

1. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \\ &= |x-1| + |x+1| = -(x-1) + (x+1) = 2\end{aligned}$$

2. $-1 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} + |a+1|$ 을 간단히 하면?

① 3

② -3

③ $2a - 1$

④ $2a + 1$

⑤ $-2a + 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-2)^2} + |a+1| &= |a-2| + |a+1| \\ &= -(a-2) + a+1 = 3\end{aligned}$$

3. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$ 를 간단히 하면?

① $2a - 2b$

② $2a$

③ $-2b$

④ $2a + 2b$

⑤ 0

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$|a| + |b| + |-a| + |-b|$$

$$= a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b$$

4. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})} \\ &= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

5. 함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq a\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \geq -3\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설

$2x - 4 \geq 0$ 에서 $2x \geq 4$

$\therefore x \geq 2$

주어진 함수의 정의역이 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이므로

$a = 2$

함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 치역은 $\{y \mid y \geq b\}$ 이므로 $b = -3$

$\therefore ab = -6$

6. 함수 $y = -\sqrt{ax+9} - 1$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq -3\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \leq b\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$ax+9 \geq 0$ 에서

$$ax \geq -9 \quad \therefore x \geq -\frac{9}{a}$$

$$-\frac{9}{a} = -3 \text{ 이므로 } a = 3$$

주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \leq -1\}$ 이므로

$$b = -1$$

$$\therefore a+b = 3 + (-1) = 2$$

7. $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축으로 m 만큼 y 축으로 n 만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{2x+6} - 2$ 과 일치한다. $n - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2$ 이므로
 $y = \sqrt{2x}$ 를 x 축으로 -3만큼
 y 축으로 -2만큼 평행이동하면 서로 일치한다.
따라서 $m = -3$, $n = -2$ 이므로
 $\therefore n - m = 1$

8. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이다.
 $\therefore m+n = -1-2 = -3$

9. 함수 $y = \sqrt{-4x+12} - 2$ 는 함수 $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = \sqrt{-4(x-3)} - 2 = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이고}$$

$$y = 2\sqrt{-x} \xrightarrow[y\text{축 } -2]{x\text{축 } 3} y = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 3 - 2 = 3$$

10. 무리함수 $y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ 에 의해 옮긴 그래프의 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

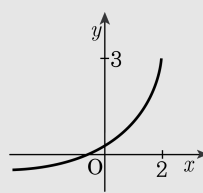
$y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \sqrt{2(x-a)+1} + 2 + b$
 $= \sqrt{2x-2a+1} + 2 + b$
이 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 같으므로
 $a = 2, -2a+1 = b, 2+b = c$
따라서, $a = 2, b = -3, c = -1$ 이므로
 $\therefore a + b + c = -2$

11. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$ 가 지나는 모든 사분면은?

- ① 1, 2 사분면
- ② 1, 4 사분면
- ③ 1, 2, 3 사분면
- ④ 2, 3, 4 사분면
- ⑤ 1, 3, 4 사분면

해설

꼭지점이 $(2, 3)$ 이고 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $\therefore 1, 2, 3$ 사분면을 지난다.



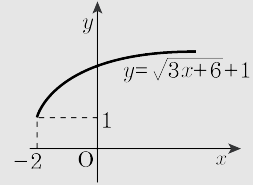
12. 함수 $y = \sqrt{3x+6} + 1$ 의 그래프가 지나는 모든 사분면은?

- ① 제 1, 2 사분면 ② 제 1, 3 사분면
③ 제 1, 4 사분면 ④ 제 1, 2, 3 사분면
⑤ 제 1, 3, 4 사분면

해설

$$y = \sqrt{3x+6} + 1 = \sqrt{3(x+2)} + 1$$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.



따라서 $y = \sqrt{3x+6} + 1$ 의 그래프는 제 1, 2 사분면을 지난다.

13. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14}-2$$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14}-2\right)$ 를 지난다.

② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은

$\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x}-2 = \sqrt{3(x+3)}-2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

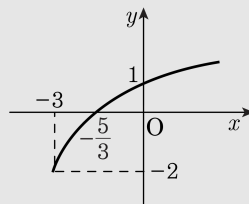
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = \sqrt{9+3x}-2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



14. 정의역이 $\{x \mid x < 2\}$ 인 두 함수 $f(x) = \frac{10-3x}{x-2}$, $g(x) = 2\sqrt{5-x} + 7$ 에 대하여 $(g \circ f)(-2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$ 이므로

$(g \circ f)(-2) = g(f(-2))$

$$f(-2) = \frac{10-3 \cdot (-2)}{-2-2} = -4$$

$$\therefore (g \circ f)(-2) = g(-4) = 2\sqrt{5-(-4)} + 7 = 13$$

15. 함수 $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(3)$ 의 값은?

① 3

② 2

③ 0

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ 4

해설

$y = \sqrt{x-1} + 2$ 에서

$y - 2 = \sqrt{x-1}$ 이 식의 양변을 제곱하면

$y^2 - 4y + 4 = x - 1$

$x = y^2 - 4y + 4 + 1$

따라서 $g(x) = x^2 - 4x + 5$ ($x \geq 2$) 이므로

$g(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 5 = 9 - 12 + 5 = 2$

16. 실수 a, b 가 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{(-b)^2} = -b$

② $(-\sqrt{-a})^2 = -a$

③ $\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

④ $(\sqrt{a})^2 = -a$

⑤ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이면 $a < 0, b < 0$

④의 경우 $(\sqrt{a})^2 = |a| (i)^2 = -|a| = a$ 이므로 옳지 않다.

17. $x - y < 0$, $xy < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2} - |y|$ 를 간단히 하면?

① $2x$

② $2y$

③ $-2x$

④ $-2y$

⑤ $2x - 2y$

해설

$$x - y < 0, \quad xy < 0 \Rightarrow x < 0, \quad y > 0$$

$$\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2} - |y|$$

$$= \sqrt{(x - y)^2} + |x| - |y|$$

$$= |x - y| + |x| - |y|$$

$$= -(x - y) - x - y = -2x$$

18. $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{1}{b} - a$ 의 값은?

① $1 - \sqrt{3}$

② $1 + \sqrt{3}$

③ $3 + \sqrt{3}$

④ $3 - \sqrt{3}$

⑤ $-\frac{5+\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\sqrt{12-6\sqrt{3}} = \sqrt{9-3\sqrt{3}} = 3 - \sqrt{3}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2, -2 < -\sqrt{3} < -1, 1 < 3 - \sqrt{3} < 2$$

$$a = 1, b = 3 - \sqrt{3} - 1 = 2 - \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{b} - a = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} - 1 = 2 + \sqrt{3} - 1 = 1 + \sqrt{3}$$

19. $\sqrt{19-8\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\frac{1}{b}-a$ 의 값은?

㉠ $\sqrt{3}$

㉡ $-\sqrt{3}$

㉢ $2\sqrt{3}$

㉣ $-2\sqrt{3}$

㉤ 1

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{19-8\sqrt{3}} &= \sqrt{19-2\sqrt{48}} = \sqrt{16}-\sqrt{3} \\ \text{따라서, } a &= 2, b = (4-\sqrt{3})-2 = 2-\sqrt{3} \\ \therefore \frac{1}{b}-a &= \frac{1}{2-\sqrt{3}}-2 = (2+\sqrt{3})-2 = \sqrt{3}\end{aligned}$$

20. $x = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 - 6x + 10$ 의 값을 구하면?

① -2

② 0

③ $2\sqrt{2}$

④ 3

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$x = \sqrt{11 + 2\sqrt{18}} = 3 + \sqrt{2}$
 $x - 3 = \sqrt{2}$, 양변을 제곱하면
 $x^2 - 6x + 9 = 2$, 양변에 1을 더하면
 $\therefore x^2 - 6x + 10 = 3$

21. x, y 가 유리수이고, 등식 $x^2 + \sqrt{3}y^2 - 2x + 2\sqrt{3}y - 3 - 3\sqrt{3} = 0$ 이 성립할 때, 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

주어진 등식을 $\sqrt{3}$ 에 대하여 정리하면
 $(x^2 - 2x - 3) + (y^2 + 2y - 3)\sqrt{3} = 0$
여기서, $x^2 - 2x - 3, y^2 + 2y - 3$ 이 모두 유리수이고 $\sqrt{3}$ 이 무리수이므로
 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 이고, $y^2 + 2y - 3 = 0$
즉, $(x - 3)(x + 1) = 0$ 이고 $(y + 3)(y - 1) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$ 이고 $y = -3$ 또는 $y = 1$
따라서, 구하는 x, y 의 쌍은
 $(x, y) = (3, 1), (3, -3), (-1, 1), (-1, -3)$

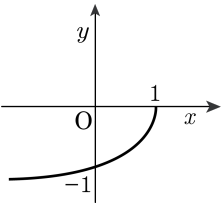
22. 다음 중 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프가 그려지는 사분면을 옳게 나타낸 것을 고르면? (단, $ab \neq 0$)
- ① $ab > 0$ 이면 제 3사분면
 - ② $ab < 0$ 이면 제 4사분면
 - ③ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면
 - ④ $a > 0, b < 0$ 이면 제 1사분면
 - ⑤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 2사분면

해설

- ㉠ $ab > 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b > 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b < 0)$ 이므로 제 1사분면 또는 제 3사분면에 그래프가 그려진다.
- ㉡ $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b < 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b > 0)$ 이므로 제 2사분면 또는 제 4사분면에 그래프가 그려진다.
- ㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면에 그래프가 그려진다.
- ㉤ $a > 0, b < 0$ 이면 제 2사분면에 그래프가 그려진다.
- ㉥ $a < 0, b < 0$ 이면 제 3사분면에 그래프가 그려진다.

23. $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



해설

$$y = -\sqrt{ax+b} + c = -\sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$$

점(1, 0)에서 시작이므로 $-\frac{b}{a} = 1, c = 0$

$\therefore b = -a, c = 0$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$ 이고
주어진 그래프가 점(0, -1)를 지나므로

$$-1 = -\sqrt{-a}$$

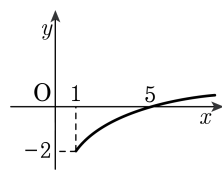
양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

$\therefore a = -1$

따라서 $a = -1, b = 1, c = 0$ 이므로

$$a+b+c = -1+1+0 = 0$$

24. 다음 그림은 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?



- ① 1 ② -1 ③ 2
 ④ -2 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$ 의 그래프를 보면

점(1, -2)에서부터 시작하므로

$$-\frac{b}{a} = 1, c = -2$$

$$\therefore -b = a, c = -2$$

$y = \sqrt{ax-a} - 2$ 가 점(5, 0)을 지나므로

$$0 = \sqrt{5a-a} - 2, 2 = \sqrt{4a}$$

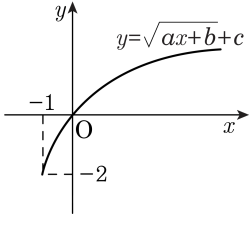
양변을 제곱하면 $4 = 4a$

$$\therefore a = 1$$

따라서 $a = 1, b = -1, c = -2$ 이므로

$$a + b + c = 1 - 1 - 2 = -2$$

25. 함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의
그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이므로
 $y = \sqrt{ax+b} + c$
 $\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)} - 2$
이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)} - 2$
 $\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$
 $y = \sqrt{4x+4} - 2$
 $\therefore a+b+c = 4+4-2 = 6$

26. 원점을 지나는 직선이 두 함수 $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프와 서로 다른 세 점에서 만날 때, 세 점의 x 좌표의 값의 합을 구하면?

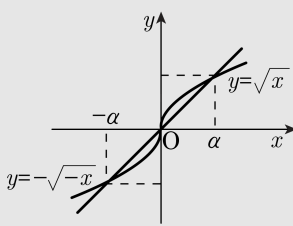
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

두 함수 $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프는

원점에 대하여 대칭이므로

다음 그림과 같이 원점을 지나는 직선과 서로 다른 세 점에서 만날 때, 세 점의 x 좌표의 값의 합은 항상 0이다.

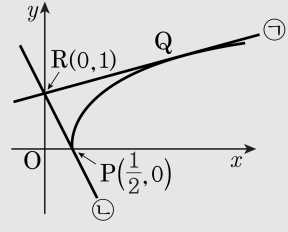


27. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{2x-1}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = mx + 1\}$ 에서 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 \leq m \leq \sqrt{2}$ ② $-1 \leq m \leq \sqrt{2} - 1$
 ③ $-2 \leq m \leq \sqrt{2} - 1$ ④ $-2 \leq m \leq \sqrt{3} - 1$
 ⑤ $-1 \leq m \leq \sqrt{3} - 1$

해설

그림에서 직선 ㉠이 점 P를 지날 때부터 ㉠과 점 Q에서 접할 때까지의 m 의 값이 구하는 범위이다.



(i) P $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 을 지날 때, $m = -2$

(ii) 접할 때는 $\sqrt{2x-1} = mx + 1$ 에서

$$m^2x^2 + 2(m-1)x + 2 = 0$$

$$\therefore \frac{D}{4} = (m-1)^2 - 2m^2 = 0$$

$$\therefore m = -1 + \sqrt{2} \quad (\because m > 0)$$

(i), (ii) 에서 $-2 \leq m \leq \sqrt{2} - 1$

28. 무리함수 $y = -\sqrt{1-x} + 2$ 의 역함수는?

① $y = (x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

② $y = (x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

③ $y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

④ $y = -(x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

⑤ $y = -(x+2)^2 + 1 (x \leq 2)$

해설

$$y = -\sqrt{1-x} + 2 \text{ 에서 } 1-x \geq 0 \text{ 이므로 } x \leq 1$$

$$y-2 = -\sqrt{1-x} \leq 0 \text{ 이므로 } y \leq 2$$

$$1-x = (y-2)^2, \quad x = -(y-2)^2 + 1$$

x, y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$$\therefore y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$$

29. 정의역이 $\{x \mid x > 1\}$ 인 두 함수 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{3(x-1)}$ 에 대하여 $(f \circ g)^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

$$(f \circ g)^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = a \text{라 하면}$$
$$(f \circ g)(a) = \frac{1}{4} \text{이고}$$
$$f(g(a)) = f(\sqrt{3(a-1)})$$
$$= \frac{1}{\sqrt{3(a-1)}+1} \text{이므로}$$
$$\frac{1}{\sqrt{3(a-1)}+1} = \frac{1}{4}$$
$$\sqrt{3(a-1)}+1 = 4,$$
$$\sqrt{3(a-1)} = 3$$
$$3(a-1) = 9, a-1 = 3, a = 4$$
$$\therefore (f \circ g)^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 4$$

30. 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f^{-1}(\sqrt{x+a}-1) = x+b$, $f(1)=0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f^{-1}(\sqrt{x+a}-1) = x+b$ 에서
 $f(x+b) = \sqrt{x+a}-1$
이 때, $f(1)=0$ 이므로
위의 식에 $x=1-b$ 를 대입하면
 $f(1-b+b) = \sqrt{1-b+a}-1$
 $0 = \sqrt{1-b+a}-1, \sqrt{a-b+1}=1$
 $a-b+1=1$
 $\therefore a-b=0$

31. $\langle x \rangle = x - [x]$ 라 할 때,
 $\langle \sqrt{3+2\sqrt{2}} \rangle - \frac{1}{\langle \sqrt{3+2\sqrt{2}} \rangle}$ 의 값은?(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)
- ① $-2\sqrt{2}$ ② -2 ③ -1
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3+2\sqrt{2}} &= \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} \\ &= \sqrt{2}+1 = x \text{라 하자.} \\ [x] &= 2, \langle x \rangle = \sqrt{2}-1 \\ (\text{준식}) &= (\sqrt{2}-1) - \frac{1}{\sqrt{2}-1} \\ &= \sqrt{2}-1 - (\sqrt{2}+1) = -2\end{aligned}$$

32. 다음 등식 $x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \cdots}}}$ 을 만족하는 x 값을 간단히 한 것은?

- ① $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$ ② $\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ ③ 1.5
 ④ $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{7})$ ⑤ $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

해설

$$\begin{aligned}
 x &= \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \cdots}}} \\
 &= \sqrt{\frac{3}{2} + x} \\
 \Rightarrow x^2 &= \frac{3}{2} + x \\
 \Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{2} &= 0 \\
 x &= \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \\
 x &= \frac{1 + \sqrt{7}}{2} (\because x > 0)
 \end{aligned}$$

33. $x = \frac{2a}{1+a^2}$ ($a > 1$) 일 때, $P = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$ 의 값을 구하면?

① a

② $a+1$

③ $a-1$

④ a^2

⑤ $\frac{1}{a}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{1+x} &= \sqrt{1 + \frac{2a}{1+a^2}} \\ &= \sqrt{\frac{1+2a+a^2}{1+a^2}} = \frac{\sqrt{(a+1)^2}}{\sqrt{1+a^2}} \\ &= \frac{|a+1|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} \\ (\because \text{조건에서 } a > 1) \\ \text{또, } \sqrt{1-x} &= \frac{|a-1|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}} \\ \therefore P &= \frac{\frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} - \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}}}{\frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}}} \\ &= \frac{2}{2a} = \frac{1}{a}\end{aligned}$$

34. $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{1+\frac{x+y}{4}} - \sqrt{1-\frac{x+y}{4}}}$ 의 값을

구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}-1, \quad x+y = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{1+\frac{x+y}{4}} &= \sqrt{1+\frac{2\sqrt{3}}{4}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{4+2\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{1-\frac{x+y}{4}} &= \sqrt{1-\frac{2\sqrt{3}}{4}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{4-2\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)\end{aligned}$$

주어진 식에 대입하면

$$\frac{1}{\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1) - \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$$

35. x, y 가 유리수일 때, $[x, y] = \sqrt{2}x + y$ 로 정의하자. 유리수 a, b 가 $[2a, 2b] + 1 = [b, a] - 2$ 를 만족할 때, $a + b$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} [2a, 2b] + 1 &= \sqrt{2}(2a) + 2b + 1 \\ [b, a] - 2 &= \sqrt{2}b + a - 2 \\ \therefore (2b + 1) + 2a\sqrt{2} &= (a - 2) + b\sqrt{2} \\ \begin{cases} 2b + 1 = a - 2 \\ 2a = b \end{cases} &\text{에서} \\ a = -1, b = -2 \\ \therefore a + b &= -1 - 2 = -3 \end{aligned}$$

36. 자연수 x, y, z 에 대하여 $\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $x+y+z$ 의 값을 구하면?

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$ 의 양변을 제곱하면
 $17+x\sqrt{2} = y^2 + 2z^2 + 2yz\sqrt{2}$
 $\therefore y^2 + 2z^2 = 17 \cdots \textcircled{1}, x = 2yz \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 에서 $z = 1$ 이면 $y = \sqrt{15}$ 이므로 자연수가 아니다.
 $z = 2$ 이면 $y^2 = 9 \therefore y = 3$
 $z = 3$ 이면 $y^2 = -1 < 0$ 이므로 모순
 $\therefore x = 12, y = 3, z = 2$
 $\therefore x + y + z = 17$

37. $f(x)$ 는 유리수를 계수로 하는 x 의 다항식이고, $f(x) = x^2 + ax + b$,
 $f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\sqrt{7+2\sqrt{12}} = \sqrt{4+3+2\sqrt{4 \times 3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = f(2 + \sqrt{3})$$

$$= (2 + \sqrt{3})^2 + a(2 + \sqrt{3}) + b$$

$$= (7 + 2a + b) + (4 + a)\sqrt{3} = 0$$

그런데, $7 + 2a + b$, $4 + a$ 는 유리수이므로 무리수의 상등에 관한 정리에서

$$7 + 2a + b = 0, \quad 4 + a = 0 \quad \therefore a = -4, \quad b = 1$$

$$\therefore a - b = -4 - 1 = -5$$

해설

$f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = 0$ 이므로 $\sqrt{7+2\sqrt{12}} = 2 + \sqrt{3}$ 은 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이고, a, b 가 유리수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합 } 4 = -a, \text{ 두 근의 곱 } 1 = b$$

$$\therefore a - b = -4 - 1 = -5$$

38. 함수 $y = \frac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6, y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{ax+8}{x+b} = \frac{8-ab}{x+b} + a \text{ 이고}$$

점근선의 방정식이 $x = -b = 6, y = a = -1$ 이므로 $a = -1, b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.

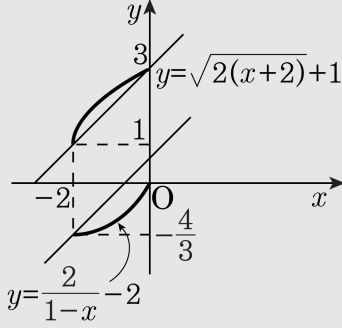
39. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1, y = \frac{2}{1-x} - 2$ 에 대하여 $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-2 \leq x \leq 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 과 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때, $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다

아래에 있으므로 $r < 3$

또한, $y = x + r$ 의 그래프가

$y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다

위에 있으므로 $r > \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{2}{3} < r < 3$

따라서 $r_1 = \frac{2}{3}, r_2 = 3$ 이므로

$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$

40. 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{2-x} & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여

$(f \circ f)(k) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$(f \circ f)(k) = f(f(k)) = 2$ 에서

$f(k) = k'$ 이라 하면 $f(k') = 2$

i) $k' \geq 0$ 이면

$y = 1 - \sqrt{x}$ 이고, $y \leq 1$ 이므로

함숫값이 2 가 될 수 없다.

$\therefore k' < 0$

ii) $k' < 0$ 이므로

$$f(k') = \sqrt{2-k'} = 2$$

$$2 - k' = 4 \quad \therefore k' = -2$$

$f(k) = -2$ 인 k 의 값을 구하면 된다.

iii) $k < 0$ 이면

$y = \sqrt{2-x}$ ($x < 0$) 이고, $y > \sqrt{2}$ 이므로

함숫값이 -2 가 될 수 없다.

$\therefore k \geq 0$

iv) $k \geq 0$ 이므로

$$f(k) = 1 - \sqrt{k} = -2$$

$$\therefore k = 9$$

41. a 가 실수일 때, 다음 식이 성립하기 위한 a 값의 범위를 구하면?

$$a\sqrt{1-\left(\frac{1}{a}\right)^2}=\sqrt{a^2-1}$$

① $a > 0$

② $a \geq 1$

③ $a = -1$ 또는 $a \geq 1$

④ $a \geq 1$ 또는 $a \leq -1$

⑤ $a > 1$ 또는 $a < -1$

해설

$$\text{좌변} = a\sqrt{\frac{a^2-(1)^2}{(a)^2}} = \frac{a}{|a|}\sqrt{a^2-1}$$

$$\therefore \frac{a}{|a|}\sqrt{a^2-1} = \sqrt{a^2-1} \text{ 에서}$$

$$\sqrt{a^2-1}\left(\frac{a}{|a|}-1\right)=0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{a^2-1}=0 \text{ 또는 } \frac{a}{|a|}=1$$

$$\therefore a=\pm 1 \text{ 또는 } a>0 \cdots \textcircled{\text{A}}$$

한편 근호 안의 값은 양수이므로

$$a^2-1 \geq 0 \text{ 으로부터 } a \geq 1 \text{ 또는 } a \leq -1 \cdots \textcircled{\text{B}}$$

$$\therefore \textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}} \text{ 에서 } a=-1 \text{ 또는 } a \geq 1$$

42. $x^2 + 6x + 4 = 0$ 의 두 근이 a, b 일 때, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값은?

① -3

② $-\frac{3}{2}$

③ -1

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 3

해설

$$x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$a + b = -6, ab = 4 \Rightarrow a < 0, b < 0$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{b})^2 + (\sqrt{a})^2}{\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{b+a}{-\sqrt{ab}}$$

$$\therefore \frac{-6}{-2} = 3$$

43. $a = \sqrt{10 - 8\sqrt{3 - \sqrt{8}}}$ 에 대하여 $f(x) = [x], g(x) = x - [x]$ 일 때,
 $\frac{14}{f(a) + g(a)} - \frac{2}{g(a)}$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수
 이다.)

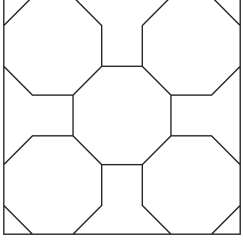
- ㉠ 2
 ㉡ $2 + \sqrt{2}$
 ㉢ $\frac{7}{2}$
- ㉣ 4
 ㉤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 a &= \sqrt{10 - 8\sqrt{3 - \sqrt{8}}} = \sqrt{10 - 8\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}} \\
 &= \sqrt{10 - 8(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{18 - 8\sqrt{2}} \\
 &= \sqrt{18 - 2\sqrt{32}} \\
 \therefore a &= 4 - \sqrt{2} = 2. \times \times \times \\
 [a] &= 2, f(a) = [a] = 2 \\
 g(a) &= a - [a] = 4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2} \\
 \therefore \frac{14}{f(a) + g(a)} - \frac{2}{g(a)} &= \frac{14}{4 - \sqrt{2}} - \frac{2}{2 - \sqrt{2}} = 2
 \end{aligned}$$

44. 한 변의 길이가 2인 정사각형의 내부에 그림과 같이 합동인 5개의 정팔각형이 위치할 때, 한 개의 정팔각형의 넓이는?

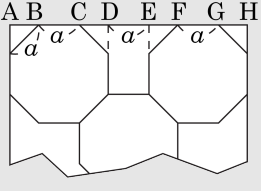
- ① $2(5\sqrt{2}-7)$ ② $4(5\sqrt{2}-7)$
 ③ $6(5\sqrt{2}-7)$ ④ $8(5\sqrt{2}-7)$
 ⑤ $10(5\sqrt{2}-7)$



해설

정팔각형의 한 변의 길이를 a 라 하면

그림에서 $\overline{BC} = \overline{DE} = \overline{FG} = a$
 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF} = \overline{GH} = \frac{a}{\sqrt{2}}$



$$\therefore \overline{AH} = 3a + 4 \times \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$= (3 + 2\sqrt{2})a$$

그런데 문제의 조건에서 $\overline{AH} = 2$ 이므로

$$(3 + 2\sqrt{2})a = 2$$

$$\therefore a = \frac{2}{3 + 2\sqrt{2}} = 2(3 - 2\sqrt{2})$$

따라서 한 개의 정팔각형의 넓이는 한 변의 길이가 $\overline{AD}$ 인 정사각형의 넓이에서

네 귀퉁이의 직각이등변삼각형의 넓이를 뺀 값과 같으므로

$$\left(a + 2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = (2 + 2\sqrt{2})a^2$$

$$\therefore (2 + 2\sqrt{2})a^2 = (2 + 2\sqrt{2}) \{2(3 - 2\sqrt{2})\}^2$$

$$= 8(5\sqrt{2} - 7)$$

45. a, b 는 실수이고, $a^3 = 26 + 15\sqrt{3}$, $b^3 = 26 - 15\sqrt{3}$ 일 때, $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ 의 값을 구하면?

① $-2\sqrt{3}$

② $-\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ $-3\sqrt{3}$

해설

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 52$$

$$(ab)^3 = (26 + 15\sqrt{3})(26 - 15\sqrt{3}) = 1 \quad \therefore ab = 1$$

$a + b = t$ 라 하면

$$t^3 - 3t - 52 = 0, \quad (t - 4)(t^2 + 4t + 13) = 0$$

a, b 가 실수이므로 t 도 실수이다.

$$t = 4 \text{ 이므로 } a + b = 4$$

$$\text{준식} = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}$$

$$= \frac{a + b + 2\sqrt{ab}}{a - b}$$

$a + b = 4$, $ab = 1$ 이므로 a, b 는 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 근이고

$a^3 > b^3$ 이므로 $a > b$

$$\therefore a = 2 + \sqrt{3}, \quad b = 2 - \sqrt{3} \quad \therefore a - b = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{4 + 2}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

46. $x = \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{3}-2}$ 일 때, $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 10x - 4$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{3}-2} \text{에서} \\ \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} &= a, \sqrt[3]{\sqrt{3}-2} = b \text{라 하면} \\ x &= a - b, ab = -1 \\ x^3 &= (a - b)^3 \\ &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\ &= \sqrt{3} + 2 - (\sqrt{3} - 2) + 3x = 4 + 3x \\ \therefore x^3 - 3x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 10x - 4 & \\ &= (x^3 - 3x - 4)(x + 2) + 4 \\ &= 0 + 4 = 4 \end{aligned}$$

47. $\{(x, y) \mid y = \sqrt{x-3}\} \cap \{(x, y) \mid y = mx + 1\} \neq \emptyset$ 인 m 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$
- ② $-\frac{1}{3}$
- ③ $-\frac{1}{5}$
- ④ $-\frac{1}{6}$
- ⑤ $-\frac{1}{9}$

해설

$y = \sqrt{x-3}$ ㉠은
 $y = \sqrt{x}$ 를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.
 $y = mx + 1$ ㉡의 y 절편은 항상 1이다.
㉡식이 (3, 0)을 지날 때, $m = -\frac{1}{3}$... ㉢
㉡식이 ㉠식에 접할 때,
 $\sqrt{x-3} = mx + 1$ 에서 양변 제곱하여 정리하면
 $m^2x^2 + (2m-1)x + 4 = 0$
 $D = 0$ 에서 $m = \frac{1}{6}, -\frac{1}{2}$
 $m > 0$ 이므로 $m = \frac{1}{6}$... ㉣
㉢, ㉣으로부터
 $-\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{6} \quad \therefore a = \frac{1}{6}, b = -\frac{1}{3}$
 $\therefore a + b = -\frac{1}{6}$

48. 두 함수 $y = \sqrt{-2x+3}$, $x = \sqrt{-2y+3}$ 의 그래프의 교점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -6
- ② -4
- ③ -2
- ④ 0
- ⑤ 2

해설

함수 $y = \sqrt{-2x+3}$ 에서 x 와 y 를 서로 바꾸면

$x = \sqrt{-2y+3}$ 이므로 두 함수는 서로 역함수의

관계에 있다.

따라서, 두 함수 $y = \sqrt{-2x+3}$,

$x = \sqrt{-2y+3}$ 의 그래프는

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

즉, 두 함수 $y = \sqrt{-2x+3}$, $x = \sqrt{-2y+3}$ 의

그래프는 아래 그림과 같으므로

두 함수의 그래프의 교점은

함수 $y = \sqrt{-2x+3}$ 의 그래프와

직선 $y = x$ 의 교점과 같다.

두 식을 연립한 방정식 $\sqrt{-2x+3} = x$ 의 을

제곱하면, $-2x+3 = x^2$, $x^2+2x-3 = 0$

$(x-1)(x+3) = 0$

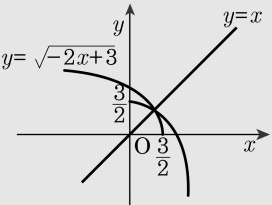
$\therefore x = 1$ 또는 $x = -3$

그런데 $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$ 이므로 $x = 1$, $y = 1$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로

$a = 1$, $b = 1$

$\therefore a+b = 2$



49. 세 집합 $A = \{(x, y) \mid y = m(x + 1) - 1, m \text{은 실수}\}$ $B = \{(x, y) \mid y = \left| \frac{1}{x-1} + 2 \right|, x \neq 1 \text{인 실수}\}$
 $C = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x-n} + 2, x \geq n \text{인 실수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 3$ 이기 위한 m 의 범위는 $\textcircled{\text{㉠}} n(B \cap C) = 2$ 이기 위한 n 의 범위는 $\textcircled{\text{㉡}}$ 이다.
빈 칸에 들어갈 값으로 알맞게 짝지은 것은?

- ① $\textcircled{\text{㉠}} m \geq \frac{1}{2}$

② $\textcircled{\text{㉠}} m \geq \frac{3}{2}$
- ③ $\textcircled{\text{㉠}} m > \frac{3}{2}$

④ $\textcircled{\text{㉠}} m > \frac{2}{3}$
- ⑤ $\textcircled{\text{㉠}} m \geq \frac{2}{3}$

⑥ $\textcircled{\text{㉠}} n < \frac{3}{4}$

해설

㉠: 그림처럼, ㉠보다 위에 있을 때 교점이 3개 이다.

$0 = m\left(\frac{1}{2} + 1\right) - 1$ 에서 $m = \frac{2}{3}$

$\therefore m$ 의 범위는 $m > \frac{2}{3}$

㉡: 그림의 ㉡보다 왼쪽에 있을 때 교점이 2개이다.

$y = 2$ 일 때의 교점은 $2 = \left| \frac{1}{x-1} + 2 \right|$

에서

$\left(\frac{3}{4}, 2\right)$

$\therefore n = \frac{3}{4}$

$\therefore n$ 의 범위는 $n \leq \frac{3}{4}$

50. 곡선 $y^2 - 2y + 4x - 3 = 0$ 에 x 축 위의 점 $(a, 0)$ 으로 부터 그은 두 접선이 직교하도록 a 의 값을 정하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

곡선 $y^2 - 2y + 4x - 3 = 0$ 에 접하는 직선의 기울기를 m 이라 하면,
그 접선은 점 $(a, 0)$ 을 지나므로 $y = m(x - a)$
이것을 주어진 식에 대입하여 정리하면,
 $(mx - am)^2 - 2(mx - am) + 4x - 3 = 0$
 $m^2x^2 - 2(am^2 + m - 2)x + a^2m^2 + 2am - 3 = 0$
 $\frac{D}{4} = (am^2 + m - 2)^2 - m^2(a^2m^2 + 2am - 3) = 0$
정리하면, $(1 - a)m^2 - m + 1 = 0$
 m 의 두 근을 α, β 라 하면,
두 접선이 직교하기 위해서는 $\alpha\beta = -1$ 이어야 하므로
 $\alpha\beta = \frac{1}{1 - a} = -1$
 $\therefore a = 2$