

1. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

2. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

① -7

② -5

③ 7

④ 5

⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0$ 이 중근을 가지려면

$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$

$\therefore a = \pm\sqrt{7}$

3. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha + \beta)^2 = A$, $(\alpha - \beta)^2 = B$ 이다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = \frac{1}{2}$ 이므로, $(\alpha + \beta)^2 = A = 9$ 이다.

곱셈 공식에서

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (3)^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 7$

$B = 7$ 이다.

따라서 $A + B = 9 + 7 = 16$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12

② -4

③ 2

④ 4

⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2

$x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$ 에 대입하면

$4 - 8 + k = 0$

$\therefore k = 4$

5. 차가 4인 두 자연수가 있다. 곱이 96일 때, 두 수의 합은?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

두 자연수를 x , $x + 4$ 라 하면

$$x(x + 4) = 96$$

$$x^2 + 4x - 96 = 0$$

$$(x - 8)(x + 12) = 0$$

$$\therefore x = 8 (\because x > 0)$$

따라서 두 수의 합은 $8 + 12 = 20$ 이다.

6. 책을 펼쳐서 나타난 쪽수의 곱이 156 이었을 때, 뒷 쪽의 쪽수를 구하여라.

▶ 답 : 쪽

▷ 정답 : 13 쪽

해설

펼쳐진 책의 쪽수를 $x-1$, x 라 하면
 $(x-1)x = 156$
 $(x-13)(x+12) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 13$ (쪽)

7. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

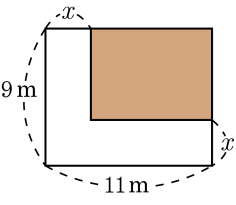
$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면

$$h = -45 + 45 + 30 = 30$$

따라서 발사 후 3초 후의 높이는 30m이다.

8. 가로, 세로의 길이가 각각 11 m, 9 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48 m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은?

- ① 1 m ② 2 m ③ 3 m
④ 4 m ⑤ 5 m



해설

$$\begin{aligned}(11 - x)(9 - x) &= 48 \\ x^2 - 20x + 51 &= 0 \\ (x - 3)(x - 17) &= 0 \\ x < 9 \text{ 이므로 } x &= 3(\text{m})\end{aligned}$$

9. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow$ 양변을 a 로 나눈다.
 $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow$ 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.
 $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$
 $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $\therefore$ ③이 잘못되었다.

10. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-4)+3x^2-16x+15=0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{3x^2 - 16x + 15}{(x-4)(3x-4) - 1} \\ &= \frac{x-4}{3x-4 - \frac{1}{x-4}} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-4 = \pm 1$ 이다.

$x = 3$ 또는 $x = 5$ 이므로

(i) $x = 3$ 일 때, $a = 6$

(ii) $x = 5$ 일 때, $a = 10$ 이다.

11. $(x-4)(x+2) = -2x(x-4)$ 의 해가 α, β 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값은?

① -5

② -8

③ 3

④ 5

⑤ 8

해설

주어진 방정식을 정리하면

$$3x^2 - 10x - 8 = 0$$

$$(3x+2)(x-4) = 0$$

$$\alpha = 4, \beta = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } \alpha = -\frac{2}{3}, \beta = 4$$

$$\therefore 3\alpha\beta = -8$$

12. 다음과 같은 방정식에서 $2y - 3x$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq -y$)

$$\frac{3(x+1)^2 - 2(1-y)^2}{2(x+1)(1-y)} = \frac{1}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x + 1 = X, 1 - y = Y$ 로 치환하면
 $3X^2 - XY - 2Y^2 = 0$
 $(3X + 2Y)(X - Y) = 0$
i) $X = Y$ 일 때
 $x + 1 = 1 - y$
 $x = -y$ 이므로 조건에 맞지 않는다.
ii) $3X = -2Y$ 일 때
 $3(x + 1) = -2(1 - y)$
 $3x - 2y = -5$
 $\therefore 2y - 3x = -(-5) = 5$

13. $(x^2 + y^2 - 2)(x^2 + y^2 - 3) - 2 = 0$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x^2 + y^2 = 1$

▷ 정답 : $x^2 + y^2 = 4$

해설

$x^2 + y^2 = A$ 라고 하면

$(A - 2)(A - 3) - 2 = 0$

$A^2 - 5A + 4 = 0$

$(A - 1)(A - 4) = 0$

$A = 1$ 또는 $A = 4$

$\therefore x^2 + y^2 = 1$ 또는 $x^2 + y^2 = 4$

14. $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$$\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \alpha\beta = -2$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{-2} = \frac{3}{4}$$

15. 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 을 일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 풀었더니 한 근이 -3 이었다. 이때, 올바른 근을 구하면?

- ① $x = 1$ 또는 2
② $x = -1$ 또는 -2
③ $x = 1$ 또는 -3
④ $x = -1$ 또는 -3
⑤ $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$ 또는 $\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$

해설

일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 식은 $x^2 - 2ax + 3a = 0$
그때의 해가 $x = -3$ 이므로 대입하면

$$9 + 6a + 3a = 0$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 이차방정식은

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

16. 이차방정식 $12x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 이고, x^2 의 계수가 12 인 이차방정식은

$$12\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) = 0, 12x^2 - x - 1 = 0$$

따라서 $a = -1, b = -1$ 이므로 $a + b = -2$ 이다.

17. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합보다 3만큼 더 클 때, 이 세 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = (x-1)^2 + x^2 + 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

$x-1, x, x+1$ 은 자연수이므로 $x=3$

$$\therefore 2+3+4=9$$

18. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

$$\text{따라서 양수인 근 } a \text{ 는 } 2 + \sqrt{11}$$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6$$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\therefore (a - [a] + 3)^2 = (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2$$

$$= (\sqrt{11})^2 = 11$$

19. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

20. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -3

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 x , $x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$\therefore x = 2$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면

$a = -8$, $b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

21. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

- ① $x^2 + 6x - 2 = 0$
- ② $x^2 - 6x + 2 = 0$
- ③ $x^2 + 6x - 4 = 0$
- ④ $x^2 - 6x + 4 = 0$
- ⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로
 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$

구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로

$$\begin{aligned} \text{(두 근의 합)} &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \\ &= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(두 근의 곱)} &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4 \end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

22. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0$$

$$(n+7)(n-10) = 0$$

$$n = 10 (\because n > 0)$$

23. 서로 다른 두 실수 p, q 가 $p^2 + ap + b = 0, q^2 + aq + b = 0$ 을 만족할 때, 이차방정식 $x^2 - (2c - a)x - ac + b = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

서로 다른 두 실수 p, q 가 $p^2 + ap + b = 0, q^2 + aq + b = 0$ 을 만족하므로

$x^2 + ax + b = 0$ 은 서로 다른 두 근을 가진다.

따라서 $D = a^2 - 4b > 0 \dots \textcircled{1}$

$x^2 - (2c - a)x - ac + b = 0$ 에서

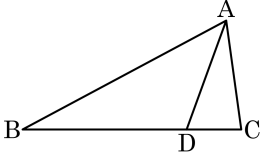
$$D = (a - 2c)^2 - b(b - ac) = a^2 + 4c^2 - 4b$$

그런데 $\textcircled{1}$ 에서 $a^2 - 4b > 0$ 이고 $4c^2 \geq 0$ 이므로

$$a^2 + 4c^2 - 4b > 0$$

따라서 $x^2 - (2c - a)x - ac + b = 0$ 에서 $D > 0$ 이므로 서로 다른 두 근을 가진다.

24. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CAD$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 이고 선분 AC 의 길이는 선분 CD 의 길이의 2 배일 때, 선분 CD 의 길이를 구 하여라.



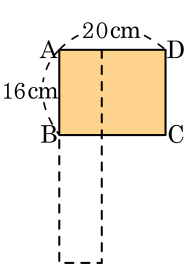
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\angle ABC = \angle CAD$, $\angle C$ 는 공통이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)
따라서 닮음비에 의해 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{AC}$ 의 비례식이 성립
한다.
 $\overline{CD} = x$ 라 놓으면
 $2x : 8 = x : 2x$
 $4x^2 = 8x, x^2 - 2x = 0$
따라서 $x = 2$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm, 16cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어난다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아 지는데 걸리는 시간은?



- ① 2 초
 ② 4 초
 ③ 6 초
- ④ 8 초
 ⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면
 처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$
 x 초 후의 넓이는 $(20 - 2x)(16 + 4x)$ 이다.
 따라서 $(20 - 2x)(16 + 4x) = 320$
 $-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 6$