

1. 다음 중에서 이차함수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $3x^2 + 1 = 0$

② $y = -x^2 + 5x + 2$

③ $y = (x - 1)(x + 3) - x^2$

④ $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$

⑤ $y = \frac{2}{5}x^2 - \frac{7}{8}$

해설

① $3x^2 + 1 = 0$ 은 이차방정식이다.

③ $y = (x - 1)(x + 3) - x^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

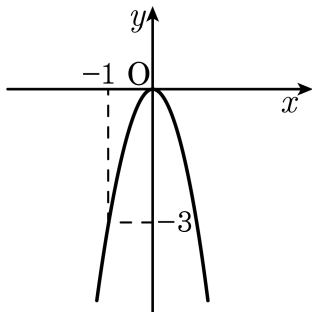
④ -3

⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로
 $27 = a(-3)^2, a = 3$

3. 다음 그림과 같은 그래프가 나타내는 이차함수의 식은?



① $y = -3x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = 3x^2$

④ $y = \frac{1}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $(-1, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a \times (-1)^2$, $a = -3$
 $\therefore y = -3x^2$

4. 다음 이차함수 중 $y = \frac{7}{5}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y = \frac{5}{7}x^2$

② $y = -\frac{5}{7}x^2$

③ $y = -\frac{7}{5}x^2$

④ $y = -x^2$

⑤ $y = \frac{2}{7}x^2$

해설

x 축 대칭이므로 $y = -\frac{7}{5}x^2$

5. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

해설

$$y = 2(x + 2)^2 + 3 = 2x^2 + 8x + 11$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 8 + 11 = 21$$

6. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

㉠ $y = 3x^2 + 2$

㉡ $y = 2(x - 1)^2$

㉢ $y = 2x^2$

㉣ $y = -3x^2 - 2$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

7. 다음 보기의 이차함수 중 그래프가 아래로 볼록한 것을 모두 구하여라.

보기

㉠ $y = 7x^2 + 5$

㉡ $y = -3x^2 + x + 1$

㉢ $y = (2x - 1)(x + 3)$

㉣ $y = -2(x - 2)^2 + 3$

㉤ $y = \frac{1}{5}x^2$

㉥ $y = 5(x + 3)(x - 1)$

㉦ $y = -x^2 + 4x - 3$

㉧ $y = 2(x - 1)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉧

해설

x^2 의 계수인 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이 된다.

8. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$

② $x > -1$

③ $x < 1$

④ $x > 1$

⑤ $x > 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

9. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 □안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

㉠ □을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉡ □축에 대하여 대칭이다.

㉢ y 가 증가하는 x 의 범위 : □

㉣ y 가 감소하는 x 의 범위 : □

㉠ (0, 0), y , $x < 0$, $x > 0$

㉡ (0, 0), y , $x > 0$, $x < 0$

㉢ (0, 0), x , $x < 0$, $x > 0$

㉣ (1, -1), y , $x > 0$, $x < 0$

㉤ (0, 0), x , $x > 0$, $x < 0$

해설

꼭짓점은 (0, 0) 이고 대칭축의 방정식은 $x = 0$,
위로 볼록한 포물선이므로 $x < 0$ 일 때, y 는 증가하고 $x > 0$ 일
때, y 는 감소한다.

10. $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 점 $(2, 7)$ 을 지난다. 이 때, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$y = \frac{1}{2}x^2 + q$ 이다.

$(2, 7)$ 을 대입하면 $7 = 2 + q$ 이므로 $q = 5$ 이다.

11. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ 에 두 점 $(-2, m), (4, n)$ 을 대입하면

$$m = \frac{1}{2} \times (-2)^2 + 5 = 7$$

$$n = \frac{1}{2} \times 4^2 + 5 = 13$$

$y = ax + b$ 가 $(-2, 7), (4, 13)$ 을 지나므로

$$7 = -2a + b$$

$$\begin{array}{r} -) 13 = 4a \\ \hline \end{array}$$

$$-6 = -6a \quad a = 1, b = 9$$

$$\therefore a + b = 1 + 9 = 10$$

12. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 점 $(a, 2)$ 를 지났다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$y = \frac{1}{2}(x-3)^2$ 에 점 $(a, 2)$ 를 대입

$$2 = \frac{1}{2}(a-3)^2, (a-3)^2 = 4$$

$$a-3 = \pm 2$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 5$$

13. 다음은 이차함수 $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 점 $(-2, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- ㉡ 대칭축은 $x = -2$ 이다.
- ㉢ x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x < 2$ 이다.
- ㉣ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉤ $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

이차함수 $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(2, 0)$, 축의 방정식은 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x < 2$ 이다.

14. 이차함수 $y = -4x^2 + kx + 2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < \frac{1}{2}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

축의 방정식 $x = \frac{1}{2}$ 이므로

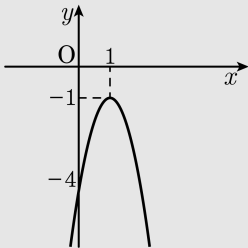
$$\begin{aligned} y &= -4x^2 + kx + 2 \\ &= -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3 \\ &= -4x^2 + 4x + 2 \end{aligned}$$

$$\therefore k = 4$$

15. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1, 2사분면 ② 제1, 4 사분면 ③ 제2, 3 사분면
④ 제2, 4 사분면 ⑤ 제3 사분면

해설



16. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

17. $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프는 두 점 $(k, 0)$, $(-3, 0)$ 에서 x 축과 만난다.
이때, k 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프와 x 축과
만나는 점은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 $k = 1$ 이다.

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

① $-\frac{3}{4}$

② -1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > \left| -\frac{1}{2} \right|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

19. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{74}{3}$

④ $-\frac{80}{3}$

⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고

$y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.

상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로
 $\frac{74}{3}$ 이다.

20. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

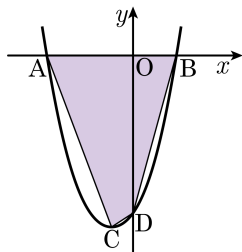
$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

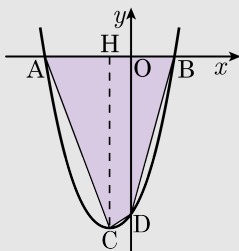
21. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y 축과의 교점을 D라 할 때 $\square ABDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설



$$\text{i) } 0 = x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore A(-4, 0), B(2, 0), D(0, -8)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 8$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 9$$

$$= (x + 1)^2 - 9$$

$$\therefore C(-1, -9)$$

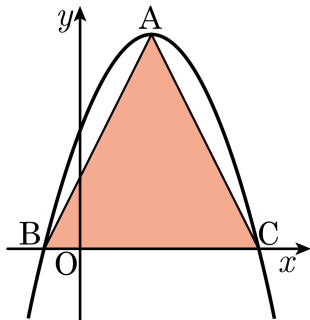
$$\text{iii) } \square ABDC$$

$$= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO$$

$$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8 + 9) \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30$$

22. 다음은 $y = a(x-2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고, C 의 좌표는 $(5, 0)$ 이다.

$y = a(x-2)^2 + 6$ 에 $(5, 0)$ 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

23. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 163 개

해설

$y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 이 만나는 두 점은 각각

$(-8, 16), (8, 16)$

둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-8 \leq x \leq 8$ 이므로 이 범위 안의 정수는 $-8, -7, \dots, 7, 8$ 의 17개가 있다. 따라서

x 좌표가 -8 일 때 : 1 개

x 좌표가 -7 일 때 :

y 좌표는 13 부터 16 까지이므로 4 개

x 좌표가 -6 일 때 :

y 좌표는 9 부터 16 까지이므로 8 개

x 좌표가 -5 일 때 :

y 좌표는 7 부터 16 까지이므로 10 개

x 좌표가 -4 일 때 :

y 좌표는 4 부터 16 까지이므로 13 개

x 좌표가 -3 일 때 :

y 좌표는 3 부터 16 까지이므로 14 개

x 좌표가 -2 일 때 :

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 -1 일 때 :

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 0 일 때 : 1 개

$\therefore 2 \times (4 + 8 + 10 + 13 + 14 + 16 + 16) + 1 = 163$ (개)

24. $f(2) = 16$, $f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-16) = \frac{a}{b}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4) \text{ 에서 } x = 2 \text{ 를 대입하면 } f(2) = f(16) \times 4$$

$$\therefore f(16) = 4$$

$$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4) \text{ 에서}$$

$$f(x^4) = \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)} \text{ 이고}$$

$$f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4) = f(-x) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f(-x) &= f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4) \\ &= \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)} \cdot (-x^2 - 2x + 4) \end{aligned}$$

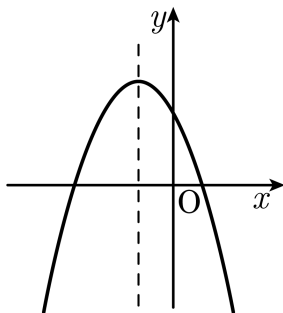
이 식에 $x = 16$ 을 대입하면

$$f(-16) = \frac{4}{(-284)} \times (-220) = \frac{220}{71} \text{ 이다.}$$

$$a = 220, b = 71$$

따라서 $a - b = 149$ 이다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = cx^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제 몇 사분면에 있는가?



- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
 ④ 제4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

$a < 0, c > 0, -\frac{b}{2a} < 0$ 에서 $b < 0 \therefore a < 0, b < 0, c > 0$

$y = cx^2 + ax + b$ 에서

- (1) $c > 0$ 이므로 아래로 볼록
 (2) 꼭짓점의 x 좌표를 구하면

$$\begin{aligned} y &= c \left(x^2 + \frac{a}{c}x + \frac{a^2}{4c^2} - \frac{a^2}{4c^2} \right) + b \\ &= c \left(x + \frac{a}{2c} \right)^2 - \frac{a^2}{4c} + b \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$\text{축: } -\frac{a}{2c} > 0$$

(3) y 절편: $b < 0$

따라서, 그래프는 다음 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면에 있다.

