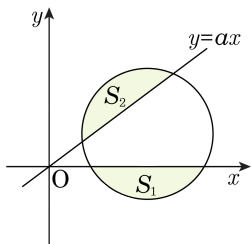


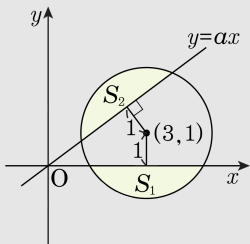
1. 아래 그림에서 원  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$  와  $x$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ , 직선  $y = ax$  로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$  라 하자.  $S_1 = S_2$  일 때,  $100a$  의 값을 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

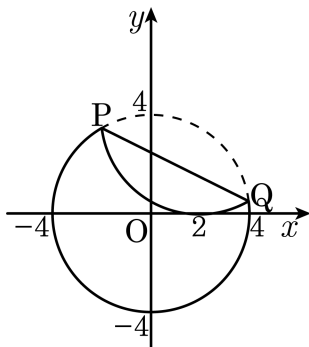


$S_1 = S_2$  이면, 중심  $(3, 1)$  에서  
직선  $y = ax$  까지 거리는 1 이다.

따라서  $1 = \frac{|3a - 1|}{\sqrt{a^2 + 1}}$  이고  $a = \frac{3}{4}$  이다.

$\therefore 100a = 75$

2. 다음 그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 16$ 을 점  $(2, 0)$ 에서  $x$ 축과 접하도록 접었을 때, 두 점 P, Q를 지나는 직선의  $x$ 절편을 구하여라.

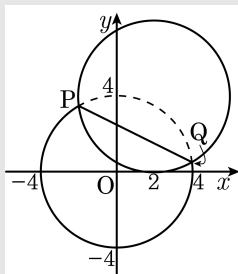


▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

호 PQ는 그림과 같이 점  $(2, 0)$ 에서  $x$ 과 접하고 반지름의 길이가 4인 원의 일부이므로 원의 방정식은  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16 //$



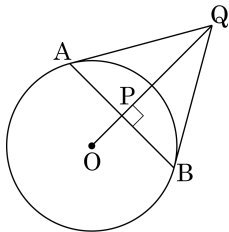
이때 선분 PQ는 두 원  $x^2 + y^2 = 16$ ,  $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$ 의 공통현이므로 직선 PQ의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 16 - \{(x - 2)^2 + (y - 4)^2 - 16\} = 0$$

$$\therefore x + 2y - 5 = 0$$

따라서 두 점 P, Q를 지나는 직선의  $x$ 절편은 5이다.

3. 반지름의 길이가 10 인 원 O 의 내부에 한 점 P 가 있다. 점 P 를 지나고 직선 OP 에 수직인 직선이 원과 만나는 두 점을 A, B 라 하고, A, B 에서의 두 접선의 교점을 Q 라 하자.  $\overline{OP} = 5$  일 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\triangle OAP$  에서  $\overline{OA} = 10$ ,  $\overline{OP} = 5$  이고  
 $\angle OPA = 90^\circ$  이므로 피타고라스의 정리에 의해

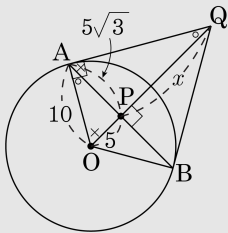
$$\begin{aligned}\overline{AP} &= \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OP}^2} \\ &= \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

또한,  $\angle AOP = \angle QAP$  이고  $\angle OAP = \angle AQP$  이므로

$\triangle OAP$  와  $\triangle AQP$  는 닮은 꼴이 된다.

$$\therefore \overline{OP} : \overline{AP} = \overline{AP} : \overline{PQ}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{\overline{AP}^2}{\overline{OP}} = \frac{75}{5} = 15$$



4. 두 원  $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 4 = 0$ ,  $x^2 - 6x + y^2 - 2y + 9 = 0$  이 직선  $y = ax + b$  에 대하여 대칭이 될 때,  $ab$  의 값을 구하여라. (단,  $a, b$  는 상수)

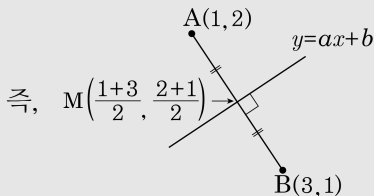
▶ 답 :

▷ 정답 :  $-5$

### 해설

두 원의 방정식은 각각  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ ,  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$  이므로

두 원의 중심  $(1, 2)$ ,  $(3, 1)$  이 직선  $y = ax + b$  에 대하여 대칭이 되어야 한다.



$$\frac{1-2}{3-1} \times a = -1$$

$$\therefore a = 2$$

선분 AB 의 중심

$M\left(\frac{1+3}{2}, \frac{2+1}{2}\right)$  이 직선  $y = ax + b$  위에 있으므로

$$\frac{2+1}{2} = 2 \cdot \frac{1+3}{2} + b$$

$$\therefore b = -\frac{5}{2}$$

따라서,  $ab = -5$

5.  $A \subset B$  일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

①  $A^C \subset B^C$

②  $A \cup B^C = U$

③  $A - B = \emptyset$

④  $A \cup B = A$

⑤  $A \cap B = B$

해설

③ 집합  $A$  가  $B$ 에 포함되면  $A - B = \emptyset$  이 성립하게 된다.

6. 실수 전체의 집합  $R$ 의 두 부분집합  $A = \{x | 0 < x \leq a\}$ ,  $B = \{x | -1 \leq x < 2\}$ 가  $A^c \cup B = R$ 를 만족할 때,  $a$ 의 값의 범위를 구하면? (단,  $A \neq \emptyset$ )

①  $0 \leq a < 2$

②  $0 < a \leq 2$

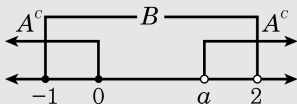
③  $0 \leq a \leq 2$

④  $0 < a < 2$

⑤  $-1 \leq a < 5$

해설

$A \neq \emptyset$ 이므로,  $a > 0$  또  $A^c = \{x | x \leq 0 \text{ 또는 } x > a\}$



위의 그림에서  $A^c \cup B = R$ 가 되려면,  $0 < a < 2$

해설

$A^c \cup B = R \Leftrightarrow A \subset B$  임을 이용하여 구할 수 있다.

7. 명제 ‘ $-1 < x < 2$  이면  $a - 2 < x < a + 2$  이다.’가 참일 때, 상수  $a$ 의 값의 범위는?

①  $0 < a < 1$

②  $0 \leq a \leq 1$

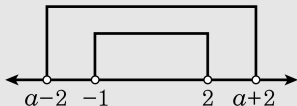
③  $a < 0$

④  $a \geq 1$

⑤  $a < 0$  또는  $a > 1$

해설

명제 ‘ $-1 < x < 2$  이면  $a - 2 < x < a + 2$  이다.’가 참이 되려면  $\{x \mid -1 < x < 2\} \subset \{x \mid a - 2 < x < a + 2\}$  이어야 하므로 다음 그림에서  $a - 2 \leq -1, a + 2 \geq 2$



$\therefore 0 \leq a \leq 1$

8. 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 할 때,  $P = \{a^2, 1\}$ ,  $Q = \{a, 1\}$  이다.  $p$  가  $q$  이기 위한 필요충분조건일 때, 상수  $a$  의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ -1 또는 0

⑤ 0 또는 1

### 해설

$p$  는  $q$  이기 위한 필요충분조건이므로

$$P = Q$$

$$\{a^2, 1\} = \{a, 1\}$$

$$a^2 = a \text{ 또는 } a^2 = 1$$

$$a = 0, 1 \text{ 또는 } a = -1, 1$$

이 때,  $a = -1$  이면  $\{1, 1\} = \{-1, 1\}$  이 되어 모순이므로  $a$  는 0 또는 1이다.

9. 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라 하자.  $\sim q$ 가  $p$ 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

①  $P^c \subset Q$

②  $Q \subset P$

③  $Q - P = \phi$

④  $P - Q = P$

⑤  $P - Q = \phi$

해설

$p \rightarrow \sim q$ 이므로 진리집합으로 표현하면,  $P \subset Q^c$  이다.

즉,  $P \cap Q^c = P \Rightarrow P - Q = P$

10.  $m$ 이 실수 일 때,  $2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 \geq k$ 를 만족하는  $k$ 의 최댓값을 구하시오.  
(단,  $m \neq 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$m$ 이 실수이고,  $m \neq 0$ 이므로  $m^2 > 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\text{따라서, } 2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 &\geq 2\sqrt{2m^2 \cdot \frac{8}{m^2}} - 2 \\ &= 2\sqrt{16} - 2 = 8 - 2 = 6\end{aligned}$$

11. 공집합이 아닌 두집합  $X, Y$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f(x) = x^2 - x - 3$ ,  $g(x) = x + 5$ 에 대하여  $f = g$ 일 때, 정의역  $X$ 가 될 수 있는 집합의 개수는  $a$ 개이다.  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

### 해설

$f(x) = g(x)$ 이므로 집합  $X$ 는 방정식  $f(x) = g(x)$ 를 만족하는  $x$ 의 값을 원소로 갖는 집합이다.

$$x^2 - x - 3 = x + 5 \text{에서 } x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

즉, 집합  $\{-2, 4\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합이 정의역  $X$ 가 될 수 있으므로 집합  $X$ 의 개수는  $2^2 - 1 = 3(\text{개})$ 이다.

$$\therefore a = 3$$

12. 집합  $X = \{a, b, c\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수 중 일대일대응이 아닌 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :        개

▷ 정답 : 21        개

#### 해설

$X$ 에서  $X$ 로의 함수의 총 개수에서  
 $X$ 에서  $X$ 로의 일대일대응의 개수를  
제외하면 된다.

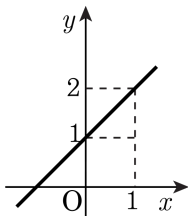
$X$ 에서  $X$ 로의 함수의 총 개수 :  $3^3 = 27$

$X$ 에서  $X$ 로의 일대일대응의 개수

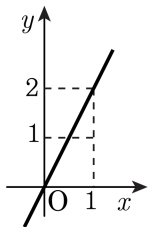
:  $3 \times 2 \times 1 = 6(\text{개})$

$\therefore 27 - 6 = 21(\text{개})$

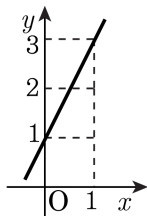
13. 다음 그림은 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $w(x)$  의 그래프를 차례로 나타낸 것이다.



가



나



다

다음 중  $w(x)$ 를  $f(x)$ 와  $g(x)$ 를 이용하여 나타낸 것은?

- ①  $f \circ g$       ②  $g \circ f$       ③  $f \circ f$       ④  $f + g$       ⑤  $f - g$

해설

그래프를 보고 함수식을 구하면

$f(x) = x + 1$ ,  $g(x) = 2x$ ,  $w(x) = 2x + 1$  이다.

$f(g(x)) = f(2x) = 2x + 1 = w(x)$  이므로

$\therefore w = f \circ g$

14. 다음 <보기>에 주어진 함수의 그래프 중에서  $y$  축에 대하여 대칭인 것을 모두 고르면?

I.  $y = 2|x| + 1$

II.  $|y| = 2x + 1$

III.  $|y| = 2|x| + 1$

① I

② II

③ III

④ I, II

⑤ I, III

해설

I.  $x$ 에 절댓값이 있으므로  $y$ 축에 대하여 대칭

II.  $y$ 에 절댓값이 있으므로  $x$ 축에 대하여 대칭

III.  $x, y$ 에 모두 절댓값이 있으므로 원점에 대하여 대칭이고  
또한  $y$ 축에 대해서도 대칭이다.

15.  $A = \{-1, 0, 1\}$  일 때, 집합  $A$  에서 집합  $A$  로의 함수  $f$  가 있다.  
 $f(-x) = f(x)$  인 함수  $f$  의 개수는?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$3 \times 3 = 9$$