1. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 5 가지

해설

짝수의 눈 : $2, 4, 6$ (3 가지)
소수의 눈 : $2, 3, 5$ (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
$3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
$\therefore 5$ 가지

2. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$: 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$: 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$ (가지)

$\therefore 9$

3. $(a+b)(p+q+r)(x+y)$ 를 전개하였을 때, 모든 항의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

a, b 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
p, q, r 중 한 개를 택하는 방법 : 3 가지
x, y 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
전개했을 때 모든 항의 개수는
$2\times3\times2=12$ (개)

4. (갑)과 (을)이 어느 산을 등산하는데 A에서 출발하여 산의 정상인 B까지 올라갔다가 C지점으로 내려가려고 한다. A에서 B까지 오르는 등산로는 4개가 있고 B에서 C로 내려가는 길은 3개가 있다고 한다. 이때, (갑)과 (을)이 A에서 C까지 가는데 서로 다른 길을 가는 방법의 수는?

① 24가지　② 36가지　③ 48가지

④ 72가지　⑤ 144가지

해설

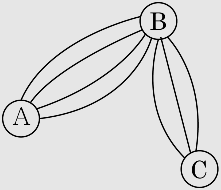
(갑)이 A → B → C 로 가는 방법 :

$4 \times 3 = 12$ (가지)

그 각각에 대하여 (을)이 A → B → C 로 가는 방법 :

$(4-1) \times (3-1) = 6$ (가지)

$\therefore 12 \times 6 = 72$ (가지)



5. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

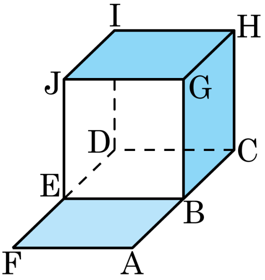
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$216 = 2^3 \times 3^3$,

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 에서 G.C.D.는 $2^3 \times 3^2$

따라서 공약수의 개수는 $(3+1)(2+1) = 12$

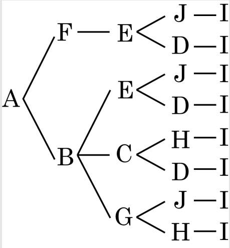
6. 다음그림은 정육면체의 뚜껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A 에서 I 까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

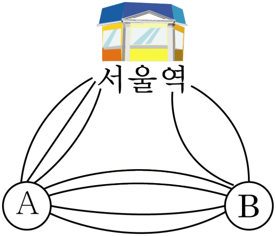
해설

A 에서 I 까지 최단 거리로 수형도를 그려보면



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

7. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A와 B를 왕복하는 방법의 수를 구하시오.(단, A 에서 출발한다.)



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

(i) $A \rightarrow$ 서울역 $\rightarrow B \rightarrow A$

: $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

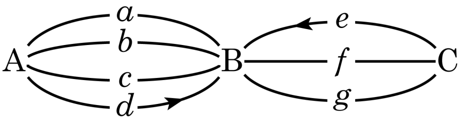
(ii) $A \rightarrow B \rightarrow$ 서울역 $\rightarrow A$

: $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

(i), (ii) 이므로

$24 + 24 = 48$ (가지)

8. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방 통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



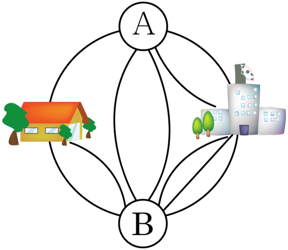
① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개

④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \to B,\ B \to C,\ C \to B,\ B \to A$ 의 길의 가지수는 각각 $4, 2, 3, 3$ 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

9. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



① 22 ② 34 ③ 47 ④ 54 ⑤ 66

해설

(1) 집 $\rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 = 2$

(2) 집 $\rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $2 \times 3 = 6$

(3) 집 $\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$

(4) 집 $\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$

$\therefore\ 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

10. $1, 2, 3$ 으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 27개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

(가) 1 바로 다음에는 3 이다.

(나) 2 바로 다음에는 1 또는 3 이다.

(다) 3 바로 다음에는 1 , 2 또는 3 이다.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 13 가지

해설

조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332 ,333 이므로 13 가지이다.

11. 1부터 800까지의 자연수 중에서 800과 서로소인 수의 개수를 구하면?

① 310개　　② 320개　　③ 330개

④ 340개　　⑤ 350개

해설

$800 = 2^5 \times 5^2$ 으로 소인수분해가 된다.
800과 서로소가 되려면 2나 5를 인수로 가져서는 아니되므로 1부터 800까지의 수 중에서 2 또는 5의 배수의 개수를 계산하여 여사건을 이용하면 된다.
2의 배수의 집합을 A, 5의 배수의 집합을 B라 하면

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 400 + 160 - 80 = 480 \end{aligned}$$

따라서 800과 서로 소인수의 개수는
$800 - 480 = 320$(개) 이다.

12. 식 $(a+b+c)(x+y+z)$ 를 전개하였을 때, 항의 개수는?

① 6　② 9　③ 12　④ 15　⑤ 18

해설

a, b, c 가 선택할 수 있는 항이 각각 3 가지씩 있으므로 $3+3+3=9$

13. 280과 420의 공약수의 개수는?

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

해설

$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$, $420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

최대공약수 : $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

따라서 공약수의 개수 :

$(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$

14. 180 의 양의 약수 중 3 의 배수의 개수는?

① 10　② 12　③ 14　④ 16　⑤ 18

해설

$180 = 3 \times 60$ 따라서 60 의 약수의 개수를 구하면 된다.

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수 : $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$

15. 180 과 600 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

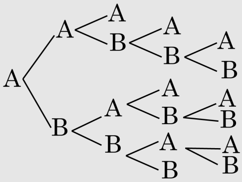
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로
$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이고,
$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 에서
최대공약수 $G.C.D. = 2^2 \times 3 \times 5$ 이고
따라서 공약수의 개수는 12

16. A, B 두 사람이 테니스 경기를 하는데, 경기는 5세트 중 3세트 이기는 쪽이 승리한다. A가 먼저 1승을 거둔 상태에서 승부가 결정될 때까지 일어날 수 있는 모든 경우의 수는?

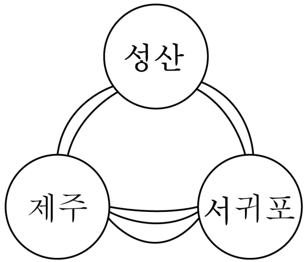
▶ **답 :** 가지

▷ **정답 :** 10가지

해설



17. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아오는 경우 중 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는 경우의 수는?



① 24 ② 28 ③ 30 ④ 34 ⑤ 42

해설

갈 때, 올 때 성산을 거치는 유무에 따라서 달라진다.

O: 거치는 경우, X: 거치지 않는 경우

갈 때 : X, 올 때 : X → $3 \times 2 = 6$

갈 때 : X, 올 때 : O → $3 \times 4 = 12$

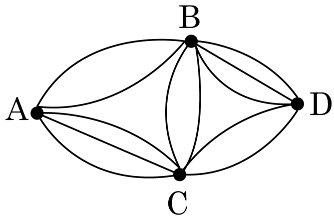
갈 때 : O, 올 때 : X → $4 \times 3 = 12$

갈 때 : O, 올 때 : O → $4 \times 1 = 4$

$6 + 12 + 12 + 4 = 34$

$\therefore$ 34가지

18. A, B, C, D 네 지점 사이에 오른쪽그림과 같은 도로망이 있다. A 에서 D 까지의 경로는 모두 몇 가지인가? (단, 동일 지점은 많아야 한번만 지난다.)



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 38 가지

해설

A 에서 D 까지의 경로는

$A \to B \to D$ 의 경우 : $2 \times 3 = 6$ (가지)

$A \to C \to D$ 의 경우 : $3 \times 2 = 6$ (가지)

$A \to B \to C \to D$ 의 경우 :

$2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지)

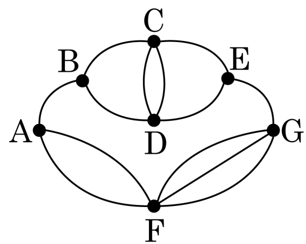
$A \to C \to B \to D$ 의 경우 :

$3 \times 2 \times 3 = 18$ (가지)

따라서 구하는 가지수는

$6 + 6 + 8 + 18 = 38$ (가지)

19. $\mathrm{A, B, C, D, E, F, G}$ 의 일곱 도시 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점은 많아야 한 번 밖에 지날 수 없고 지나지 않는 도시가 있어도 될 때, A 에서 G 로 가는 경우의 수는?



① 6　② 8　③ 9　④ 12　⑤ 14

해설

(i) A 에서 $\mathrm{B, E}$ 를 경유해서 G 로 가는 방법은

$\mathrm{A \to B \to C \to E \to G}$ 의 1 가지

$\mathrm{A \to B \to D \to E \to G}$ 의 1 가지

$\mathrm{A \to B \to C \to D \to E \to G}$ 의 2 가지

$\mathrm{A \to B \to D \to C \to E \to G}$ 의 2 가지

$\therefore$ 6 (가지)

(ii) A 에서 F 를 경유해서 G 로 가는 방법

$2 \times 3 = 6$ (가지)

(i), (ii)가 동시에 발생할 수 없으므로

$6 + 6 = 12$ (가지)

20. 100 원짜리 1 개, 50 원짜리 2 개, 10 원짜리 3 개가 있다. 일부 또는 전부를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 때, 지불 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합을 구하여라.

▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 42 가지

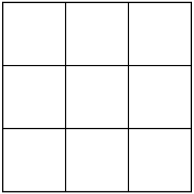
해설

① 100 원짜리 동전을 0 개, 1 개 사용할 수 있다. 2 가지
50 원짜리 동전을 0, 1, 2 개 사용할 수 있다. 3 가지
10 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3 개 사용할 수 있다. 4 가지
따라서 지불 방법의 수는 $2 \times 3 \times 4 = 24$ 인데 이 중에서 0 개를 사용하는 것은 지불하는것이 아니므로 제외하면 23 가지의 지불 방법 수가 있다.

② 100 원짜리 동전을 50 원짜리 동전으로 교환하면 50 원짜리 동전이 4 개, 10 원짜리 동전이 3 개인 상황에서 지불 금액의 수는 $5 \times 4 = 20$ 가지 인데 이 중에서 서로 사용하지 않는 경우를 제외하면 19 가지이다.

①, ②에서 구하는 지불 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합은 $23+19=42$

21. 서로 다른 9 가지의 색으로 오른쪽 정사각형 모양의 모눈 칠판을 칠하는 방법은 모두 몇 가지인가? (단, 이 모눈 칠판은 회전해서 같은 모양이면 한 가지 경우로 생각한다.)



① $8!$ ② $9! \times \frac{1}{2}$ ③ $9! \times \frac{1}{3}$

④ $9! \times \frac{1}{4}$ ⑤ $9!$

해설

먼저 한 가운데에 있는 정사각형을 칠하는 색을 정한 다음, 나머지 8 개의 정사각형을 칠하는 방법을 생각한다. ‘가’ 에 칠하는 색을 고르는 방법은 9 가지가 있다. 나머지 8 개의 정사각형을 칠하는 방법의 수는 $\frac{8!}{4}$ 이므로

구하는 경우의 수는 $9 \times \frac{8!}{4} = \frac{9 \times 8!}{4} = 9! \times \frac{1}{4}$

22. 다항식 $(a+b+c)(p+q+r)-(a+b)(s+t)$ 를 전개하였을 때 항의 개수는?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$(a+b+c)(p+q+r)$ 의 전개식의 항의 개수는
$3\times3=9$
$(a+b)(s+t)$ 의 전개식의 항의 개수는
$2\times2=4$
따라서 구하는 항의 개수는 $9+4=13$ 이다.

23. 연립방정식 $\begin{cases} y = ax - b \\ y = 2ax + b \end{cases}$ 에서 $ab = 8$ 이다.

이 때, 연립방정식의 해 x, y 의 값이 정수가 되는 경우의 수를 구하면? (단, a , b 의 값은 모두 자연수이다.)

① 1 가지 ② 2 가지 ③ 3 가지

④ 4 가지 ⑤ 5 가지

해설

$$\begin{cases} y = ax - b \cdots ㉠ \\ y = 2ax + b \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡−㉠에서 $x = -\dfrac{2b}{a} \cdots$ ㉢

그런데 $ab = 8$ 을 만족하는 자연수의 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1)$ 의 4 가지이므로 이를 ㉢에 대입하여 x 의 값을 구하면 다음과 같다.

$(1, 8)$ 일 때, $x = -\dfrac{2 \times 8}{1} = -16$

$(2, 4)$ 일 때, $x = -\dfrac{2 \times 4}{2} = -4$

$(4, 2)$ 일 때, $x = -\dfrac{2 \times 2}{4} = -1$

$(8, 1)$ 일 때, $x = -\dfrac{2 \times 1}{8} = -\dfrac{1}{4}$

따라서 x, y 의 값이 정수가 되는 경우는 모두 3 가지이다.

24. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2000 = 2^4 \cdot 5^3$ 의 양의 약수는
$2^j \cdot 5^k (0 \le j \le 4, 0 \le k \le 3)$ 의 형태이다.
그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은
$2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$
$2^2 \cdot 5^k \ (k = 1,\ 3)$
$2^3 \cdot 5^k \ (k = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$
$2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$ 의 형태이므로
구하는 개수는 $4 + 2 + 4 + 2 = 12$ (개)

25. A, B, C, D 네 사람이 각자 모자 a, b, c, d 를 하나씩 가져갔을 때, 모두 다른 사람의 모자를 가져갔을 경우의 수는?

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 9 가지

해설

A	B	C	D
b	a	d	c
	c	d	a
	d	a	c
c	a	d	b
	d	a	b
		b	a
d	a	b	c
	c	a	b
		b	a

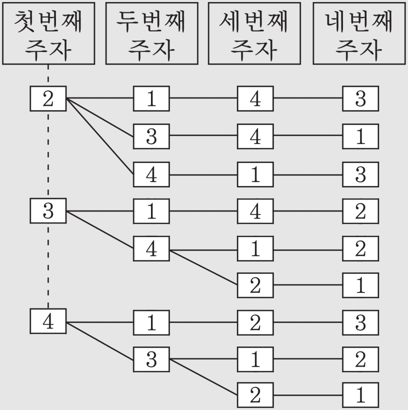
26. 등 번호가 ①, ②, ③, ④ 인 네 명이 이어달리기 순서를 결정하려고 한다. 네 명 모두 자신의 등 번호와 달리는 순서의 번호가 서로 같지 않도록 순서를 결정하는 방법의 수는?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

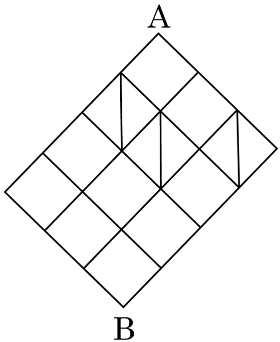
해설

첫 번째 주자로 등번호가 ① 인 사람이 올 수 없고, 두 번째, 세 번째, 네 번째 주자로 각각 등번호가 ②, ③, ④ 인 사람이 올 수 없다. 이와 같은 조건에 맞는 수형도를 생각해 보면 다음과 같다.



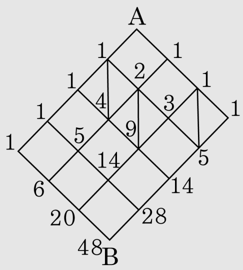
따라서, 구하는 방법의 수는 9 (가지) 이다.

27. 다음과 같은 통로가 있다. A에 공을 넣으면 통로를 지나 B로 나오게 되어 있다. A에 하나의 공을 넣을 때, 공이 지나는 경로의 수는?



① 34 ② 36 ③ 41 ④ 48 ⑤ 52

해설



28. 100원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 3개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b라 할 때, $a+b$의 값은?

① 98 ② 102 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각 동전을 사용하는 경우의 수는 $(3+1)$가지이다.
그러나, 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,
$\therefore$(지불 방법의 수) $=(3+1)(3+1)(3+1)-1=63$ 지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로
100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꿔 생각한다.
즉, 50원짜리 동전 9개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
$\therefore$(지불 금액의 수)$=(9+1)(3+1)-1=39$
$\therefore a+b=102$

29. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 4 개, 10 원짜리 동전 4 개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 118 가지

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각각의 동전을 사용할 수 있는 경우의 수는 (각 동전의 갯수)+1 가지이다.
그러나, 금액이 모두 0 원이면 지불방법이 되지 못하므로,
$\therefore$(지불 방법의 수)$= (2+1)(4+1)(4+1)-1 = 74$
50 원짜리 동전이 2 개가 되면 100 원을 지불할 수 있으므로, 지불 금액의 수는 금액이 중복되지 않도록 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꿔 생각한다.
즉, 50 원짜리 동전 8 개와 10 원짜리 동전 4 개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
$\therefore$(지불 금액의 수)$= (8+1)(4+1)-1 = 44$

30. 한 쪽에는 추만 놓고 다른 쪽에는 물건을 놓아 무게를 재는 양팔저울과 1 g의 추 2개, 3 g의 추 2개, 9 g의 추 1개, 27 g의 추 2개 등 모두 7개의 추가 있다. 이것으로 잴 수 있는 무게는 모두 몇 가지인가? (단, 무게가 0인 경우도 포함한다.)

① 8가지　② 16가지　③ 24가지
④ 36가지　⑤ 54가지

해설

가벼운 추를 모두 올려놓아도 무거운 추 하나보다 가볍기 때문에 계산은 간단해진다.
1 g의 추를 올려놓는 경우의 수는
0, 1, 2개의 3가지,
3 g의 추를 올려놓는 경우의 수는
0, 1, 2개의 3가지,
9 g의 추를 올려놓는 경우의 수는
0, 1개의 2가지,
27 g의 추를 올려놓는 경우의 수는
0, 1, 2개의 3가지
따라서 $3 \times 3 \times 2 \times 3 = 54$가지

31. 토정비결에서는 다음 조건에 맞는 3개의 수 A, B, C로 각 사람의 그 해의 운세 | A | B | C |를 결정한다.

> (1) A는 태어난 해에 해당하는 수를 3으로 나눈 나머지
> (2) B는 태어난 달에 해당하는 수를 6으로 나눈 나머지
> (3) C는 태어난 날에 해당하는 수를 8로 나눈 나머지

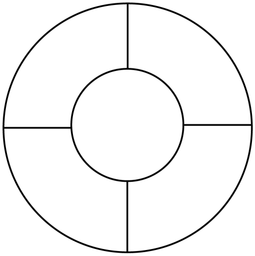
토정비결에 있는 서로 다른 운세 | A | B | C |는 모두 몇 가지인가?
(단, 나머지가 0인 경우에는 나누는 수를 나머지로 한다)

① 64가지 ② 144가지 ③ 127가지
④ 216가지 ⑤ 254가지

해설

A는 1, 2, 3 총 3가지, B는 1부터 6까지 총 6가지, C는 1부터 8까지 총 8가지
따라서 총 가지 수는 $3 \times 6 \times 8 = 144$가지

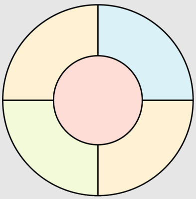
32. 다음의 원형 판에 서로 다른 4 가지의 색을 칠하려고 한다. 접한 부분은 서로 다른 색을 칠하고, 4 가지 색을 모두 사용한다고 할 때, 칠하는 방법의 수는? (단 회전해서 같은 모양이 나오면 같다고 생각한다.)



① 12 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 24

해설

접한 곳은 다른 색을 칠하고 4 가지 색을 모두 사용하기 위해서는 서로 마주 보는 부분 1 쌍은 항상 같은 색이어야 한다.

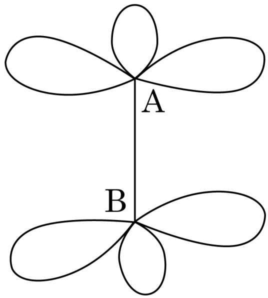


또한 서로 다른 색인 마주보는 1 쌍은 서로 자리를 바꾸어도 같은 경우가 되므로, 가운데 부분부터 선택할 수 있는 각 색의 수는

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 12$$

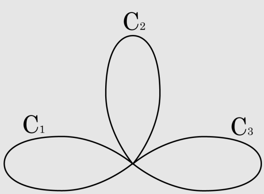
$\therefore$ 12 가지

33. 다음 그림과 같이 도형을 그리는데 연필을 떼지 않고 한 번에 그리는 방법의 수는? (A 또는 B 에서 시작한다.)



① 4588 ② 4592 ③ 4600 ④ 4608 ⑤ 4612

해설



A 에서 B 로 가는 방법의 수를 생각한다.

C_1, C_2, C_3 의 순으로 그리는 방법 :

각각을 시계 방향, 반시계 방향으로 그릴 수 있으므로

$2 \times 2 \times 2 = 8$

C_1, C_2, C_3 를 선택하여 배열하는 방법의 수 : $3! = 6$

따라서 $(8 \times 6)^2 = 2304$

그런데 B 에서 A 로 그리는 방법도 있으므로

$2304 \times 2 = 4608$