

1. $\sqrt{18} \times \sqrt{a}$ 의 값을 0이 아닌 가장 작은 정수로 고칠 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$\sqrt{18} \times \sqrt{a} = \sqrt{3 \times 3 \times 2 \times a} \quad \therefore a = 2$$

2. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 2

㉡ 9

㉢ 12

㉣ 15

㉤ 16

㉥ 18

① ㉠, ㉢, ㉣

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉥

④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한 소수이다.
- ② 두 무리수 $-\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 두 정수 -1 과 3 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ④ (무리수) + (무리수) = (무리수) 이다.
- ⑤ 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.

해설

④ $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 무리수와 무리수의 합은 유리수가 될 수도 있다.

4. 다음은 식 $A = ab(a + b) - ab$ 와 식 $B = a^2b - 2ab$ 에 대한 설명이다.
옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠ A 에서 ab 는 각 항의 공통인 인수이다.
㉡ B 의 인수는 ab 와 -2 이다.
㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 ab 이다.
㉣ B 에서 a^2b 는 각 항의 공통인 인수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$A = ab(a + b) - ab = ab(a + b - 1)$ 이고,

$B = a^2b - 2ab = ab(a - 2)$ 이다.

㉡ B 의 인수는 ab 와 $a - 2$ 이다.

㉣ B 에서 ab 는 각 항의 공통인 인수이다.

5. 다항식 $x^2 + \square x + 40$ 은 $(x+a)(x+b)$ 로 인수분해 된다고 한다.
 a, b 가 정수일 때, 다음 중 $\square$ 안의 수로 적당하지 않은 것은?

① -22

② -13

③ 20

④ 22

⑤ 41

해설

$$\begin{aligned} 40 &= 5 \times 8 = 2 \times 20 = 1 \times 40 = 4 \times 10 \\ &= (-5) \times (-8) = (-2) \times (-20) \\ &= (-1) \times (-40) = (-4) \times (-10) \end{aligned}$$

$\square$ 안에 들어갈 수 있는 수 :

-41, -22, -14, -13, 13, 14, 22, 41

6. $(x - 2y)(x - 2y - 4z) - 12z^2$ 이 계수가 1 인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $2x - 4y + 4z$

② $2x - 4y - 4z$

③ $2x - 4y + 3z$

④ $2x + 4y + 4z$

⑤ $4x - 2y - 4z$

해설

$x - 2y = A$ 라 하면

$$A(A - 4z) - 12z^2 = A^2 - 4Az - 12z^2$$

$$= (A - 6z)(A + 2z)$$

$$= (x - 2y - 6z)(x - 2y + 2z)$$

$$\therefore (x - 2y - 6z) + (x - 2y + 2z) = 2x - 4y - 4z$$

7. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$

② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$

③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$

⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(작수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$$\therefore 3 < \sqrt{15} \text{ 이므로 양의 해는 } \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$$

8. 실수 a, b 에 대하여 연산 $*$ 를 $a * b = ab + a$ 라고 할 때, $(x + 1) * (2x - 3) = 6$ 을 만족하는 양의 실수 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(x + 1) * (2x - 3) = (x + 1)(2x - 3) + x + 1 = 6$$

$$2x^2 - 2 = 6, x^2 = 4$$

따라서 양의 실수 x 는 2이다.

9. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.



답 :

초 후



정답 : 1 초 후

해설

$$20t - 5t^2 = 15 \text{ 에서}$$

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$(t - 1)(t - 3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

10. 이차함수 $y = -x^2 + 4bx - 4b^2 + b - 7$ 의 꼭짓점이 제 4 사분면에 있기 위한 b 의 값의 범위로 옳은 것은?

① $b < 0$

② $b < 7$

③ $0 < b < 7$

④ $-7 < b < 0$

⑤ $b < 0, b > 7$

해설

$y = -x^2 + 4bx - 4b^2 + b - 7 = -(x - 2b)^2 + b - 7$, 꼭짓점의 좌표가 $(2b, b - 7)$ 이다.

$\therefore 2b > 0, b - 7 < 0$ 즉, $b > 0, b < 7$ 이므로 $0 < b < 7$ 이다.

11. $\sqrt{800} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{7500} = b\sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{ab} = 10\sqrt{10}$

해설

$$\sqrt{800} = \sqrt{10^2 \times 2^2 \times 2} = 20\sqrt{2}$$

$$\sqrt{7500} = \sqrt{10^2 \times 5^2 \times 3} = 50\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 20, b = 50$$

$$\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{20 \times 50} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$$

12. $\sqrt{5} = a$, $\sqrt{7} = b$ 라 할 때, $\sqrt{0.014}$ 를 a, b 를 사용하여 나타내면?

① $\frac{ab}{100}$

② $\frac{ab}{50}$

③ ab

④ $2ab$

⑤ $4ab$

해설

$$\sqrt{0.014} = \sqrt{\frac{140}{10000}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5 \times 7}}{100} = \frac{2}{100} \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = \frac{1}{50}ab$$

13. $\sqrt{3}\left(\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{12}}\right) + \frac{6-2\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① -48

② -36

③ -24

④ -18

⑤ -12

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}\left(\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{12}}\right) + \frac{6-2\sqrt{8}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{6\sqrt{2}-2\sqrt{16}}{2} \\ &= \sqrt{2} - 5 + 3\sqrt{2} - 4 \\ &= -9 + 4\sqrt{2} \\ &a = -9, b = 4 \\ &\therefore ab = -36 \end{aligned}$$

14. 유리수 a, b 에 대하여 $\sqrt{3}(12 - \sqrt{2}) - \frac{1}{2\sqrt{6}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 일 때,
 $a + 12b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + 12b = -1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3}(12 - \sqrt{2}) - \frac{1}{2\sqrt{6}} &= 12\sqrt{3} - \sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{12} \\ &= 12\sqrt{3} - \frac{13\sqrt{6}}{12}\end{aligned}$$

$$a = 12, b = -\frac{13}{12}$$

$$\therefore a + 12b = -1$$

15. 이차식 $9x^2 + 10x - k$ 가 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값은?

① $\frac{25}{9}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{10}{3}$

④ $-\frac{25}{9}$

⑤ $-\frac{5}{3}$

해설

$$(3x)^2 + 2 \times 3x \times \frac{5}{3} - k \text{ 이므로 } -k = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\therefore k = -\frac{25}{9}$$

16. $a = 2\sqrt{2} - 4$, $b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\&= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\&= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\&= (-10)^2 = 100\end{aligned}$$

17. 다음 조건을 만족하는 x 의 값의 범위가 $\{x \mid -3 < x < 6\}$ 이고, x 는 자연수일 때, $ab + mn$ 의 값을 구하여라.

(가) $x^2 + x - 2 = 0$ 의 해를 a, b 라고 한다.

(나) $x^2 - 9x + 20 = 0$ 의 해를 m, n 이라고 한다.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 를 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

$x^2 + x - 2 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 $-2, 1$ 이므로 $ab = -2$ 이다. $x^2 - 9x + 20 = 0$ 에 대입하여 성립하는 것은 $4, 5$ 이므로 $mn = 20$ 이다.

따라서 $ab + mn = -2 + 20 = 18$ 이다.

18. 두 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$, $3x^2 - bx + 6 = 0$ 의 공통인 해가 $x = 3$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

공통인 해가 $x = 3$ 이므로

$x = 3$ 은 $x^2 + x + a = 0$, $3x^2 - bx + 6 = 0$ 의 근이다.

$x = 3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$9 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -12$$

$$27 - 3b + 6 = 0 \quad \therefore b = 11$$

$$\text{따라서 } a + b = -12 + 11 = -1$$

19. 두 이차방정식 $2x^2 + x + a = 0$, $4x^2 + bx - 18 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -27

해설

$x = 3$ 을 대입하면

$$2 \times 3^2 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -21$$

$$4 \times 3^2 + 3b - 18 = 0 \quad \therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = -21 - 6 = -27$$

20. $y = -x^2 - 6x - 8$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제 몇 사분면인지 구하여라.



답 :

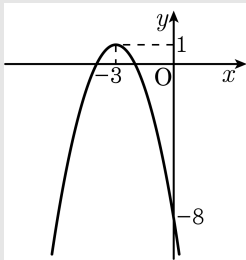
사분면



정답 : 제 1사분면

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 6x - 8 \\ &= -(x+3)^2 + 1 \end{aligned}$$



21. 다음 함수의 그래프 중에서 제1 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 2x^2$

② $y = -2x^2 + 2$

③ $y = -(x - 1)^2$

④ $y = (x - 2)^2 + 1$

⑤ $y = -(x + 4)^2 - 2$

해설

⑤ $y = -(x + 4)^2 - 2$ 는 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

꼭짓점의 좌표 $(-4, -2)$ 는 제 3 사분면 위에 있고, y 절편이 $(0, -18)$ 이므로 제 1, 2 사분면을 지나지 않는다.

22. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

23. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 6초

▷ 정답: 240m

해설

$$y = -5x^2 + 60x + 60 = -5(x - 6)^2 + 240$$

따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

24. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때,
 $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$x+2=A, 3x-1=B$ 로 치환하면

$$2A^2 + AB - B^2 = (2A - B)(A + B)$$

$$= (2x + 4 - 3x + 1)(x + 2 + 3x - 1)$$

$$= -(x - 5)(4x + 1)$$

$$\therefore ab + cd = 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1$$

25. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \text{}y^2)(x + \text{}y)(x - \text{}y)$$

① 13

② 15

③ 18

④ 20

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y)\end{aligned}$$

$$\therefore 9 + 3 + 3 = 15$$

26. 이차방정식 $x^2 + 8x - 20 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 104$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{26}{5}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$m + n = -8, mn = -20 \text{ 이다.}$$

$$\text{㉠ : } m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 64 - 2(-20) = 104$$

$$\begin{aligned} \text{㉡ : } (m - n)^2 &= (m + n)^2 - 4mn \\ &= (-8)^2 - 4(-20) \\ &= 64 + 80 \\ &= 144 \neq m^2 n^2 \end{aligned}$$

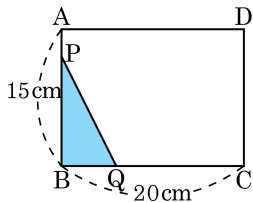
㉢ : ㉡에 의해

$$|n - m| + 3mn = |\pm 12| - 60 < 0$$

$$\text{㉣ : } \frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = \frac{104}{-20} = -\frac{26}{5}$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

27. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\text{ cm}$, $\overline{BC} = 20\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P는 변 AB위를 점 A로부터 B까지 매초 1cm의 속력으로 움직이고, 점 Q는 변 BC위를 점 B로부터 C까지 매초 2cm의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 36 cm^2 가 되는지 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15 - x)\text{ cm}$, $\overline{BQ} = 2x\text{ cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}(15 - x)2x = 36$$

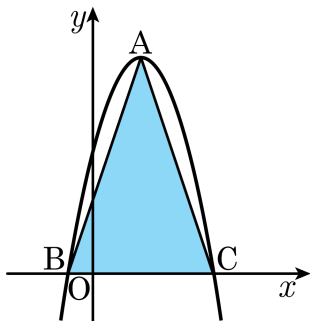
$$2x^2 - 30x + 72 = 0$$

$$x^2 - 15x + 36 = 0$$

$$(x - 3)(x - 12) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ (초)} \text{ (단, } 0 < x < 10 \text{)}$$

28. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 두 점 B 와 C 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 15

② 21

③ 27

④ 33

⑤ 39

해설

$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 A (2, 9)
 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x + 5$, $x^2 - 4x - 5 = 0$ $(x-5)(x+1) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$

따라서 두 점 B, C 의 좌표는 B (-1, 0), C (5, 0) 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

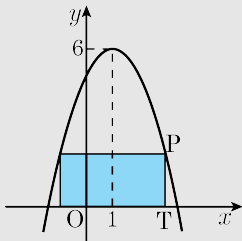
29. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는

$(t, -t^2 + 2t + 5)$ 이다.

직사각형의 가로 길이는 $2(t - 1)$,

직사각형의 세로 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

둘레의 길이 $= 2[2(t - 1) - t^2 + 2t + 5]$

$$= 2(-t^2 + 4t + 3)$$

$$= -2t^2 + 8t + 6$$

$$= -2(t - 2)^2 + 14$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

30. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

31. $\sqrt{59+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로

$$59 + a = 64, 81, 100 \dots$$

$$\therefore a = 5, 22, 41, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 $a = 5$, $b = \sqrt{59+5} = 8$ 이다.

$$\therefore a + b = 5 + 8 = 13$$

32. 아래의 표에 주어진 값들을 이용하여 $\sqrt{5.5}$ 의 소수 둘째자리 숫자를 구하여라.

$$2.30^2 = 5.2900 \quad 2.35^2 = 5.5225$$

$$2.31^2 = 5.3361 \quad 2.36^2 = 5.5696$$

$$2.32^2 = 5.3824 \quad 2.37^2 = 5.6169$$

$$2.33^2 = 5.4289 \quad 2.38^2 = 5.6644$$

$$2.34^2 = 5.4756 \quad 2.39^2 = 5.7121$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$5.4756 < 5.5000 < 5.5225$ 이므로 표에 나타난 거듭제곱으로 나타내면

$$2.34^2 < 5.5000 < 2.35^2$$

$$\text{즉, } 2.34 < \sqrt{5.5} < 2.35$$

따라서 $\sqrt{5.5}$ 의 소수 둘째자리의 수는 4이다.

33. 다항식 $2x^2 - 5xy - 3y^2 + 5x + 13y - 12$ 가 $(x + ay + b)(cx + y + d)$ 로 인수분해 될 때, $ab - cd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab - cd = -6$

해설

x 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 2x^2 + (-5y + 5)x - 3y^2 + 13y - 12 \\ &= 2x^2 + (-5y + 5)x - (y - 3)(3y - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \nearrow & -(3y-4) \rightarrow -6y+8 \\ 2 & \searrow & y-3 \rightarrow \underline{y-3} (+ \\ & & -5y+5 \end{array}$$

$$= (x - 3y + 4)(2x + y - 3)$$

$$a = -3, b = 4, c = 2, d = -3$$

$$\therefore ab - cd = -12 - (-6) = -6$$