1. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 5 가지

해설

짝수의 눈 : $2, 4, 6$ (3 가지)

소수의 눈 : $2, 3, 5$ (3 가지)

짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)

따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는

$3 + 3 - 1 = 5$ 이다.

$\therefore 5$ 가지

2. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7　　② 8　　③ 9　　④ 10　　⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$: 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$: 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$ (가지)

$\therefore 9$

3. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

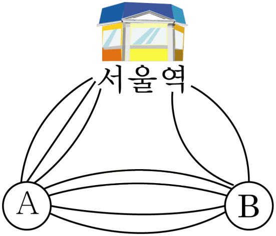
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$216 = 2^3 \times 3^3$,

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 에서 G.C.D.는 $2^3 \times 3^2$

따라서 공약수의 개수는 $(3+1)(2+1) = 12$

4. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A와 B를 왕복하는 방법의 수를 구하시오.(단, A에서 출발한다.)



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

(i) $A \to$ 서울역 $\to B \to A$

: $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

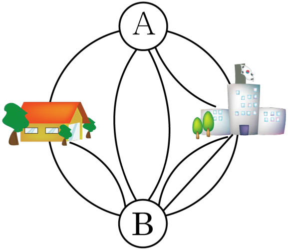
(ii) $A \to B \to$ 서울역 $\to A$

: $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

(i), (ii) 이므로

$24 + 24 = 48$ (가지)

5. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



① 22 ② 34 ③ 47 ④ 54 ⑤ 66

해설

(1) 집 $\rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 = 2$

(2) 집 $\rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $2 \times 3 = 6$

(3) 집 $\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$

(4) 집 $\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$

$\therefore\ 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

6. ${}_5P_0 = a,\ {}_5P_5 = b$라 할 때, $b-a$의 값은?

① 104 ② 111 ③ 115 ④ 119 ⑤ 120

해설

$a = {}_5P_0 = 1$

$b = {}_5P_5 = 5! = 120$

$\therefore\ b - a = 119$

7. 재현이네 학교에서 학생 회장 선거에 n 명의 후보가 출마했다. 이 중 회장, 부회장, 서기를 뽑는 방법의 수가 120가지였을 때, n의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

n 명의 후보 중 회장, 부회장 서기를 뽑는 방법의 수는 ${}_nP_3$

${}_nP_3 = n(n-1)(n-2) = 120$

$120 = 6 \times 5 \times 4$ 이므로 $n = 6$

8. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① $7!$ ② $7! \times 2!$ ③ $6! \times 2!$

④ $6!$ ⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 $6!$,

묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 $2!$ 이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

9. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72　② 112　③ 144　④ 216　⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.

$4! \times 3! = 144$

10. ‘busan’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 12 개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.

$3! \times 2! = 12$

11. 다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수이려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.

따라서, $1, 2, 3, 4$ 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는

${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

12. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지 ② 98가지 ③ 132가지

④ 162가지 ⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는모두 3가지이다.

$\therefore\ 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162$가지

13. 10종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

${}_{10}C_3 = 120$

14. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9 개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$\therefore\ {}_9C_2 = 36$

15. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35 ② 72 ③ 108 ④ 144 ⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.

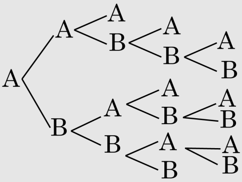
$\therefore\ {}_3C_2 \times 4! = 72$

16. A, B 두 사람이 테니스 경기를 하는데, 경기는 5세트 중 3세트 이기는 쪽이 승리한다. A가 먼저 1승을 거둔 상태에서 승부가 결정될 때까지 일어날 수 있는 모든 경우의 수는?

▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 10가지

해설



17. 100 원짜리, 50 원짜리, 10 원짜리 세 종류의 동전으로 200 원을 지불할 수 있는 경우의 수는 몇 가지인가? (모든 종류의 동전을 사용할 필요는 없다.)

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

(100 원짜리, 50 원짜리, 10 원짜리) 각각의 순서쌍을 구하면
$(2,0,0)$, $(1,2,0)$, $(1,1,5)$, $(1,0,10)$, $(0,4,0)$, $(0,3,5)$, $(0,2,10)$, $(0,1,15)$, $(0,0,20)$
$\therefore$ 9가지

18. 100원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 2개, 10원짜리 동전 2개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b라 할 때, $a+b$의 값은? (단, 0원은 제외)

① 14 ② 26 ③ 40 ④ 46 ⑤ 66

해설

각 동전을 사용하여 지불 할 수 있는 방법의 가짓수는 100원짜리가 3가지, 50원짜리가 3가지, 10원짜리가 3가지이고, 0원이면 지불하는 것이 아니므로

(지불 방법의 수)$=(2+1)(2+1)(2+1)-1=26$(가지)

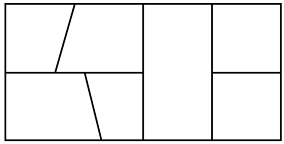
지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로 100원짜리 동전 2개를 50원짜리 동전 4개로 바꿔 생각한다.

즉, 50원짜리 동전 6개와 10원짜리 동전 2개로 지불할수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.

$\therefore$(지불 금액의 수) $=(6+1)(2+1)-1=20$(가지)

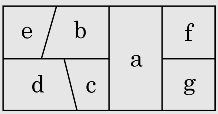
$\therefore a+b=26+20=46$

19. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 5 가지 색을 사용하여 다음 그림과 같은 도형의 각 면을 색칠하려고 한다. 변의 일부 또는 전부를 공유하는 두 면은 같은 색을 사용하지 않도록 할 때, 모든 면을 색칠하는 방법의 수는?



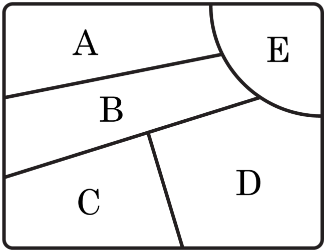
① 4020 ② 5160 ③ 6480 ④ 7260 ⑤ 8400

해설



a 에 색칠하는 방법의 수는 5 가지
b 에 색칠하는 방법의 수는 4 가지
c 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지
d 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지
e 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지이므로
a, b, c, d, e 에 색칠하는 방법의 수는
$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)
f 에 색칠하는 방법의 수는 4 가지
g 에 색칠하는 방법의 수는 3 가지 이므로
f, g 에 색칠하는 방법의 수는 $4 \times 3 = 12$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
$540 \times 12 = 6480$ (가지)

20. 다음 그림과 같은 사각형 안에 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑의 다섯 가지 색을 이웃하는 면에만 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠할 수 있는 모든 경우의 수는?



① 120가지 ② 240가지 ③ 360가지

④ 480가지 ⑤ 540가지

해설

서로 같은 색을 칠할 수 있는 순서쌍은 A – C, A – D, C – E가 있다.

5가지 색을 사용하는 경우 : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)

4가지 색을 사용하는 경우 : $3 \times (5 \times 4 \times 3 \times 2) = 360$ (가지)

3가지 색을 사용하는 경우 : $5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)

$\therefore\ 120 + 360 + 60 = 540$ (가지)

21. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

$_4P_2 = 12$

22. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지

④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

23. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24　② 30　③ 60　④ 72　⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$$

24. $april$의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, p, r, l은 이 순서로 나열하는 방법의 수는?

① 20 ② 24 ③ 30 ④ 60 ⑤ 120

해설

5 개의 문자를 나열한 후 p, r, l을 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$\therefore \dfrac{5!}{3!} = 20$

25. $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 6 개의 숫자를 사용하여 만든 6 자리의 수 중에서 5 의 배수의 개수는?

① 64 개　　② 128 개　　③ 144 개

④ 216 개　　⑤ 256 개

해설

5 의 배수는 일의 자리에 0 이 오거나 5 가 온다.

(i) 일의 자리가 0 인 수의 개수는
나머지 다섯 자리에 $1, 2, 3, 4, 5$ 를 배열하는 순열의 수와 같으므로 $5! = 120$

(ii) 일의 자리가 5 인 수의 개수는
맨 앞에는 0 이 올 수 없으므로 $4 \times 4! = 96$

(i), (ii) 에서 구하는 5 의 배수의 개수는

$120 + 96 = 216$

26. 0, 0, 1, 2, 3, 4를 써 놓은 6장의 카드 중에서 3장을 뽑아 나열하여 세 자리 정수를 만들 때, 짝수의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 34 개

해설

1의 자리에 0, 2, 4가 오면 짝수이므로

$\times\times 0$ 의 꼴 $\rightarrow 4\times4$, $\times\times 2$ 의 꼴 $\rightarrow 3\times3$, $\times\times 4$ 의 꼴 $\rightarrow 3\times3$

따라서 짝수의 개수는 $4\times4+3\times3+3\times3=34$ (개)

27. 두 자연수 $a,\ b$ 에 대하여 등식 ${}_{15}C_a = {}_{15}C_{6-b}$ 가 성립할 때, 순서쌍 $(a,\ b)$ 의 개수는?

① 12　　② 11　　③ 10　　④ 9　　⑤ 8

해설

${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로 ${}_{15}C_a = {}_{15}C_{6-b}$ 에서,

$a+6-b=15 \quad \therefore\ a-b=9$

또한 ${}_{15}C_a = {}_{15}C_{6-b}$ 에서 $a=6-b$ 이므로

$\therefore\ a+b=6$

따라서 두 자연수 $a,\ b$ 의 순서쌍의 개수는

$(10,\ 1),\ (11,\ 2),\ (12,\ 3),\ (13,\ 4),$

$(14,\ 5),\ (15,\ 6),\ (1,\ 5),\ (2,\ 4),$

$(3,\ 3),\ (4,\ 2),\ (5,\ 1)$ 의 11 개이다.

28. 다음 등식 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① ${}_{n}C_{0} = {}_{n}C_{n}$　　② ${}_{n}P_{r} = {}_{n}C_{r} \times r!$

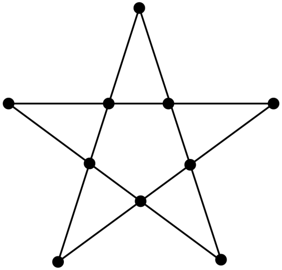
③ ${}_{n-1}C_{r} + {}_{n-1}C_{r-1} = {}_{n}C_{r}$　　④ ${}_{n+1}C_{r} = {}_{n+1}C_{n-r}$

⑤ ${}_{n}C_{r} = \dfrac{n!}{(n-r)!r!}$

해설

④ ${}_{n+1}C_{r} = {}_{n+1}C_{n+1-r}$ (거짓)

29. 오른쪽 그림처럼 별 모양 위에 10 개의 점이 있다. 이 점들을 이어 만들 수 있는 직선의 개수를 구하면?



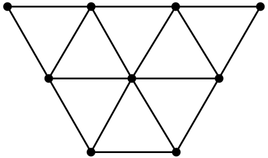
① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

직선의 개수는 10개 점 중에서 2개를 선택하면 하나의 직선이 결정된다.
그러나 이때, 일직선 위에 있는 2점을 선택하는 경우는 중복되는 경우이므로 빼주어야 한다. 또 주의할 것은 이렇게 중복되는 경우를 제외하다보면 각 별 모양을 이루는 5개의 직선을 전부 제외하므로 5를 더해주면 된다.

${}_{10}C_2 -{}_4 C_2 \times 5 + 5 = 20$

30. 다음 그림과 같이 도형 위에 9 개의 점이 놓여 있다. 9 개의 점 중에서 서로 다른 세 점을 택하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 71 ② 73 ③ 75 ④ 77 ⑤ 79

해설

9 개의 점 중에서 세 점을 택하는 방법의 수는

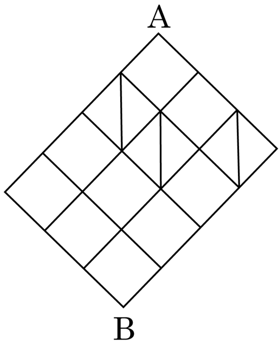
${}_9C_3 = 84$ (개)

일직선 위에 있는 세 점을 택하는 방법의 수는

${}_4C_3 + {}_3C_3 \times 5 = 9$ (개)

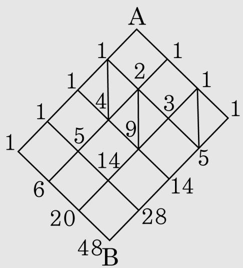
따라서 구하는 삼각형의 개수는 $84 - 9 = 75$ (개)

31. 다음과 같은 통로가 있다. A에 공을 넣으면 통로를 지나 B로 나오게 되어 있다. A에 하나의 공을 넣을 때, 공이 지나는 경로의 수는?



① 34　② 36　③ 41　④ 48　⑤ 52

해설



32. 남자 아이 4명과 여자 아이 3명이 일렬로 서서 기차놀이를 하려하고 있다. 단 여자 아이들은 연속해서 줄세우지 않고 기차를 만든다면 몇 가지의 기차를 만들 수 있는지 구하여라.

▶ **답 :** ____가지

▷ **정답 :** 1440가지

해설

남자아이 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4! = 24$
남자아이들 사이 및 양끝에 5 개의 자리 중 3 개의 자리에 여자아이를 세우는 방법의 수는 ${}_5P_3 = 60$
따라서 구하는 방법의 수는 $24 \times 60 = 1440$

33. 카드 4장이 있는데, 앞쪽과 뒤쪽에 각각 0과 1, 2와 3, 4와 5, 6과 7이라는 숫자가 하나씩 적혀 있다. 이들 카드 4장을 한 줄로 늘어놓아서 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수는?

① 250 ② 270 ③ 272 ④ 336 ⑤ 384

해설

구하는 네자리 정수를 빈 칸으로 하고 카드를 뽑아다 채운다면, 천의 자리는 4장의 카드 앞, 뒷면 8가지 가운데 0을 뺀 7가지이고, 만의 자리는 카드 세 장의 앞, 뒷면이 올 수 있으므로 6가지

□	□	□	□
↑	↑	↑	↑
7	6	4	2
가지	가지	가지	가지

이와 같은 방법으로 하면 총 경우의 수는

$7 \times 6 \times 4 \times 2 = 336$ (가지)

34. 세 자리의 정수 중 0 이 반드시 포함된 세 자리 정수는 모두 몇 가지인가?

① 150 ② 171 ③ 180 ④ 187 ⑤ 210

해설

0 이 반드시 포함된 경우라는 것은 0 이 적어도 하나 포함된 경우로 해석이 가능하므로 여사건을 이용한다.
세 자리 정수이므로 백의 자리에 가능한 수는 9 가지,
십의 자리 수는 10 가지, 일의 자리 수는 10가지 이므로 총 900 가지
여기에서 여사건인 0 이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼면 된다.
이것은 세 자리 수 모두 1 에서 9 사이의 수로 구성된 경우이다.
$\therefore 900 - 9^3 = 900 - 729 = 171$

35. ${}_nP_r = 360,\ {}_nC_r = 15$ 일 때, $n+r$ 의 값은?

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad {}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$\Rightarrow r! = 24, r = 4$

$${}_nP_4 = \frac{n!}{(n-4)!} = n(n-1)(n-2)(n-3) = 360$$

$\Rightarrow 360 = 6 \times 5 \times 4 \times 3$

$\therefore n = 6$

따라서 $n + r = 10$

36. 대학수학능력시험에서 과학탐구 영역을 선택하는 학생은 물리Ⅰ, 화학Ⅰ, 생물Ⅰ, 지구과학Ⅰ, 물리Ⅱ, 화학Ⅱ, 생물Ⅱ, 지구과학Ⅱ 이 8개 과목 중에서 최대 4과목까지 응시할 수 있다. 단, 물리Ⅱ, 화학Ⅱ, 생물Ⅱ, 지구과학Ⅱ의 4개 과목에서는 2과목까지만 선택할 수 있다. 어떤 학생이 과학탐구 영역에서 3개 과목을 선택하려고 할 때, 모든 경우의 수는?

① 48 ② 52 ③ 56 ④ 62 ⑤ 74

해설

(Ⅰ, Ⅱ) $=(3,0),\ (2,1),\ (1,2)$가 가능하고
각각의 경우를 구해 더한다.
$\therefore\ {}_4C_3 + {}_4C_2 \times {}_4C_1 + {}_4C_1 \times {}_4C_2 = 52$

37. H고등학교 앞 분식점 메뉴에는 라면 요리가 4가지, 튀김 요리가 5가지 있다. 이 때, 라면 요리 2가지, 튀김 요리 3가지를 주문하는 방법의 수를 a ,특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지가 반드시 포함되도록 5가지 요리를 주문하는 방법의 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=75$

해설

라면 요리 4 가지 중에서 2가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이고, 튀김 요리 5 가지 중에서 3 가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_5\mathrm{C}_3$ 이므로

$a={}_4\mathrm{C}_2\times{}_5\mathrm{C}_3$

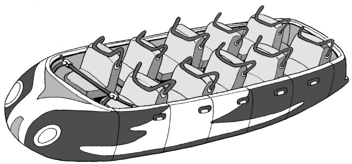
$=\dfrac{4\times3}{2\times1}\times\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=60$

또, 특정한 라면 요리 1 가지와 특정한 튀김 요리 2 가지를 포함하여 5 가지 요리를 주문하는 방법의 수는 특정한 라면 요리 1 가지와 튀김 요리 2 가지를 제외하고 나머지 6 가지의 요리 중에서 2 가지를 주문하는 방법과 같으므로

$b={}_6\mathrm{C}_2=\dfrac{6\times5}{2\times1}=15$

따라서 $a+b=60+15=75$

38. 남학생 2 명과 여학생 2 명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 한 줄에 2 개의 의자가 있고 모두 5 줄로 되어 있다. 남학생 1 명과 여학생 1 명이 짝을 지어 2 명씩 같은 줄에 앉을 때, 4 명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 80 가지

해설

남학생을 A, B 라 하고, 여학생을 a, b 라 하면
짝을 이루는 방법은 (Aa, Bb), (Ab, Ba) 두 가지가 있다. 이때, 5 줄 중 2 줄에 앉아야 하고 각 줄에서 남학생과 여학생이 자리를 바꿀 수 있으므로
$2 \times {}_5\mathrm{C}_2 \times 2 \times 2 = 80$

39. 칠각형의 서로 다른 대각선의 교점은 최대 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ **답 :** ____ 개

▷ **정답 :** 35 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4개의 점에 의해 결정되므로 칠각형의 대각선의 교점의 최대 개수는

${}_7C_4 = 35$

40. 가로로 6개의 평행선과 세로로 4개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이때, 만들 수 있는 평행사변형은 모두 몇 개인가?

① 60 개 ② 90 개 ③ 120 개
④ 150 개 ⑤ 180 개

해설

가로와 세로에서 각각 2개씩을 선택하면 하나의 평행사변형이 만들어진다.
가로 줄에서 2개를 선택하는 경우의 수는
$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15,$$
세로 줄에서 2개를 선택하는 경우의 수는
$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$
따라서 구하는 평행사변형의 개수는 $15 \times 6 = 90$(개)

41. 토정비결에서는 다음 조건에 맞는 3개의 수 A, B, C로 각 사람의 그 해의 운세 | A | B | C |를 결정한다.

> (1) A는 태어난 해에 해당하는 수를 3으로 나눈 나머지
> (2) B는 태어난 달에 해당하는 수를 6으로 나눈 나머지
> (3) C는 태어난 날에 해당하는 수를 8로 나눈 나머지

토정비결에 있는 서로 다른 운세 | A | B | C |는 모두 몇 가지인가?
(단, 나머지가 0인 경우에는 나누는 수를 나머지로 한다)

① 64가지 ② 144가지 ③ 127가지
④ 216가지 ⑤ 254가지

해설

A는 1, 2, 3 총 3가지, B는 1부터 6까지 총 6가지, C는 1부터 8까지 총 8가지
따라서 총 가지 수는 $3 \times 6 \times 8 = 144$가지

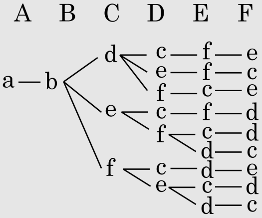
42. 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1장씩 나누어 줄 때 6명 중 어느 2명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?

① 60가지 ② 85가지 ③ 120가지

④ 135가지 ⑤ 145가지

해설

A, B, C, D, E, F 의 6 명과 수험표를 a, b, c, d, e, f 라 하고 수형도를 그린다.



$\therefore$ (A, B) 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고, 또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지이다.

$\therefore$ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$(가지)

43. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 4 개를 사용하여 거스름돈 없이 지불하는 경우에 지불방법의 수를 a, 지불금액의 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 98 가지

해설

10 원, 50 원, 100 원짜리 동전을 각각 x 개, y 개, z 개 사용한다고 하면,

1) 지불방법의 수는

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

$y = 0, 1, 2, 3$

$z = 0, 1, 2$

중에서 $x = y = z = 0$ 을 제외한 지불방법의 총 가짓수 a 는,

$a = 5 \times 4 \times 3 - 1 = 59$ (가지)

2) 지불금액의 수를 구할 때 50 원짜리가 3 개이므로 이 중 2 개를 합하면 100 원짜리 하나와 같으므로 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꾸어 생각한다.

즉, 50 원짜리 7 개, 10 원짜리 4 개로 계산하는 금액과 동일하다.

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

$y = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

중에서 $x = y = z = 0$ 을 제외한 지불금액의 총 가짓수 b 는,

$b = 5 \times 8 - 1 = 39$

$\therefore a + b = 59 + 39 = 98$

해설

a 를 구하기 위하여 동전 1 개, 2 개, $\cdots\cdots$9 개로 각각 만들 수 있는 금액의 경우를 알아보면,

동전 1 개 $\Rightarrow$ 10, 50, 100

동전 2 개 $\Rightarrow$ 20, 60, 100, 110, 150, 200

동전 3 개 $\Rightarrow$ 30, 70, 110, 120, 150, 160, 200, 210, 250

동전 4 개 $\Rightarrow$ 40, 80, 120, 130, 160, 170, 210, 220, 250, 260, 300

동전 5 개 $\Rightarrow$ 90, 130, 140, 170, 180, 220, 230, 260, 270, 310, 350

동전 6 개 $\Rightarrow$ 140, 180, 190, 230, 240, 270, 280, 320, 360

동전 7 개 $\Rightarrow$ 190, 240, 280, 290, 330, 370

동전 8 개 $\Rightarrow$ 290, 340, 380

동전 9 개 $\Rightarrow$ 390

이상에서, 지불방법의 총 가짓수 a 는,

$a = 3 + 6 + 9 + 11 + 11 + 9 + 6 + 3 + 1 = 59$ (가지)

44. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세 가지 상태 a, b, c로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용된다고 하자.

> 규칙1: 에너지가 증가하면 b상태의 전자는 c상태로 올라가고, a상태의 전자 중 일부는 b상태로, 나머지는 c상태로 올라간다.
> 규칙2: 에너지가 감소하면 b상태의 전자는 a상태로 내려가고, c상태의 전자 중 일부는 b상태로, 나머지는 a상태로내 려간다.

<단계1>에서 전자는 a상태에 있다. 에너지가 증가하여 <단계2>가 되면 이 전자는 b상태 또는 c상태가 된다. 이때, 이 전자가 취할 수 있는 변화의 경로는 $a \to b$와 $a \to c$의 2가지이다. 다시 에너지가 감소하여 <단계3>이 되면, 이 때까지의 가능한 변화 경로는 $a \to b \to a$, $a \to c \to b$, $a \to c \to a$의 3가지이다. 이와 같이 순서대로 에너지가 증감을 반복할 때, <단계1>부터 <단계7>까지 이 전자의 가능한 변화 경로의 수는?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

단계 1 : 1가지,
단계 2 : 2가지,
단계 3 : 3가지,
단계 4 : 5가지 $\cdots$
즉, 피보나치 수열을 이룬다.
따라서 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, $\cdots\cdots$
$\therefore$ 단계 7 : 21

45. 다음은 고속 철도 *KTX* 의 호남선 운행 노선의 일부이다.

송정리 – 목포

용산 – 광명 – 서대전 – 익산

광주

KTX 승차권의 출발역과 도착역만을 고려할 때, 위의 각 역에서 발매하는 편도 승차권의 종류는 모두 몇 가지인가? (단, 광주와 송정리를 연결하는 고속 철도는 없다.)

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

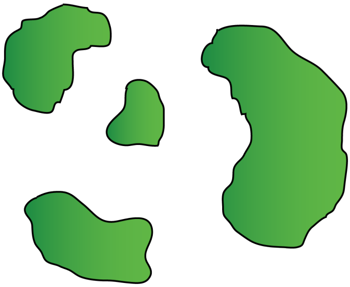
해설

7 개의 역 중 2 개를 선택하여 배열하는 방법과 같다.

${}_7P_2 = 42$

그런데 송정리와 광주, 목포와 광주를 운행하는 열차는 존재하지 않으므로 $42 - 2^2 = 38$

46. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 16 개

해설

4 개의 섬을 A, B, C, D 라 하자.

(i) 한 섬에 다리를 1 개 또는 2 개를 건설하는 경우는

$A \to B \to C \to D$

$A \to C \to D \to B$

$\vdots$

$D \to C \to B \to A$

$B \to D \to C \to A$

$\vdots$

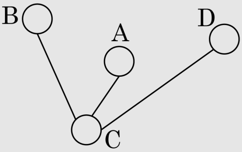
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

$A \to B \to C \to D$ 와 $D \to C \to B \to A$,

$A \to C \to D \to B$ 와 $B \to D \to C \to A$ 는 같은 방법이므로

$\frac{24}{2} = 12$ (가지)

(ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.



$\therefore 12 + 4 = 16$ (가지)

47. 3 자리 정수 100, 101, $\cdots$, 999 중에서 증가 또는 감소하는 서로 다른 세 개의 숫자로 이루어진 수의 개수는?

① 120 ② 168 ③ 204 ④ 216 ⑤ 240

해설

증가하는 숫자 순으로 배열된 서로 다른 3 자리의 정수는 $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 9\}$에서 서로 다른 3 개의 수를 뽑는 조합의 수와 같다.

${}_9C_3 = 84$

감소하는 숫자 순으로 배열된 서로 다른 3 자리의 정수는 $\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 9\}$에서 서로 다른 3 개의 수를 뽑는 조합의 수이다.

${}_{10}C_3 = 120$

따라서 구하는 수의 개수는 $84 + 120 = 204$

48. 퓨전식당의 메뉴에는 4 가지 종류의 한식, 4 가지 종류의 중식, 3 가지 종류의 일식이 있다. 중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하면서 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되도록 6 가지 종류의 음식을 주문하는 방법의 수는?

① 84 ② 94 ③ 102 ④ 106 ⑤ 118

해설

중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하므로 한식 4 종류, 중식 2 종류, 일식 3 종류에서 모두 4 가지 종류의 음식을 주문하면 된다.

$\therefore {}_9C_4 = \dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126$ (가지)

그런데 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되는 사건의 여사건은 한식만 주문하거나 한식과 중식만 주문하거나 중식과 일식만 주문하는 경우이다. 따라서 여사건의 종류와 그 경우의 수는 다음 표와 같다.

④한식	②중식	③일식	경우의수
4			${}_4C_4 = 1$
3	1		${}_4C_3 \times {}_2C_1 = 8$
2	2		${}_4C_2 \times {}_2C_2 = 6$
	1	3	${}_2C_1 \times {}_3C_3 = 2$
	2	2	${}_2C_2 \times {}_3C_2 = 3$

따라서 구하는 경우의 수는 $126 - (1+8+6+2+3) = 106$ (가지)

49. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 A 에서 A 로의 함수 f 의 개수는?

㉠ 함수 f 는 일대일대응이다. ㉡ $f(1) = 5$ 이다. ㉢ $a \geq 2$ 이면 $f(a) \leq a$ 이다.

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

조건 ㉢에 의해 $f(2) \leq 2$이므로 $f(2)$ 를 정하는 방법의 수는 ${}_2C_1$
조건 ㉠, ㉢에 의해 $f(3) \leq 3,\ f(3) \neq f(2)$ 이므로 $f(3)$ 를 정하는 방법의 수는 ${}_2C_1$
같은 방법으로 $f(4)$ 를 정하는 방법의 수도 ${}_2C_1$ 이고, $f(5)$ 를 정하는 방법의 수는 1
$\therefore\ {}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 = 8$

50. 평면 위에 11 개의 서로 다른 점이 있다. 이들 점 중에서 서로 다른 두 개의 점을 이어 만든 직선이 53개일 때, 11 개의 점 중에서 서로 다른 3개의 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하면?

① 161 ② 162 ③ 163 ④ 164 ⑤ 165

해설

${}_{11}C_2 = 55$ 이므로 3개의 점 이상이 한 직선위에 존재하는 경우가 있다.
3개의 점이 한 직선위에 있다면 ${}_3C_2 = 3$ 에서 실제 존재하는 한개의 직선 외로 2 개가 중복으로 세어졌다.
즉, $55 - 2 = 53$ 이다.
그러므로 11 개의 점 중에서
한 직선인 점이 3 개 있으므로, 이들 3 점이 뽑힌 경우는 삼각형이 아니다. 따라서 전체 삼각형의 개수는 ${}_{11}C_3 - 1 = 164$