

1. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

ab 와 $\frac{4}{ab}$ 가 양수이므로

$$ab + \frac{4}{ab} \geq 2 \cdot \sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} = 4$$

$$\therefore ab + \frac{4}{ab} + 5 \geq 4 + 5 = 9$$

2. 무리수 $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 하면 $\frac{a}{2} - 2b$ 의 값은?

- ① $2(1 - \sqrt{2})$ ② $-2(1 - \sqrt{2})$ ③ $2(1 + \sqrt{2})$
④ $3 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3 + 2\sqrt{2}$

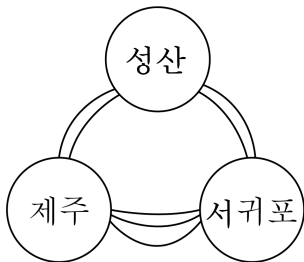
해설

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1 = 0. \dots$$

정수 부분 $a : 0$, 소수 부분 $b : \sqrt{2}-1$

$$\therefore \frac{a}{2} - 2b = -2(\sqrt{2}-1) = 2 - 2\sqrt{2} = 2(1 - \sqrt{2})$$

3. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 성산을 반드시 1 번만 거치는 경우의 수는?



① 12

② 18

③ 24

④ 30

⑤ 32

해설

$$(2 \times 2) \times 3 + 3 \times (2 \times 2) = 24$$

∴ 24 가지

4. 집합 $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 에서 선택한 세 개의 원소 a_1, a_2, a_3 이 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$a_1 < a_2 < a_3$ 이고 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족하는 순서쌍은
(2, 4, 6), (2, 6, 10), (4, 6, 8), (4, 8, 12), (6, 8, 10) (8, 10, 12) 의 6 가
지

5. 1학년 학생 3명과 2학년 학생 4명을 일렬로 세울때, 1학년 학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수는?

① 690

② 700

③ 710

④ 720

⑤ 730

해설

1학년 3명을 하나로 보면, 5명이 일렬로 세우는 방법과 같다.

$$\Rightarrow 5! = 120$$

여기에 1학년끼리 위치 바꾸는 방법 $3!$ 을 곱한다.

$$\therefore 120 \times 3! = 720$$

6. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록
서는 경우의 수는?

① 720

② 960

③ 1280

④ 1440

⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3
자리를 골라 여자들을 배치한다.

$$4! \times {}_5P_3 = 1440$$

7. 'worldcup'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 w와 d 사이에 3개의 문자가 들어 있는 것은 몇 개인가?

① 3820

② 4630

③ 5760

④ 6740

⑤ 7260

해설

Ⓜ○○○○ⓓ○○○

w와 d사이에 나머지 6개 중 3개를 뽑아 채우고 w와 d가 자리를 바꿀 수 있는 경우를 곱한 뒤 5문자를 한 묶음으로 보고 4개를 줄세우는 경우를 구한다.

$${}_6P_3 \times 2! \times 4! = 5760$$

8. IMPORT의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, I와 T가 양 끝에 오는 경우의 수는?

① 36

② 42

③ 48

④ 54

⑤ 60

해설

I와 T를 양 끝에 오게 하는 경우의 수 : 2

나머지 문자를 배열하는 경우의 수 : 4!

$$4! \times 2 = 48$$

9. 다음 표는 세계 각 국에서 사용하는 긴급구조대의 전화번호이다.

국가	한국	미국	호주	독일
전화번호	119	911	001	110

이들은 모두 0 부터 9 까지의 숫자로 이루어진 세 자리의 숫자이고, 이웃하는 어느 두 자리는 같은 숫자가 중복되어 있다. 이와 같이 세 자리의 숫자 중에서 이웃한 두 자리는 같은 숫자가 되는 전화번호의 종류는 모두 몇 가지인가?

① 160

② 180

③ 200

④ 220

⑤ 240

해설

이웃하는 방법에 따라 $\triangle\triangle\square$, $\triangle\square\square$ 의 두 가지 경우가 있고, $\triangle$ 에 10가지 $\square$ 가 9 가지이므로, 구하는 경우의 수는

$$(10 \times 9) \times 2 = 180$$

10. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

① 36

② 72

③ 144

④ 288

⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$$

11. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300보다 큰 수의 개수는?

① 12개

② 16개

③ 20개

④ 24개

⑤ 30개

해설

23□□의 개수 : 2개

24□□의 개수 : 2개

3□□□의 개수 : 6개

4□□□의 개수 : 6개

$$\therefore 2 + 2 + 6 + 6 = 16(\text{개})$$

12. 어떤 학교의 농구 동아리 A 와 B 는 올해 신입생이 각각 n 명과 7명이다. 5명의 신입생 연합 팀을 구성하여 다른 학교와 시합을 하려고 할 때, 동아리 A 의 신입생 2명과 동아리 B 의 신입생 3명으로 구성하는 방법의 수가 525가지이다. 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 6$

해설

동아리 A 의 신입생 n 명 중에서 2명을
선택하는 방법의 수는 ${}_nC_2$ 이고, 동아리 B 의
신입생 7명 중에서 3명을 선택하는 방법의
수는 ${}_7C_3$ 이므로 구하는 방법의 수는

$${}_nC_2 \times {}_7C_3 = 525 \text{에서}$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 525 \text{이므로}$$

$$n(n-1) = 30$$

$$\therefore n = 6$$

13. 실수 x 에 대하여 두 조건 $p : a \leq x \leq 1$, $q : x \geq -1$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

① $a > 1$

② $a \leq 1$

③ $-1 \leq a \leq 1$

④ $a \geq -1$

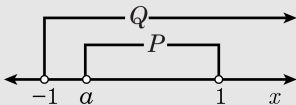
⑤ $a \leq -1$

해설

조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

(i) $a > 1$ 일 때, $P = \emptyset$ 이므로 $P \subset Q \therefore a > 1$

(ii) $a \leq 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$\therefore -1 \leq a \leq 1$

(i), (ii)에서 $a \geq -1$

14. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. $\sim q$ 가 p 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P^c \subset Q$

② $Q \subset P$

③ $Q - P = \phi$

④ $P - Q = P$

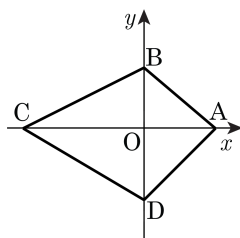
⑤ $P - Q = \phi$

해설

$p \rightarrow \sim q$ 이므로 진리집합으로 표현하면, $P \subset Q^c$ 이다.

즉, $P \cap Q^c = P \Rightarrow P - Q = P$

15. 좌표평면의 좌표 축 위에 아래 그림과 같이 네 점 A, B, C, D를 잡아 사각형 ABCD를 그린다. $\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 의 넓이가 각각 9, 16이다. 사각형 ABCD의 넓이의 최소값은?



① 37

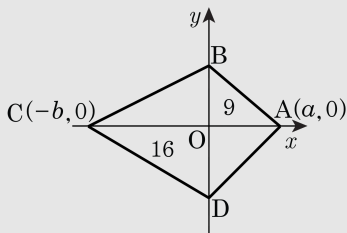
② 40

③ 43

④ 46

⑤ 49

해설



$A(a, 0)$ 이면, $B\left(0, \frac{18}{a}\right)$ 이고,

$C(-b, 0)$ 이면 $D\left(0, -\frac{32}{b}\right)$ 이다.

($\because a > 0, b > 0$)

($\square ABCD$ 의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot \left(\frac{18}{a} + \frac{32}{b}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 50 + \left(\frac{9b}{a} + \frac{16a}{b}\right)$$

$a > 0, b > 0$ 이므로,

산술기하평균을 이용하면,

$$\square ABCD \geq 25 + 2 \cdot \sqrt{\frac{9b}{a} \times \frac{16a}{b}} = 49$$

16. $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ 일 때, $\frac{1+2x}{1+\sqrt{1+2x}} + \frac{1-2x}{1-\sqrt{1-2x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{1 \pm 2x} &= \sqrt{1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{3} \pm 1}{2} \\ (\text{준식}) &= \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3} + 1}{2}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{3} - 1}{2}} \\ &= \frac{2 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \\ &= \frac{(2 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}{9 - 3} \\ &= \frac{6}{6} = 1\end{aligned}$$

17. 두 곡선 $y = \sqrt{x+1}+1$, $x = \sqrt{y+1}+1$ 의 교점을 P라고 할 때, 선분 OP의 길이를 구하면? (단, O는 원점)

① $3\sqrt{2}$

② $6\sqrt{2}$

③ $9\sqrt{2}$

④ $6\sqrt{3}$

⑤ $9\sqrt{3}$

해설

두 함수가 서로 역함수 관계이므로 곡선의 교점은 $y = \sqrt{x+1}+1$ 와 $y = x$ 의 교점과 같다.

$$\sqrt{x+1}+1 = x \text{에서}$$

$$x+1 = (x-1)^2$$

$$x = 0, 3$$

$$x \geq 1 \text{이므로 } x = 3$$

$$\therefore P(3, 3)$$

$$\overline{OP} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

18. 1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 임의로 선택할 때, 적어도 짝수가 하나 있는 경우의 수는?

① 110

② 100

③ 90

④ 80

⑤ 70

해설

10 개의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 뽑는 경우의 수는

$${}_{10}C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120 \text{ (가지)}$$

뽑힌 세 개의 수가 모두 홀수인 경우의 수는 5개의 홀수 중에서 3 개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10 \text{ (가지)}$$

구하는 경우의 수는 $120 - 10 = 110$ (가지)

19. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개 층에서 설 수 있다고 한다. 이때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개 층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

① 75600

② 84400

③ 92400

④ 12450

⑤ 151200

해설

8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의 수는

$${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \text{ 이고,}$$

이와 같이 3 개층에 내리게 되는 방법의 수는
 ${}_{10}P_3$ 이다.

$$\therefore {}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$$

20. 다음 명제 ㉠, ㉡, ㉢가 각각 부등식 $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이기 위한 무슨 조건인지 순서대로 적으면? (단, a, b, c 는 실수)

㉠ a, b, c 중 적어도 하나는 1보다 크다.

㉡ a, b, c 의 최댓값이 1보다 크다.

㉢ a, b, c 의 최솟값이 1보다 크다.

① 필요, 충분, 필요충분

② 충분, 필요충분, 충분

③ 필요, 필요충분, 충분

④ 충분, 필요, 필요충분

⑤ 필요, 필요, 충분

해설

㉠ $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이면, $a-1, b-1, c-1$ 중 하나 또는 셋이 양수이므로 필요조건 역으로 $a = 2, b = 2, c = -3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1) < 0$ 이므로 충분조건은 아니다.

∴ 필요조건

㉡ $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이면 a, b, c 중 하나 또는 셋이 1보다 크므로 최댓값은 1보다 크다. 역으로 $a = 2, b = 2, c = -3$ 이면 $(a-1)(b-1)(c-1) < 0$ 이므로 충분조건은 아니다.

∴ 필요조건

㉢ a, b, c 의 최솟값이 1보다 크면 $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이므로 충분조건 역으로 $a = 2, b = 0, c = 0$ 이면 최솟값은 0이므로 필요조건은 아니다.

∴ 충분조건

21. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 4 개를 사용하여 거스름돈 없이 지불하는 경우에 지불방법의 수를 a , 지불금액의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 98 가지

해설

10 원, 50 원, 100 원짜리 동전을 각각 x 개, y 개, z 개 사용한다고 하면,

1) 지불방법의 수는

$$x = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$y = 0, 1, 2, 3$$

$$z = 0, 1, 2$$

중에서 $x = y = z = 0$ 을 제외한 지불방법의 총 가짓수 a 는,
 $a = 5 \times 4 \times 3 - 1 = 59$ (가지)

2) 지불금액의 수를 구할 때 50 원짜리가 3 개이므로 이 중 2 개를 합하면 100 원짜리 하나와 같으므로 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꾸어 생각한다.

즉, 50 원짜리 7 개, 10 원짜리 4 개로 계산하는 금액과 동일하다.

$$x = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$y = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

중에서 $x = y = z = 0$ 을 제외한 지불금액의 총 가짓수 b 는,
 $b = 5 \times 8 - 1 = 39$

$$\therefore a + b = 59 + 39 = 98$$

해설

a 를 구하기 위하여 동전 1 개, 2 개, 9 개로 각각 만들 수 있는 금액의 경우를 알아보면,

동전 1 개 $\Rightarrow$ 10, 50, 100

동전 2 개 $\Rightarrow$ 20, 60, 100, 110, 150, 200

동전 3 개 $\Rightarrow$ 30, 70, 110, 120, 150, 160, 200, 210, 250

동전 4 개 $\Rightarrow$ 40, 80, 120, 130, 160, 170, 210, 220, 250, 260, 300

동전 5 개 $\Rightarrow$ 90, 130, 140, 170, 180, 220, 230, 260, 270, 310, 350

동전 6 개 $\Rightarrow$ 140, 180, 190, 230, 240, 270, 280, 320, 360

동전 7 개 $\Rightarrow$ 190, 240, 280, 290, 330, 370

동전 8 개 $\Rightarrow$ 290, 340, 380

동전 9 개 $\Rightarrow$ 390

이상에서, 지불방법의 총 가짓수 a 는,

$$a = 3 + 6 + 9 + 11 + 11 + 9 + 6 + 3 + 1 = 59 \text{ (가지)}$$