.

$$\therefore M = q + \frac{p^2}{4}$$

또한 $2p - q \leq 3$ 에서 $q \geq 2p - 3$

$$\therefore M \geq \frac{p^2}{4} + 2p - 3 = \frac{1}{4}(p + 4)^2 - 7$$

따라서 M 의 최솟값은 -7 이다.

25. 지면으로부터 20 m 높이의 옥상에서 초속 20 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, 관계식 $h = 20t - t^2 + 20$ 이 성립한다. 높이가 가장 높을 때는 던진 후 몇 초 후인가?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}h &= 20t - t^2 + 20 \\&= -(t^2 - 20t) + 20 \\&= -(t - 10)^2 + 120\end{aligned}$$

따라서 $t = 10$ 일 때 최댓값 120 를 가진다.