1. 10종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

${}_{10}C_3 = 120$

2. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36 ② 72 ③ 120 ④ 144 ⑤ 156

해설

${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$

3. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과 노랑을 제외한 5개의 색 중에 3개를 뽑는 경우이므로 ${}_5C_3 = 10$

4. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 빨강을 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 20 가지

해설

$_6C_3 = 20$

5. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9 개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.
$\therefore\ {}_9C_2 = 36$

6. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35　② 72　③ 108　④ 144　⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.
$\therefore\ {}_3C_2 \times 4! = 72$

7. 0, 1, 2, 3, 4, 5 의 6 개의 숫자 중에서 서로 다른 4 개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.
1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$
2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$
$\therefore 180 + 120 = 300$

8. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답: ________ 개

▷ 정답: 35 개

해설

${}_7C_3 = 35$

9. 5 명의 학생을 2 명과 3 명의 두 그룹으로 나누는 방법의 수는?

① 5　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

해설

${}_5\mathrm{C}_2 \times {}_3\mathrm{C}_3 = 10$

10. 10 명의 학생이 있다. 5 명, 5 명의 두 무리로 나누는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 126 가지

해설

${}_{10}C_5 \times {}_5 C_5 \times \frac{1}{2!} = 126$ (가지) $\Leftarrow$ 5 명씩 2 패

11. 등식 ${}_9P_5 = {}_9C_4 \times k!$ 을 만족하는 자연수 k 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

${}_9\mathrm{P}_5 = {}_9\mathrm{C}_5 \times 5! = {}_9\mathrm{C}_4 \times 5!$

$\therefore k = 5$

12. $6 \cdot_{n} C_2 = 5 \cdot_{n+1} C_2$를 만족하는 자연수 n의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 11$

해설

$6 \cdot_{n} C_2 = 5 \cdot_{n+1} C_2$ 에서

$$6 \cdot \frac{n(n-1)}{2!} = 5 \cdot \frac{(n+1)n}{2!}$$

$6n^2 - 6n - 5n^2 - 5n = 0$

$n^2 - 11n = 0,\ n(n-11) = 0$

$\therefore\ n = 11 (\because n \geq 2)$

13. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 15x + k = 0$ 의 두 근이 ${}_nC_1$, ${}_nC_2$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① 14 ② 26 ③ 36 ④ 44 ⑤ 50

해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

${}_nC_1 +{}_n C_2 = 15$

$n^2 + n - 30 = 0,\ (n+6)(n-5) = 0$

$n > 0$ 이므로 $n = 5$

따라서, 두 근은 ${}_5C_1 = 5,\ {}_5C_2 = 10$ 이므로

$k = 5 \cdot 10 = 50$

14. A, B, C, D, E, F, G 중에서 A, B를 포함하여 5개를 뽑아 일렬로 나열할 때, A와 B가 서로 이웃하지 않는 경우의 수는?

① 240 ② 360 ③ 480 ④ 600 ⑤ 720

해설

A, B를 제외한 5개의 알파벳 중 3개를 뽑은 후,
A, B를 포함한 5개를 일렬로 나열하는 방법에서 A와 B가 서로 이웃하는 경우를 뺀 것을 곱한다.
${}_5C_3 \times (5! - 4! \times 2) = 720$

15. 123456과 같이 자릿수가 낮을수록 각 자리의 숫자가 커지는 여섯 자리의 자연수의 개수는?

① 76　　② 80　　③ 84　　④ 86　　⑤ 88

해설

$1 \sim 9$ 까지의 숫자 중에서 6개를 선택하여
자리수가 낮을수록 각 자리의 숫자가 커지도록
배열하면된다. ${}_9C_6 = 84$

16. $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 인 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답: ＿＿＿＿＿＿＿＿ 개

▷ 정답: 10 개

해설

Y 의 원소 5 개 중 X 의 원소 1, 2, 3 에
대응될 원소 3 개를 뽑으면 된다.
${}_5C_3 = 10$

17. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{4, 5, 6, 7\}$ 에서 X 에서 Y 로의 일대일함수의 갯수는?

① 12개　② 24개　③ 28개　④ 32개　⑤ 36개

해설

집합 Y 의 원소 $4, 5, 6, 7$ 에서 서로 다른 세 개를 뽑아

$1 \rightarrow \square,\ 2 \rightarrow \square,\ 3 \rightarrow \square$

의 □ 안에 늘어놓는 경우의 수와 같으므로 구하는 함수의 개수는

${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$(개)

18. $X = \{2, 4, 6\}$ 에서 $Y = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 > x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$ 인 함수의 개수는?

① 6개 ② 10개 ③ 12개 ④ 15개 ⑤ 20개

해설

Y 의 원소 6 개 중 X 의 원소 2, 4, 6 에
대응될 원소 3 개를 뽑으면 된다.
$\therefore\ {}_6C_3 = 20$

19. 11 명의 학생을 3 명, 3 명, 5 명의 3 개의 조로 나누어 과학실, 화장실, 식당을 청소하도록 하는 방법의 수는?

① 4620　② 6930　③ 13860
④ 27720　⑤ 55440

해설

$${}_{11}C_3 \times {}_{8}C_3 \times {}_{5}C_5 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 27720$$

20. 서로 다른 과일 6 개에 대하여 과일을 1 개, 2 개, 3 개로 나누어 세 학생에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿＿ 가지

▷ 정답 : 360 가지

해설

나눈 후 배열하는 방법까지 고려한다.

$\Rightarrow {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360$

21. 서로 다른 6 개의 찻잔을 서로 다른 찻잔 보관용 상자 2 개에 나누어 담으려고 한다. 각 상자마다 찻잔을 최대 4 개까지 담을 수 있을 때, 찻잔을 담는 방법의 수는?

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

해설

6 개를 (4개, 2개) 또는 (3 개,3 개)로 나누어서
2 개의 찻잔 보관용 상자에 나누어 담으면 되므로
(i) 4 개, 2 개로 나누어 담는 방법의 수는

$${}_6C_4 \times {}_2C_2 \times 2! = 30 \text{ (가지)}$$

(ii) 3 개, 3 개로 나누어 담는 방법의 수는

$${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 20 \text{ (가지)}$$

(i), (ii) 에 의하여 구하는 방법의 수는
$30 + 20 = 50$ (가지)

22. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개 층에서 설 수 있다고 한다. 이 때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개 층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

① 75600 ② 84400 ③ 92400

④ 12450 ⑤ 151200

해설

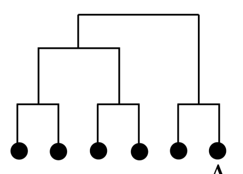
8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의 수는

${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!}$ 이고, 이와 같이 3 개층에

내리게 되는 방법의 수는 ${}_{10}P_3$ 이다. 따라서

${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$

23. 지난 대회 우승 팀 A 가 먼저 배정을 받은 다음 그림과 같은 토너먼트 방식의 대진표에서 제비뽑기를 하여 5 개의 팀을 결정하기로 할 때, 가능한 모든 경우의 수는?



① 15 ② 18 ③ 20 ④ 24 ⑤ 30

해설

A 팀과 게임을 할 팀을 뽑는 방법의 수는
${}_5C_1 = 5$ (가지)
그 각각의 경우에 대하여 나머지 4 팀을
(2 팀, 2 팀) 으로 편성하는 방법의 수는
${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$ (가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $5 \times 3 = 15$ (가지)

24. ${}_1C_0 +_2 C_1 +_3 C_2 +_4 C_3 + \cdots +_{10} C_9$ 의 값과 같은 것은?

① ${}_{11}C_6$　② ${}_{11}C_7$　③ ${}_{11}C_8$　④ ${}_{11}C_9$　⑤ ${}_{11}C_{10}$

해설

${}_nC_{r-1} +_n C_r =_{n+1} C_r$

따라서 ${}_1C_0 +_2 C_1 +_3 C_2 +_4 C_3 + \cdots +_{10} C_9$

$=_3 C_1 +_3 C_2 +_4 C_3 + \cdots +_{10} C_9 =_4 C_2 +_4 C_3 + \cdots +_{10} C_9$

$\cdots =_{11} C_9$

25. H 고등학교 앞 분식점 메뉴에는 라면 요리가 4가지, 튀김 요리가 5가지 있다. 이때, 라면 요리 2가지, 튀김 요리 3가지를 주문하는 방법의 수를 a, 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지가 반드시 포함되도록 5가지 요리를 주문하는 방법의 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 75 가지

해설

라면 요리 4가지 중에서 2가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_4C_2$이고, 튀김 요리 5 가지 중에서 3가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_5C_3$ 이므로

$a = {}_4C_2 \times {}_5C_3$

$= \frac{4\times3}{2\times1} \times \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 60$

또, 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지를 포함하여 5가지 요리를 주문하는 방법의 수는 특정한 라면 요리 1가지와 튀김 요리 2가지를 제외하고 나머지 6가지의 요리 중에서 2가지를 주문하는 방법과 같으므로

$b = {}_6C_2 = \frac{6\times5}{2\times1} = 15$

따라서 $a+b = 60+15 = 75$

26. 서로 다른 7 개의 과일이 있다. 이 중 빨간 색이 3 개, 노란 색이 2 개, 검은 색이 2 개다. 이 중에서 4 개의 과일을 택할 때, 빨간 색과 노란 색의 과일이 적어도 각각 한 개씩 포함되는 경우의 수는?

① 25　② 27　③ 29　④ 31　⑤ 33

해설

7 개의 과일 중에서 4 개의 과일을 선택하는
경우의 수는 ${}_7C_4 = {}_7C_3 = 35$ (가지)
이 중에서 빨간 색 과일이 한 개도 없는 경우의
수는 ${}_4C_4 = 1$ (가지)
노란 색 과일이 한 개도 없는 경우의 수는
${}_5C_4 = 5$ (가지)
빨간 색과 노란 색 과일이 한 개도 없는 경우의
수는 0 (가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $35 - (1 + 5) = 29$ (가지)

27. 2000보다 작은 네 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자 중 두 개만 같은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 432 개

해설

$1\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 인 네자리 자연수에서
같은 두수가 1 인 수의 개수는
${}_3C_1 \times {}_9P_2 = 216$
같은 두수가 1 이 아닌 수의 개수는
${}_9C_1 \times {}_3C_2 \times {}_8C_1 = 216$ 이므로
구하고자 하는 자연수의 개수는 432 개

28. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b\}$ 일 때, 함수 $f : A \to B$ 중에서 치역이 공역과 일치하는 것은 몇 개인가?

① 7개 ② 10개 ③ 12개 ④ 14개 ⑤ 24개

해설

A의 원소 $1, 2, 3, 4$를 두 개의 조로 나눈 다음,
B의 원소 a, b에 분배하는 방법을 생각해 보면
두 개의 조로 나누는 방법은 (1개, 3개)로 나누는 방법과 (2개, 2개)로 나누는 방법이 있으므로

$${}_4C_1 \times {}_3C_3 \times 2! + {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 8 + 6 = 14(\text{개})$$

29. 가로로 6 개의 평행선과 세로로 4 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이때, 만들 수 있는 평행사변형은 모두 몇 개인가?

① 60 개 ② 90 개 ③ 120 개
④ 150 개 ⑤ 180 개

해설

가로와 세로에서 각각 2 개씩을 선택하면 하나의 평행사변형이 만들어진다.
가로 줄에서 2 개를 선택하는 경우의 수는
$_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$,
세로 줄에서 2 개를 선택하는 경우의 수는
$_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$
따라서 구하는 평행사변형의 개수는 $15 \times 6 = 90$(개)

30. 6 권의 서로 다른 책을 2 개, 2 개, 2 개로 나누어서 3 개의 서로 다른 가방 A, B, C 에 담을 때, 특정한 책 하나는 반드시 가방 A 에 담는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 30 가지

해설

특정한 책 하나는 반드시 가방 A 에 담아야 하므로 나머지 5 개의 책을 가방 A 에 1 개, 가방 B 에 2 개, 가방 C 에 2 개를 나누어 담으면 된다.
따라서, 구하는 경우의 수는
${}_5\mathrm{C}_1 \times {}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_2 = 30$ (가지)

31. 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 상자와 6 개의 공이 있다. 한 상자에 하나씩 임의로 공을 담을 때, 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 상자의 수가 3 개인 경우의 수는?

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

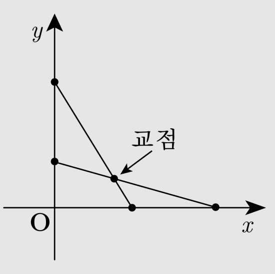
해설

6 개의 상자 중에서 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 3 개를 택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$ (가지) 이다.
이때, 예를 들어 선택된 상자가 1, 2, 3 이라 하면 나머지 4, 5, 6 상자는 공에 적힌 숫자와 모두 달라야 하므로 4, 5, 6 상자에 각각 (5, 6, 4) 또는 (6, 4, 5) 의 공이 차례로 들어가야 하므로 2 가지 경우가 있다.
그런데 나머지 경우에 대하여도 각각 2 가지씩 존재하므로 구하는 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$ (가지)

32. 양의 x 축에서 10 개의 점, 양의 y 축에서 5 개의 점을 잡으면, 이 15 개의 점을 끝점으로 하는 제 1사분면의 선분 50 개가 만들어진다. 이 50 개의 선분이 만드는 교점의 최대수는?

① 250 ② 450 ③ 500 ④ 1250 ⑤ 2500

해설



교점은 그림과 같이 두 선분이 X 자로 교차했을 때 1개씩 생기고, 이와 같이 교차하는 선분은 x축, y축에서 각각 2개씩의 점을 택하면 1 개씩 생긴다. 따라서 교점의 최대 개수는 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않는 경우이므로 ${}_{10}C_2 \cdot {}_5C_2 = 45 \cdot 10 = 450$ 이다.

33. 평면 위에 11 개의 서로 다른 점이 있다. 이들 점 중에서 서로 다른 두 개의 점을 이어 만든 직선이 53개일 때, 11 개의 점 중에서 서로 다른 3개의 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하면?

① 161 ② 162 ③ 163 ④ 164 ⑤ 165

해설

${}_{11}C_2 = 55$ 이므로 3개의 점 이상이 한 직선위에 존재하는 경우가 있다.
3개의 점이 한 직선위에 있다면 ${}_3C_2 = 3$에서 실제 존재하는 한개의 직선 외로 2 개가 중복으로 세어졌다.
즉, $55 - 2 = 53$ 이다.
그러므로 11 개의 점 중에서
한 직선인 점이 3 개 있으므로, 이들 3 점이 뽑힌 경우는 삼각형이 아니다. 따라서 전체 삼각형의 개수는 ${}_{11}C_3 - 1 = 164$