

1. 꼭짓점의 좌표가  $(-1, 6)$  이고  $y$  축과의 교점의 좌표가  $(0, 5)$  인 이차함수의 식을 구하면?

①  $y = -x^2 + 2x - 7$

②  $y = -x^2 - 2x + 7$

③  $y = -x^2 + 2x - 5$

④  $y = -x^2 - 2x + 5$

⑤  $y = x^2 - 2x + 5$

해설

$y = a(x + 1)^2 + 6$  에  $(0, 5)$  를 대입하면

$$5 = a + 6$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6 = -x^2 - 2x + 5$$

2. 꼭짓점의 좌표가 점  $(-1, 2)$  이고,  $y$  절편이 4 인 이차함수의 그래프의 식을 구하면?

①  $y = -(x + 1)^2 + 2$

②  $y = 2(x + 1)^2 + 2$

③  $y = -2(x - 1)^2 + 2$

④  $y = 2(x - 1)^2 + 2$

⑤  $y = -2(x + 1)^2 + 2$

해설

꼭짓점이  $(-1, 2)$  이므로  $y = a(x + 1)^2 + 2$

$(0, 4)$  를 대입하면  $4 = a + 2$ ,  $a = 2$

따라서 그래프의 식은  $y = 2(x + 1)^2 + 2$ 이다.

3. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 꼭짓점의 좌표가 (1, 2) 이고  $y$  절편이 3 일 때,  $a + b + c$  의 값을 구하면? (단,  $a, b, c$  는 상수이다.)

① 0

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 5

### 해설

꼭짓점이 (1, 2) 이므로 주어진 식은

$$y = a(x - 1)^2 + 2$$

$y$  절편이 3 이므로 (0, 3) 을 대입하면

$$3 = a + 2$$

$$\therefore a = 1$$

따라서 구하는 식은  $y = (x - 1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$

$$\therefore b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

4. 직선  $x = 1$  을 축으로 하고 두 점  $(0, -1)$ ,  $(3, 5)$  를 지나는 포물선이 나타내는 이차함수를 구하면?

①  $y = 2x^2 - 4x - 1$

②  $y = -2x^2 + 4x + 3$

③  $y = 2x^2 + 4x - 5$

④  $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 1$

⑤  $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 3$

해설

$y = a(x - 1)^2 + p$  에  $(0, -1)$  과  $(3, 5)$  를 대입하여  $a$  와  $p$  를 구하면,  $-1 = a + p$ ,  $5 = 4a + p$ ,  $a = 2$ ,  $p = -3$  이 된다.  
따라서  $y = 2x^2 - 4x - 1$  이다.

5.  $y = 3x^2$  의 그래프와 모양이 같고 두 점  $(-1, 0)$ ,  $(2, 0)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = 3x^2 - 2$

②  $y = 3x^2 - 3x - 6$

③  $y = 3x^2 + 6x - 8$

④  $y = 3x^2 - 6x - 8$

⑤  $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$$y = 3(x+1)(x-2) = 3x^2 - 3x - 6$$

6. 이차함수  $y = \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$  은  $x = a$  일 때, 최솟값  $b$  를 갖는다고 한다.  $a - b$  의 값을 구하면?

① -8

② -5

③ 3

④ 7

⑤ 11

해설

$$y = \frac{3}{2}(x^2 + 4x) - 3 = \frac{3}{2}(x + 2)^2 - 9 \text{ 에서}$$

$$a = -2, b = -9$$

그러므로  $a - b = 7$  이다.

7. 다음 중 이차함수의 최댓값  $M$  또는 최솟값  $m$  이 잘못된 것은?

①  $y = 2x^2 - 2x + 3 \quad \left(m = \frac{5}{2}\right)$

②  $y = -x^2 - 2x \quad (M = 1)$

③  $y = 2(x + 1)^2 - 5 \quad (m = -5)$

④  $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad (m = -3)$

⑤  $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 2)$

해설

⑤  $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 0)$

8. 그래프의 모양이  $y = -2x^2$  과 같고  $x = 1$  일 때 최댓값 5 를 갖는다.  
이때, 이 함수의 식은?

①  $y = -2x^2 - 4x + 4$

②  $y = -2x^2 - 4x + 5$

③  $y = -2x^2 + 4x - 3$

④  $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤  $y = -2x^2 - x + 5$

### 해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5),  $x^2$  의 계수가 -2 이므로

$$\begin{aligned} y &= -2(x-1)^2 + 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1) + 5 \\ &= -2x^2 + 4x + 3 \\ \therefore y &= -2x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$



9. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 세 점  $(0, 2), (1, b+5), (-1, 4a-1)$  을 지날 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$  에 세 점을 대입하면

$$a = 3, b = -6, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 6 + 2 = -1$$

10.  $x$  축과의 교점의  $x$  좌표가 각각  $-2, 3$  이고, 한 점  $(0, 6)$  을 지나는 포물선의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라 할 때,  $a + b + c$  의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$(-2, 0), (3, 0)$  을 지나므로

$y = a(x + 2)(x - 3)$  이라 하고  $(0, 6)$  을 대입하면

$$6 = -6a, a = -1$$

$$y = -(x + 2)(x - 3) = -x^2 + x + 6$$

$$a = -1, b = 1, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 6$$

11. 이차함수  $y = -2x^2 + 4x + k$  의 최댓값이 2 일 때,  $k$  의 값을 구하면?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = -2(x^2 - 2x) + k = -2(x - 1)^2 + (k + 2) \text{ 에서}$$

$$\text{최댓값 } k + 2 = 2$$

$$\therefore k = 0$$

12.  $y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a$ 는 최솟값이 3인 이차함수식이다.  $y$  절편을  $b$ 라고 할 때,  $\frac{b}{a}$  값을 구하면?

① 1

② 5

③ 9

④ 13

⑤ 17

해설

$$y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a = (x + 2a)^2 + a$$

최솟값이 3 이므로  $a = 3$  이다.

이차함수  $y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a$  의  $y$  절편  $4a^2 + a = b$  이므로  
 $36 + 3 = b$  에서  $b = 39$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{39}{3} = 13$$

13. 이차함수  $y = x^2 + bx - a + 16$  이  $x = 4$  일 때, 최솟값  $-2$  를 갖는다.  
 $a$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 0

④  $-2$

⑤  $-1$

해설

이차함수  $y = x^2 + bx - a + 16$  이  $x = 4$  일 때, 최솟값이  $-2$   
이므로

$$y = (x - 4)^2 - 2 = x^2 - 8x + 14 = x^2 + bx - a + 16$$

$$\therefore a = 2$$

14. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x + k + 2$  의 최댓값이 0 일 때,  $k$  의 값은?

① -5

② -3

③ 0

④  $\frac{1}{2}$

⑤ 7

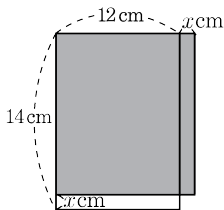
해설

$$y = -3x^2 + 6x + k + 2 = -3(x - 1)^2 + k + 5$$

$x = 1$  일 때, 최댓값이  $k + 5$  이므로

$$k + 5 = 0 \quad \therefore k = -5$$

15. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는  $x$ cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는  $x$ cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를  $y\text{cm}^2$  라고 하면  $y$  가 최대가 되게 하는  $x$  의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned}
 y &= (12 + x)(14 - x) \\
 &= -x^2 + 2x + 168 \\
 &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\
 &= -(x - 1)^2 + 169
 \end{aligned}$$

$x = 1$  일 때,  $y$  의 최댓값 169 을 갖는다.

16. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를  $y$  라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18

② 20

③ 30

④ 32

⑤ 36

### 해설

반지름의 길이를  $x$  라 하면 호의 길이는  $24 - 2x$  이다.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\&= x(12 - x) \\&= -x^2 + 12x \\&= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\&= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이  $(6, 36)$  이므로 반지름의 길이  $x = 6$  일 때, 부채꼴의 넓이  $y$  가 최댓값 36 을 가진다.



17. 둘레의 길이가 20cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을  $a$  , 이때 부채꼴의 넓이를  $b$  라 할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를  $S$  라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

따라서  $a + b = 30$  이다.

18. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x + 4a$  의 최댓값은 음수이고, 그 그래프가 점  $(-a, 2a - 7)$  을 지날 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{7}{3}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 4a \\&= -3(x-1)^2 + 3 + 4a\end{aligned}$$

$y = -3(x-1)^2 + 3 + 4a$  의 그래프가 점  $(-a, 2a-7)$  을 지나므로  
 $2a-7 = -3(-a-1)^2 + 3 + 4a$  을 정리하면  $3a^2 + 4a - 7 = 0$  ,  
 $(3a+7)(a-1) = 0$

$$\therefore a = -\frac{7}{3} \text{ or } 1$$

그런데 최댓값  $3 + 4a$  의 값이 음수이므로  $a = -\frac{7}{3}$  이다.

19.  $x = 1$  일 때 최솟값  $-1$  을 갖고,  $y$  절편이  $3$  인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을  $y = a(x - p)^2 + q$  라 할 때, 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$$

$$a - 1 = 3, a = 4$$

$$y = 4(x - 1)^2 - 1$$

$$\therefore apq = 4 \times 1 \times (-1) = -4$$

20.  $x + y = 10$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

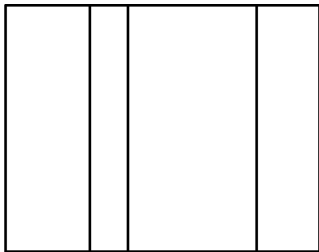
해설

$$y = 10 - x$$

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= x^2 + (10 - x)^2 \\&= x^2 + x^2 - 20x + 100 \\&= 2x^2 - 20x + 100 \\&= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100 \\&= 2(x - 5)^2 + 50\end{aligned}$$

따라서  $x = 5$  일 때 최솟값은 50 이다.

21. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대를 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



① 60m

② 70m

③ 80m

④ 90m

⑤ 100m

### 해설

세로의 길이를  $x$  라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는  $5x$ ,

가로의 길이는  $\frac{1}{2}(700 - 5x)$  이다. 전체 넓이를  $S$  라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.

22. 다음 그림과 같이  $y = x^2 + 2x - 3$  의 그래프가  $x$ 축과 만나는 두 점을 A, B, 꼭짓점을 C 라 할 때,  $\triangle ABC$  의 넓이는?

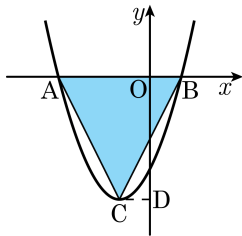
① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10



해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

꼭짓점  $C(-1, -4)$

$y = 0$  일 때  $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$  이므로

$A(-3, 0)$ ,  $B(1, 0)$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

23.  $2x + y = a + 2$ ,  $x + 2y = 8(a + 2)$  를 만족하는  $x, y$  에 대하여  $x^2 + y^2$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$2x + y = a + 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$x + 2y = 8(a + 2) \cdots \textcircled{2}$$

$2 \times \textcircled{1} - \textcircled{2}$  을 하면

$$3x = -6a - 12, \quad x = -2a - 4$$

$x = -2a - 4$  를  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$y = 5a + 10$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (-2a - 4)^2 + (5a + 10)^2 \\ &= 4a^2 + 16a + 16 + 25a^2 + 100a + 100 \\ &= 29a^2 + 116a + 116 \\ &= 29(a + 2)^2 \end{aligned}$$

$\therefore$  최솟값 0

24.  $0 \leq \frac{p}{2} \leq 1$ ,  $2p - q \leq 3$  를 만족하는 실수  $p, q$  에 대하여 이차함수  $y = -x^2 + px + q$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) 의 최댓값을  $M$  이라 할 때,  $M$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-7$

해설

$$y = -x^2 + px + q = -\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + q + \frac{p^2}{4}$$

이때,  $0 \leq \frac{p}{2} \leq 1$  이고  $0 \leq x \leq 1$  이므로

최댓값  $M$  은  $x = \frac{p}{2}$  일 때이다.

$$\therefore M = q + \frac{p^2}{4}$$

또한  $2p - q \leq 3$  에서  $q \geq 2p - 3$

$$\therefore M \geq \frac{p^2}{4} + 2p - 3 = \frac{1}{4}(p + 4)^2 - 7$$

따라서  $M$  의 최솟값은  $-7$  이다.



25. 지면으로부터 20 m 높이의 옥상에서 초속 20 m 로 쏘아 올린 물체의  $t$  초 후의 높이를  $h$  m 라 할 때, 관계식  $h = 20t - t^2 + 20$  이 성립한다. 높이가 가장 높을 때는 던진 후 몇 초 후인가?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}h &= 20t - t^2 + 20 \\&= -(t^2 - 20t) + 20 \\&= -(t - 10)^2 + 120\end{aligned}$$

따라서  $t = 10$  일 때 최댓값 120 를 가진다.