

1. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned}(준식) &= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \\&= |x-1| + |x+1| = -(x-1) + (x+1) = 2\end{aligned}$$

2. $-1 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} + |a+1|$ 을 간단히 하면?

- ① 3 ② -3 ③ $2a - 1$
④ $2a + 1$ ⑤ $-2a + 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-2)^2} + |a+1| &= |a-2| + |a+1| \\ &= -(a-2) + a+1 = 3\end{aligned}$$

3. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$ 를 간단히 하면?

① $2a - 2b$ ② $2a$ ③ $-2b$

④ $2a + 2b$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} a > 0, b < 0 \text{ } \diamond \text{] } \text{므로} \\ |a| + |b| + |-a| + |-b| \\ = a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b \end{aligned}$$

4. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$
④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\begin{aligned}& \frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\&= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})} \\&= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

5. 함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 정의역이 $\{x | x \geq a\}$ 이고, 치역이 $\{y | y \geq -3\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$2x - 4 \geq 0 \text{에서 } 2x \geq 4$$

$$\therefore x \geq 2$$

주어진 함수의 정의역이 $\{x | x \geq 2\}$ 이므로

$$a = 2$$

함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 치역은 $\{y | y \geq b\}$ 이므로 $b = -3$

$$\therefore ab = -6$$

6. 함수 $y = -\sqrt{ax+9} - 1$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq -3\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \leq b\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} ax + 9 &\geq 0 \text{에서} \\ ax &\geq -9 \quad \therefore x \geq -\frac{9}{a} \\ \frac{9}{a} &= -3 \text{이므로 } a = 3 \end{aligned}$$

주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \leq -1\}$ 이므로
 $b = -1$

$$\therefore a + b = 3 + (-1) = 2$$

7. $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축으로 m 만큼 y 축으로 n 만큼 평행이동하면
 $y = \sqrt{2x+6} - 2$ 과 일치한다. $n - m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2 \text{이므로}$$

$$y = \sqrt{2x}$$
를 x 축으로 -3 만큼

y 축으로 -2 만큼 평행이동하면 서로 일치한다.

따라서 $m = -3$, $n = -2$ 이므로

$$\therefore n - m = 1$$

8. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축 방향으로 -2만큼
평행이동한 것이다.

$$\therefore m+n = -1 - 2 = -3$$

9. 함수 $y = \sqrt{-4x+12} - 2$ 는 함수 $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$y = \sqrt{-4(x-3)} - 2 = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이고}$$

$$y = 2\sqrt{-x} \xrightarrow[y \cong -2]{x \cong 3} y = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 3 - 2 = 3$$

10. 무리함수 $y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의해 옮긴 그래프의 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로

b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \sqrt{2(x-a)+1} + 2 + b \\ = \sqrt{2x-2a+1} + 2 + b$$

이 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 같으므로

$$a = 2, -2a + 1 = b, 2 + b = c$$

따라서, $a = 2, b = -3, c = -1$ 이므로

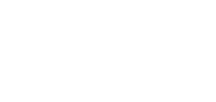
$$\therefore a + b + c = -2$$

11. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$ 가 지나는 모든 사분면은?

- ① 1, 2 사분면 ② 1, 4 사분면
③ 1, 2, 3 사분면 ④ 2, 3, 4 사분면
⑤ 1, 3, 4 사분면

해설

꼭지점이 $(2, 3)$ 이고 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $\therefore 1, 2, 3$ 사분면을 지난다.



12. 함수 $y = \sqrt{3x+6} + 1$ 의 그래프가 지나는 모든 사분면은?

- ① 제 1, 2 사분면 ② 제 1, 3 사분면
③ 제 1, 4 사분면 ④ 제 1, 2, 3 사분면
⑤ 제 1, 3, 4 사분면

해설

$y = \sqrt{3x+6} + 1 = \sqrt{3(x+2)} + 1$
주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
-2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.



따라서 $y = \sqrt{3x+6} + 1$ 의 그래프는 제 1, 2 사분면을 지난다.

13. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에서 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14} - 2$$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14} - 2\right)$ 를 지난다.

② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은

$\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



14. 정의역이 $\{x \mid x < 2\}$ 인 두 함수 $f(x) = \frac{10 - 3x}{x - 2}$, $g(x) = 2\sqrt{5 - x} + 7$ 에 대하여 $(g \circ f)(-2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) \circ] \text{므로} \\(g \circ f)(-2) &= g(f(-2)) \\f(-2) &= \frac{10 - 3 \cdot (-2)}{-2 - 2} = -4 \\\therefore (g \circ f)(-2) &= g(-4) = 2\sqrt{5 - (-4)} + 7 = 13\end{aligned}$$

15. 함수 $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(3)$ 의 값은?

- ① 3 ② 2 ③ 0
④ $2 + \sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}y &= \sqrt{x-1} + 2 \text{에서} \\y - 2 &= \sqrt{x-1} \text{ 이 } \Rightarrow \text{식의 양변을 제곱하면} \\y^2 - 4y + 4 &= x - 1 \\x &= y^2 - 4y + 4 + 1 \\&\text{따라서 } g(x) = x^2 - 4x + 5 \quad (x \geq 2) \text{ } \Rightarrow \text{므로} \\g(3) &= 3^2 - 4 \cdot 3 + 5 = 9 - 12 + 5 = 2\end{aligned}$$

16. 실수 $a, b \neq 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{(-b)^2} = -b$ ② $(-\sqrt{-a})^2 = -a$
③ $\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$ ④ $(\sqrt{a})^2 = -a$
⑤ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ \circ] 면 $a < 0, b < 0$
④의 경우 $(\sqrt{a})^2 = |a| (i)^2 = -|a| = a$ \circ] 므로 옳지 않다.

17. $x-y < 0$, $xy < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 - |y|}$ 를 간단히 하면?

- ① $2x$ ② $2y$ ③ $-2x$
④ $-2y$ ⑤ $2x - 2y$

해설

$$\begin{aligned} x-y &< 0, xy < 0 \Rightarrow x < 0, y > 0 \\ \sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 - |y|} \\ &= \sqrt{(x-y)^2} + |x| - |y| \\ &= |x-y| + |x| - |y| \\ &= -(x-y) - x - y = -2x \end{aligned}$$

18. $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{1}{b} - a$ 의

값은?

① $1 - \sqrt{3}$

② $1 + \sqrt{3}$

③ $3 + \sqrt{3}$

④ $3 - \sqrt{3}$

⑤ $-\frac{5 + \sqrt{3}}{2}$

해설

$$\sqrt{12 - 2\sqrt{27}} = \sqrt{9 - \sqrt{3}} = 3 - \sqrt{3}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2, -2 < -\sqrt{3} < -1, 1 < 3 - \sqrt{3} < 2$$

$$a = 1, b = 3 - \sqrt{3} - 1 = 2 - \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{b} - a = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} - 1 = 2 + \sqrt{3} - 1 = 1 + \sqrt{3}$$

19. $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $\frac{1}{b} - a$ 의 값은?

① $\sqrt{3}$

② $-\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $-2\sqrt{3}$

⑤ 1

해설

$$\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} = \sqrt{19 - 2\sqrt{48}} = \sqrt{16} - \sqrt{3}$$

$$\text{따라서, } a = 2, b = (4 - \sqrt{3}) - 2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{b} - a = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} - 2 = (2 + \sqrt{3}) - 2 = \sqrt{3}$$

20. $x = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 - 6x + 10$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② 0 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{11 + 2\sqrt{18}} = 3 + \sqrt{2} \\x - 3 &= \sqrt{2}, \text{ 양변을 제곱하면} \\x^2 - 6x + 9 &= 2, \text{ 양변에 } 1 \text{ 을 더하면} \\\therefore x^2 - 6x + 10 &= 3\end{aligned}$$

21. x, y 가 유리수이고, 등식 $x^2 + \sqrt{3}y^2 - 2x + 2\sqrt{3}y - 3 - 3\sqrt{3} = 0$ 이 성립할 때, 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

주어진 등식을 $\sqrt{3}$ 에 대하여 정리하면
 $(x^2 - 2x - 3) + (y^2 + 2y - 3)\sqrt{3} = 0$

여기서, $x^2 - 2x - 3, y^2 + 2y - 3$ 이 모두 유리수이고 $\sqrt{3}$ 은 무리수이므로

$x^2 - 2x - 3 = 0$ 이고, $y^2 + 2y - 3 = 0$

$\therefore (x-3)(x+1) = 0$ 이고 $(y+3)(y-1) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$ 이고 $y = -3$ 또는 $y = 1$

따라서, 구하는 x, y 의 쌍은

$(x, y) = (3, 1), (3, -3), (-1, 1), (-1, -3)$

22. 다음 중 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프가 그려지는 사분면을 옳게 나타낸 것을 고르면? (단, $ab \neq 0$)

- ① $ab > 0$ 이면 제 3사분면
- ② $ab < 0$ 이면 제 4사분면
- ③ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면
- ④ $a > 0, b < 0$ 이면 제 1사분면
- ⑤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 2사분면

해설

⑦ $ab > 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b > 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b < 0)$ 이므로
제 1사분면 또는 제 3사분면에 그래프가 그려진다.
㉡ $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b < 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b > 0)$ 이므로
제 2사분면 또는 제 4사분면에 그래프가 그려진다.

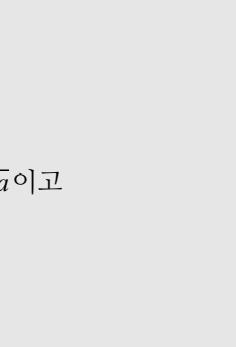
㉢ $a < 0, b > 0$ 이면
제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉣ $a > 0, b < 0$ 이면
제 2사분면에 그래프가 그려진다.

㉤ $a < 0, b < 0$ 이면
제 3사분면에 그래프가 그려진다.

23. $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프의 개형이 아래
그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



해설

$$y = -\sqrt{ax+b} + c = -\sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$$

$$\text{점}(1, 0) \text{에서 시작이므로 } -\frac{b}{a} = 1, c = 0$$

$$\therefore b = -a, c = 0$$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$ 이고

주어진 그래프가 점(0, -1)를 지나므로

$$-1 = -\sqrt{-a}$$

양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

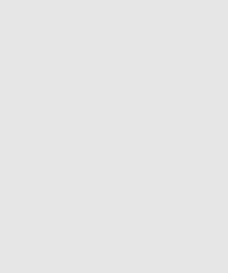
$$\therefore a = -1$$

따라서 $a = -1, b = 1, c = 0$ 으로

$$a+b+c = -1 + 1 + 0 = 0$$

24. 다음 그림은 무리함수 $y = \sqrt{ax + b} + c$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 2
④ -2 ⑤ 3



해설

$$y = \sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$$
의 그래프를 보면

점(1, -2)에서부터 시작하므로

$$-\frac{b}{a} = 1, c = -2$$

$$\therefore -b = a, c = -2$$

$y = \sqrt{ax - a} - 2$ 가 점(5, 0)을 지나므로

$$0 = \sqrt{5a - a} - 2, 2 = \sqrt{4a}$$

양변을 제곱하면 $4 = 4a$

$$\therefore a = 1$$

따라서 $a = 1, b = -1, c = -2$ 므로

$$a + b + c = 1 - 1 - 2 = -2$$

25. 함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

주어진 그래프에서 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의
그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이므로
$$y = \sqrt{ax+b} + c$$
$$\Leftrightarrow y = \sqrt{a(x+1)} - 2$$
 이것이 원점을 지나므로 $0 = \sqrt{a(0+1)} - 2$
$$\therefore \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$
$$y = \sqrt{4x+4} - 2$$
$$\therefore a+b+c = 4+4-2=6$$

26. 원점을 지나는 직선이 두 함수 $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프와 서로 다른 세 점에서 만날 때, 세 점의 x 좌표의 값의 합을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

두 함수 $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{-x}$ 의

그래프는

원점에 대하여 대칭이므로

다음 그림과 같이 원점을 지나는 직

선과 서로 다른 세 점에서 만날 때,

세 점의 x 좌표의 값의 합은 항상 0

이다.

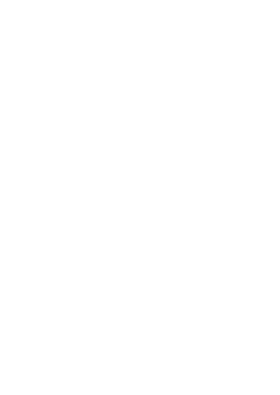


27. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{2x-1}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = mx + 1\}$ 에서 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 \leq m \leq \sqrt{2}$
 ② $-1 \leq m \leq \sqrt{2} - 1$
 ③ $\textcircled{3} -2 \leq m \leq \sqrt{2} - 1$
 ④ $-2 \leq m \leq \sqrt{3} - 1$
 ⑤ $-1 \leq m \leq \sqrt{3} - 1$

해설

그림에서 직선 ③이 점 P를 지날 때부터 ③과 점 Q에서 접할 때까지의 m 의 값이 구하는 범위이다.



(i) 점 $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 을 지날 때, $m = -2$

(ii) 접할 때는 $\sqrt{2x-1} = mx + 1$ 에서

$$m^2x^2 + 2(m-1)x + 2 = 0$$

$$\therefore \frac{D}{4} = (m-1)^2 - 2m^2 = 0$$

$$\therefore m = -1 + \sqrt{2} (\because m > 0)$$

(i), (ii)에서 $-2 \leq m \leq \sqrt{2} - 1$

28. 무리함수 $y = -\sqrt{1-x} + 2$ 의 역함수는?

- ① $y = (x-2)^2 + 1(x \leq 2)$ ② $y = (x-2)^2 - 1(x \leq 2)$
③ $y = -(x-2)^2 + 1(x \leq 2)$ ④ $y = -(x-2)^2 - 1(x \leq 2)$
⑤ $y = -(x+2)^2 + 1(x \leq 2)$

해설

$$y = -\sqrt{1-x} + 2 \text{에서 } 1-x \geq 0 \text{이므로 } x \leq 1$$

$$y-2 = -\sqrt{1-x} \leq 0 \text{이므로 } y \leq 2$$

$$1-x = (y-2)^2, x = -(y-2)^2 + 1$$

x, y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$$\therefore y = -(x-2)^2 + 1(x \leq 2)$$

29. 정의역이 $\{x \mid x > 1\}$ 인 두 함수 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{3(x-1)}$ 에

대하여 $(f \circ g)^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} (f \circ g)^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) &= a \text{라 하면} \\ (f \circ g)(a) &= \frac{1}{4} \text{이고} \\ f(g(a)) &= f(\sqrt{3(a-1)}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{3(a-1)}+1} \text{으로} \\ \frac{1}{\sqrt{3(a-1)}+1} &= \frac{1}{4} \\ \sqrt{3(a-1)}+1 &= 4, \\ \sqrt{3(a-1)} &= 3 \\ 3(a-1) &= 9, a-1 = 3, a = 4 \\ \therefore (f \circ g)^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) &= 4 \end{aligned}$$

30. 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f^{-1}(\sqrt{x+a}-1) = x+b$, $f(1)=0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}f^{-1}(\sqrt{x+a}-1) &= x+b \text{에서} \\f(x+b) &= \sqrt{x+a}-1 \\이 때, f(1) &= 0 \text{이므로} \\\text{위의 식에 } x &= 1-b \text{를 대입하면} \\f(1-b+b) &= \sqrt{1-b+a}-1 \\0 &= \sqrt{1-b+a}-1, \quad \sqrt{a-b+1} = 1 \\a-b+1 &= 1 \\∴ a-b &= 0\end{aligned}$$

31. $\lfloor x \rfloor = x - [x]$ 라 할 때,
 $\lfloor \sqrt{3+2\sqrt{2}} \rfloor - \frac{1}{\lfloor \sqrt{3+2\sqrt{2}} \rfloor}$ 의 값은?(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)

① $-2\sqrt{2}$ ② -2 ③ -1

④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3+2\sqrt{2}} &= \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} \\ &= \sqrt{2}+1 = x \text{라 하자.} \\ [\sqrt{2}+1] &= 2, \quad \lfloor x \rfloor = \sqrt{2}-1 \\ (\text{준식}) &= (\sqrt{2}-1) - \frac{1}{\sqrt{2}-1} \\ &= \sqrt{2}-1 - (\sqrt{2}+1) = -2\end{aligned}$$

32. 다음 등식 $x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \cdots}}}}$ 을 만족하는 x 값을 간단히 한 것은?

- ① $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$ ② $\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ ③ 1.5
④ $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{7})$ ⑤ $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \cdots}}} \\&= \sqrt{\frac{3}{2} + x} \\&\Rightarrow x^2 = \frac{3}{2} + x \\&\Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{2} = 0 \\&x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}\end{aligned}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{7}}{2} (\because x > 0)$$

33. $x = \frac{2a}{1+a^2}$ ($a > 1$) 일 때, $P = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$ 의 값을 구하면?

- ① a ② $a+1$ ③ $a-1$ ④ a^2 ⑤ $\frac{1}{a}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{1+x} &= \sqrt{1 + \frac{2a}{1+a^2}} \\ &= \sqrt{\frac{1+2a+a^2}{1+a^2}} = \frac{\sqrt{(a+1)^2}}{\sqrt{1+a^2}} \\ &= \frac{|a+1|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} \\ (\because \text{조건에서 } a > 1) \quad &\therefore \sqrt{1-x} = \frac{|a-1|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}}\end{aligned}$$

$$\therefore P = \frac{\frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} - \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}}}{\frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}}}$$

$$= \frac{2}{2a} = \frac{1}{a}$$

34. $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{1+\frac{x+y}{4}} - \sqrt{1-\frac{x+y}{4}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1 \\y &= \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}-1, \quad x+y = 2\sqrt{3} \\\sqrt{1+\frac{x+y}{4}} &= \sqrt{1+\frac{2\sqrt{3}}{4}} \\&= \frac{1}{2}\sqrt{4+2\sqrt{3}} \\&= \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1) \\\sqrt{1-\frac{x+y}{4}} &= \sqrt{1-\frac{2\sqrt{3}}{4}} \\&= \frac{1}{2}\sqrt{4-2\sqrt{3}} \\&= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)\end{aligned}$$

주어진 식에 대입하면

$$\frac{1}{\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1) - \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$$

35. x, y 가 유리수일 때, $[x, y] = \sqrt{2}x + y$ 로 정의하자. 유리수 a, b 가 $[2a, 2b] + 1 = [b, a] - 2$ 를 만족할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}[2a, 2b] + 1 &= \sqrt{2}(2a) + 2b + 1 \\ [b, a] - 2 &= \sqrt{2}b + a - 2\end{aligned}$$

$$\therefore (2b + 1) + 2a\sqrt{2} = (a - 2) + b\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} 2b + 1 = a - 2 \\ 2a = b \end{cases} \text{에서}$$

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a + b = -1 - 2 = -3$$

36. 자연수 x, y, z 에 대하여 $\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $x+y+z$ 의 값을 구하면?

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$\sqrt{17+x\sqrt{2}} = y+z\sqrt{2}$ 의 양변을 제곱하면

$$17+x\sqrt{2} = y^2 + 2z^2 + 2yz\sqrt{2}$$

$$\therefore y^2 + 2z^2 = 17 \cdots \textcircled{1}, \quad x = 2yz \cdots \textcircled{2}$$

①에서 $z=1$ 이면 $y = \sqrt{15}$ 이므로 자연수가 아니다.

$$z=2 \text{이면 } y^2 = 9 \quad \therefore y = 3$$

$$z=3 \text{이면 } y^2 = -1 < 0 \text{이므로 모순}$$

$$\therefore x = 12, y = 3, z = 2$$

$$\therefore x+y+z = 17$$

37. $f(x)$ 는 유리수를 계수로 하는 x 의 다항식이고, $f(x) = x^2 + ax + b$, $f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\sqrt{7+2\sqrt{12}} = \sqrt{4+3+2\sqrt{4\times 3}} = 2+\sqrt{3}$$

$$\therefore f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = f(2+\sqrt{3})$$

$$= (2+\sqrt{3})^2 + a(2+\sqrt{3}) + b$$

$$= (7+2a+b) + (4+a)\sqrt{3} = 0$$

그런데, $7+2a+b$, $4+a$ 는 유리수이므로 무리수의 상등에 관한 정리에서

$$7+2a+b = 0, 4+a = 0 \quad \therefore a = -4, b = 1$$

$$\therefore a - b = -4 - 1 = -5$$

해설

$f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = 0$ 이므로 $\sqrt{7+2\sqrt{12}} = 2+\sqrt{3}$ 은 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이고, a, b 가 유리수이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합 $4 = -a$, 두 근의 곱 $1 = b$

$$\therefore a - b = -4 - 1 = -5$$

38. 함수 $y = \frac{ax+8}{x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = 6$, $y = -1$ 일 때, 함수 $y = \sqrt{bx-a}$ 의 정의역에 속하는 정수의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{ax+8}{x+b} = \frac{8-ab}{x+b} + a \quad \text{○} \text{고}$$

점근선의 방정식이 $x = -b = 6$, $y = a = -1$ 이므로 $a = -1$, $b = -6$

함수 $y = \sqrt{-6x+1}$ 의 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{6}\right\}$ 이므로 구하는 정수의 최댓값은 0 이다.

39. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$, $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 에 대하여 $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-2 \leq x \leq 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 과 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



o] 때, $y = x + r$ 의 그래프가
 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다
아래에 있으므로 $r < 3$
또한, $y = x + r$ 의 그래프가
 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다
위에 있으므로 $r > \frac{2}{3}$
 $\therefore \frac{2}{3} < r < 3$
따라서 $r_1 = \frac{2}{3}$, $r_2 = 3$ 이므로
 $\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$

40. 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{2-x} & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여

$(f \circ f)(k) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$(f \circ f)(k) = f(f(k)) = 2$ 에서

$f(k) = k'$ 이라 하면 $f(k') = 2$

i) $k' \geq 0$ 이면

$y = 1 - \sqrt{x}$ 이고, $y \leq 1$ 이므로

함수값이 2가 될 수 없다.

$\therefore k' < 0$

ii) $k' < 0$ 이므로

$$f(k') = \sqrt{2-k'} = 2$$

$$2 - k' = 4 \quad \therefore k' = -2$$

$f(k) = -2$ 인 k 의 값을 구하면 된다.

iii) $k < 0$ 이면

$y = \sqrt{2-x}$ ($x < 0$)이고, $y > \sqrt{2}$ 이므로

함수값이 -2가 될 수 없다.

$\therefore k \geq 0$

iv) $k \geq 0$ 이므로

$$f(k) = 1 - \sqrt{k} = -2$$

$$\therefore k = 9$$

41. a 가 실수일 때, 다음 식이 성립하기 위한 a 값의 범위를 구하면?

$$a \sqrt{1 - \left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{a^2 - 1}$$

- ① $a > 0$ ② $a \geq 1$
③ $a = -1$ 또는 $a \geq 1$ ④ $a \geq 1$ 또는 $a \leq -1$
⑤ $a > 1$ 또는 $a < -1$

해설

$$\text{좌변} = a \sqrt{\frac{a^2 - (1)^2}{(a)^2}} = \frac{a}{|a|} \sqrt{a^2 - 1}$$

$$\therefore \frac{a}{|a|} \sqrt{a^2 - 1} = \sqrt{a^2 - 1} \text{에서}$$

$$\sqrt{a^2 - 1} \left(\frac{a}{|a|} - 1 \right) = 0 \circ] \text{므로}$$

$$\sqrt{a^2 - 1} = 0 \text{ 또는 } \frac{a}{|a|} = 1$$

$$\therefore a = \pm 1 \text{ 또는 } a > 0 \cdots \textcircled{\text{①}}$$

한편 근호 안의 값은 양수이므로

$$a^2 - 1 \geq 0 \text{으로부터 } a \geq 1 \text{ 또는 } a \leq -1 \cdots \textcircled{\text{②}}$$

$$\therefore \textcircled{\text{①}}, \textcircled{\text{②}} \text{에서 } a = -1 \text{ 또는 } a \geq 1$$

42. $x^2 + 6x + 4 = 0$ 의 두 근이 a, b 일 때, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값은?

- ① -3 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

해설

$$x^2 + 6x + 4 = 0 \\ a + b = -6, ab = 4 \Rightarrow a < 0, b < 0$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{b})^2 + (\sqrt{a})^2}{\sqrt{a} \sqrt{b}} = \frac{b + a}{-\sqrt{ab}}$$

$$\therefore \frac{-6}{-2} = 3$$

43. $a = \sqrt{10 - 8\sqrt{3 - \sqrt{8}}}$ 에 대하여 $f(x) = [x], g(x) = x - [x]$ 일 때,
 $\frac{14}{f(a) + g(a)} - \frac{2}{g(a)}$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수
 이다.)

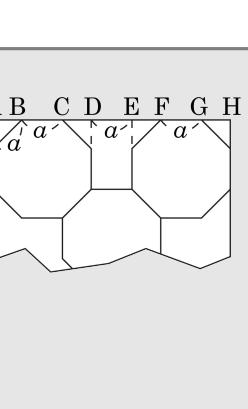
Ⓐ 2 Ⓑ $2 + \sqrt{2}$ Ⓒ $\frac{7}{2}$
 Ⓓ 4 Ⓔ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{10 - 8\sqrt{3 - \sqrt{8}}} = \sqrt{10 - 8\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}} \\ &= \sqrt{10 - 8(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{18 - 8\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{18 - 2\sqrt{32}} \\ \therefore a &= 4 - \sqrt{2} = 2. \times \times \times \\ [a] &= 2, f(a) = [a] = 2 \\ g(a) &= a - [a] = 4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2} \\ \therefore \frac{14}{f(a) + g(a)} - \frac{2}{g(a)} &= \frac{14}{4 - \sqrt{2}} - \frac{2}{2 - \sqrt{2}} = 2 \end{aligned}$$

44. 한 변의 길이가 2인 정사각형의 내부에 그림과 같이 합동인 5개의 정팔각형이 위치할 때, 한 개의 정팔각형의 넓이는?

- ① $2(5\sqrt{2} - 7)$ ② $4(5\sqrt{2} - 7)$
 ③ $6(5\sqrt{2} - 7)$ ④ $8(5\sqrt{2} - 7)$
 ⑤ $10(5\sqrt{2} - 7)$



해설

정팔각형의 한 변의 길이를 a 라 하면

$$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF} = \overline{GH} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \overline{AH} = 3a + 4 \times \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$= (3 + 2\sqrt{2})a$$

그런데 문제의 조건에서 $\overline{AH} = 2$ 이므로

$$(3 + 2\sqrt{2})a = 2$$

$$\therefore a = \frac{2}{3 + 2\sqrt{2}} = 2(3 - 2\sqrt{2})$$

따라서 한 개의 정팔각형의 넓이는 한 변의 길이가 \overline{AD} 인 정사각형의 넓이에서

네 귀퉁이의 직각이등변삼각형의 넓이를 뺀 값과 같으므로

$$\left(a + 2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = (2 + 2\sqrt{2})a^2$$

$$\therefore (2 + 2\sqrt{2})a^2 = (2 + 2\sqrt{2}) \left\{2(3 - 2\sqrt{2})\right\}^2$$

$$= 8(5\sqrt{2} - 7)$$

45. a, b 는 실수이고, $a^3 = 26 + 15\sqrt{3}$, $b^3 = 26 - 15\sqrt{3}$ 일 때, $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ 의 값을 구하면?

- ① $-2\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $\sqrt{3}$ ⑤ $-3\sqrt{3}$

해설

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 52$$

$$(ab)^3 = (26 + 15\sqrt{3})(26 - 15\sqrt{3}) = 1 \quad \therefore ab = 1$$

$a+b=t$ 라 하면

$$t^3 - 3t - 52 = 0, \quad (t-4)(t^2 + 4t + 13) = 0$$

a, b 가 실수이므로 t 도 실수이다.

$$t = 4 \text{이므로 } a+b = 4$$

$$\text{준식} = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}$$

$$= \frac{a+b+2\sqrt{ab}}{a-b}$$

$$a+b=4, \quad ab=1 \text{이므로 } a, b \text{는 } x^2 - 4x + 1 = 0 \text{의 근이}$$

$$a^3 > b^3 \text{이므로 } a > b$$

$$\therefore a = 2 + \sqrt{3}, \quad b = 2 - \sqrt{3} \quad \therefore a-b = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{4+2}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

46. $x = \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{3}-2}$ 일 때, $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 10x - 4$ 의 값은
구하면?

- ① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{3}-2} \text{에서}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}+2} = a, \sqrt[3]{\sqrt{3}-2} = b \text{ 라 하면}$$

$$x = a - b, ab = -1$$

$$x^3 = (a - b)^3$$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$= \sqrt{3} + 2 - (\sqrt{3} - 2) + 3x = 4 + 3x$$

$$\therefore x^3 - 3x - 4 = 0$$

$$\therefore x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 10x - 4$$

$$= (x^3 - 3x - 4)(x + 2) + 4$$

$$= 0 + 4 = 4$$

47. $\{(x, y) \mid y = \sqrt{x-3}\} \cap \{(x, y) \mid y = mx + 1\} \neq \emptyset$ 인 m 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{9}$

해설

$y = \sqrt{x-3}$ ①은

$y = \sqrt{x}$ 를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

$y = mx + 1$ ②의 y 절편은 항상 1이다.

②식이 ①식에 접할 때, $m = -\frac{1}{3}$ ㉠

②식이 ①식에 접할 때,

$\sqrt{x-3} = mx + 1$ 에서 양변 제곱하여 정리하면

$m^2x^2 + (2m-1)x + 4 = 0$

$D = 0$ 에서 $m = \frac{1}{6}, -\frac{1}{2}$

$m > 0$ 이므로 $m = \frac{1}{6}$ ㉡

㉠, ㉡으로부터

$-\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{6} \quad \therefore a = \frac{1}{6}, b = -\frac{1}{3}$

$\therefore a + b = -\frac{1}{6}$

48. 두 함수 $y = \sqrt{-2x+3}$, $x = \sqrt{-2y+3}$ 의 그래프의 교점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

함수 $y = \sqrt{-2x+3}$ 에서 x 와 y 를 서로 바꾸면

$x = \sqrt{-2y+3}$ 이므로 두 함수는 서로

역함수의

관계에 있다.

따라서, 두 함수 $y = \sqrt{-2x+3}$,

$x = \sqrt{-2y+3}$ 의 그래프는

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

즉, 두 함수 $y = \sqrt{-2x+3}$, $x = \sqrt{-2y+3}$ 의

그래프는 아래 그림과 같으므로

두 함수의 그래프의 교점은

함수 $y = \sqrt{-2x+3}$ 의 그래프와

직선 $y = x$ 의 교점과 같다.

두 식을 연립한 방정식 $\sqrt{-2x+3} = x$ 의 을

제곱하면, $-2x+3 = x^2$, $x^2 + 2x - 3 = 0$

$$(x-1)(x+3) = 0$$

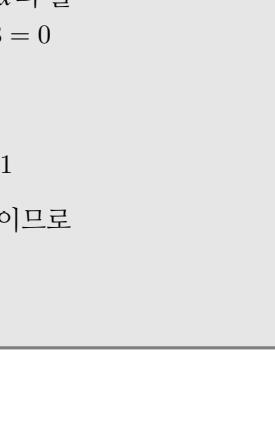
$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -3$$

그런데 $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$ 이므로 $x = 1$, $y = 1$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로

$$a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$



49. 세 집합 $A = \{(x, y) \mid y = m(x+1) - 1, m \in \text{실수}\}$ $B = \{(x, y) \mid y = \left| \frac{1}{x-1} + 2 \right|, x \neq 1\}$ $C = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x-n} + 2, x \geq n\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 3$ 이기 위한 m 의 범위는 $\textcircled{④} n(B \cap C) = 2$ 이기 위한 n 의 범위는 $\textcircled{⑤}$ 이다.

- | |
|---|
| ① $\textcircled{⑦} m \geq \frac{1}{2}$ ② $\textcircled{⑦} m \geq \frac{3}{2}$ ③ $\textcircled{⑦} m > \frac{3}{2}$ ④ $\textcircled{⑦} m > \frac{2}{3}$
⑤ $\textcircled{⑦} m \geq \frac{2}{3}$ ⑥ $\textcircled{⑦} m < \frac{3}{4}$ |
|---|

해설

⑦: 그림처럼, ⑦보다 위에 있을 때
교점이 3개이다.

$$0 = m \left(\frac{1}{2} + 1 \right) - 1 \text{에서 } m = \frac{2}{3}$$

$$\therefore m \text{의 범위는 } m > \frac{2}{3}$$

⑦: 그림의 ⑦보다 왼쪽에 있을 때
교점이 2개이다.

$$y = 2 \text{ 일 때의 교점은 } 2 = \left| \frac{1}{x-1} + 2 \right|$$

에서

$$\left(\frac{3}{4}, 2 \right)$$

$$\therefore n = \frac{3}{4}$$

$$\therefore n \text{의 범위는 } n \leq \frac{3}{4}$$



50. 곡선 $y^2 - 2y + 4x - 3 = 0$ 에 x 축 위의 점 $(a, 0)$ 으로 부터 그은 두 접선이 직교하도록 a 의 값을 정하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

곡선 $y^2 - 2y + 4x - 3 = 0$ 에 접하는 직선의 기울기를 m 이라 하면,

그 접선은 점 $(a, 0)$ 을 지나므로 $y = m(x - a)$

이것을 주어진 식에 대입하여 정리하면,

$$(mx - am)^2 - 2(mx - am) + 4x - 3 = 0$$

$$m^2x^2 - 2(am^2 + m - 2)x + a^2m^2 + 2am - 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (am^2 + m - 2)^2 - m^2(a^2m^2 + 2am - 3) = 0$$

$$\text{정리하면, } (1 - a)m^2 - m + 1 = 0$$

m 의 두 근을 α, β 라 하면,

두 접선이 직교하기 위해서는 $\alpha\beta = -1$ 이어야 하므로

$$\alpha\beta = \frac{1}{1 - a} = -1$$

$$\therefore a = 2$$