

1. 다음 무리식의 값이 실수가 되는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{3x^2 + 13x + 4}$$

① $x \leq -4$ 또는 $x \geq -\frac{1}{3}$

② $x \leq -\frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 4$

③ $x \leq \frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 4$

④ $-4 \leq x \leq \frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3} \leq x \leq 4$

해설

$$3x^2 + 13x + 4 \geq 0$$

$$(3x + 1)(x + 4) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -4 \text{ 또는 } x \geq -\frac{1}{3}$$

2. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

3. $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, $y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}$

② $24\sqrt{3}$

③ $30\sqrt{3}$

④ 48

⑤ 52

해설

$$x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3},$$

$$y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$x + y = 4, \quad xy = 1$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 4^3 - 3 \times 4 = 52 \end{aligned}$$

4. 함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq a\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \geq -3\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -6

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 6

해설

$$2x - 4 \geq 0 \text{ 에서 } 2x \geq 4$$

$$\therefore x \geq 2$$

주어진 함수의 정의역이 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이므로

$$a = 2$$

함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 치역은 $\{y \mid y \geq b\}$ 이므로 $b = -3$

$$\therefore ab = -6$$

5. 함수 $y = \sqrt{-4x+12} - 2$ 는 함수 $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = \sqrt{-4(x-3)} - 2 = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이고}$$

$$y = 2\sqrt{-x} \xrightarrow[y\text{축 } -2]{x\text{축 } 3} y = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 3 - 2 = 3$$

6. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$ 가 지나는 모든 사분면은?

① 1, 2 사분면

② 1, 4 사분면

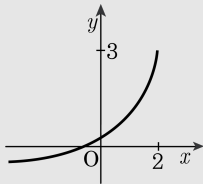
③ 1, 2, 3 사분면

④ 2, 3, 4 사분면

⑤ 1, 3, 4 사분면

해설

꼭지점이 $(2, 3)$ 이고 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $\therefore$ 1, 2, 3 사분면을 지난다.



7. 다음중 함수 $y = -\sqrt{-2x+2}+1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = -\sqrt{-2(x-1)}+1$ 의 그래프는

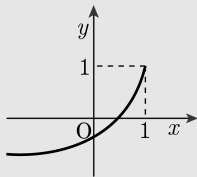
$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 원점에 대하여
대칭이동한

다음 x 축의 방향으로 1 만큼,

y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로

그림과 같다. 따라서 함수의 그래프는

제 2 사분면을 지나지 않는다.



8. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

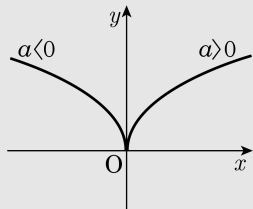
$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수 있다.

그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$

$a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로

①은 틀린 것이다.



9. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2$, $g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

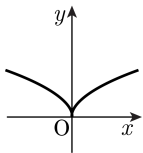
$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

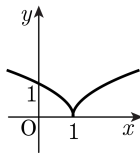
$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

10. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?

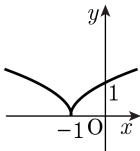
①



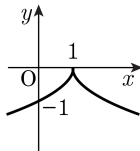
②



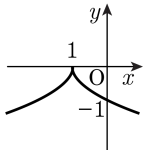
③



④



⑤



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$

$x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로

3번이 정답임.

11. 실수 a, b 가 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{(-b)^2} = -b$

② $(-\sqrt{-a})^2 = -a$

③ $\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

④ $(\sqrt{a})^2 = -a$

⑤ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이면 $a < 0, b < 0$

④의 경우 $(\sqrt{a})^2 = |a|(i)^2 = -|a| = a$ 이므로 옳지 않다.

12. 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{a-2}}{\sqrt{b+2}} = -\sqrt{\frac{a-2}{b+2}}$ 이 성립할 때, $|a-2| - |b-2| + \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $2a - 4$

③ $4b$

④ -4

⑤ $-2a + 2b$

해설

$$\frac{\sqrt{a-2}}{\sqrt{b+2}} = -\sqrt{\frac{a-2}{b+2}} \text{가 성립한다면}$$

$$a-2 \geq 0, b+2 < 0 \Rightarrow a \geq 2, b < -2$$

$$|a-2| - |b-2| + \sqrt{(b-a)^2}$$

$$= a-2 + (b-2) + |b-a| = a-2 + b-2 + a-b = 2a-4$$

13. $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{6}{a+b} + b$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{2}{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\sqrt{12 - 6\sqrt{3}} = \sqrt{12 - 2\sqrt{27}} = 3 - \sqrt{3}$$

$$a = 1, \quad b = 2 - \sqrt{3} \quad (\because 1 < \sqrt{3} < 2)$$

$$\therefore \frac{6}{a+b} + b = \frac{6}{3 - \sqrt{3}} + 2 - \sqrt{3} = 5$$

14. $\sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{1}{b} - a$ 의 값은?

① $1 - \sqrt{3}$

② $1 + \sqrt{3}$

③ $3 + \sqrt{3}$

④ $3 - \sqrt{3}$

⑤ $-\frac{5 + \sqrt{3}}{2}$

해설

$$\sqrt{12 - 2\sqrt{27}} = \sqrt{9} - \sqrt{3} = 3 - \sqrt{3}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2, -2 < -\sqrt{3} < -1, 1 < 3 - \sqrt{3} < 2$$

$$a = 1, b = 3 - \sqrt{3} - 1 = 2 - \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{b} - a = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} - 1 = 2 + \sqrt{3} - 1 = 1 + \sqrt{3}$$

15. $(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$, $(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$$(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{2} + 1}{-\sqrt{2} + 1} = -3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = -4\sqrt{2}, \quad xy = -1$$

$$\begin{aligned} x^2 + xy + y^2 &= (x + y)^2 - xy \\ &= (-4\sqrt{2})^2 - (-1) = 33 \end{aligned}$$

16. $x = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$, $y = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $x^3 - y^3 - 3(x - y)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$y = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore x - y = \sqrt{2}, \quad xy = 1$$

$$\begin{aligned} &x^3 - y^3 - 3(x - y) \\ &= (x - y)^3 + 3xy(x - y) - 3(x - y) \\ &= (\sqrt{2})^3 + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

17. 함수 $y = \frac{2x-7}{x-1}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 이고,
함수 $f(x) = \sqrt{ax+b} + c$ 에 대하여 $f(2) = -1$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의
정의역과 치역을 차례로 구하면?

- ① $\{x \mid x \leq -3\}, \{y \mid y \geq 1\}$
② $\{x \mid x \geq -2\}, \{y \mid y \geq -3\}$
③ $\left\{x \mid x \geq \frac{1}{2}\right\}, \{y \mid y \leq -2\}$
④ $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq -1\}$
⑤ $\{x \mid x \geq 2\}, \{y \mid y \geq 3\}$

해설

$$y = \frac{2x-7}{x-1} = -\frac{5}{x-1} + 2 \text{ 이므로 점근선의 방정식은 } x = 1, \\ y = 2$$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

$$f(x) = \sqrt{x+2} + c \text{ 에서 } f(2) = -1 \text{ 이므로}$$

$$-1 = 2 + c \quad \therefore c = -3$$

$$\text{즉, } f(x) = \sqrt{x+2} - 3 \text{ 이므로}$$

정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq -3\}$ 이다.

18. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동하면 점(1, 3)을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼
평행 이동한 함수의 그래프의 식은

$$y = \sqrt{a(x-2)}$$

이것을 다시 y 축에 대하여 대칭이동한 함수의
그래프의 식은 $y = \sqrt{a(-x-2)}$

이 때, 이 그래프가 점(1, 3)을 지나므로

$$3 = \sqrt{-3a}, -3a = 9$$

$$\therefore a = -3$$

19. $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프의 개형이 아래 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

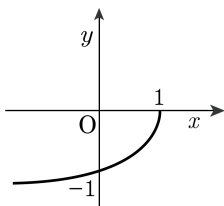
① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4



해설

$$y = -\sqrt{ax+b} + c = -\sqrt{a\left(x + \frac{b}{a}\right)} + c$$

점(1,0)에서 시작이므로 $-\frac{b}{a} = 1$, $c = 0$

$$\therefore b = -a, c = 0$$

이것을 주어진 식에 대입하면 $y = -\sqrt{ax-a}$ 이고

주어진 그래프가 점(0,-1)를 지나므로

$$-1 = -\sqrt{-a}$$

양변을 제곱을 하면 $1 = -a$

$$\therefore a = -1$$

따라서 $a = -1$, $b = 1$, $c = 0$ 이므로

$$a+b+c = -1+1+0 = 0$$

20. $a \leq x \leq 1$ 일 때, $y = \sqrt{3-2x} + 1$ 의 최솟값이 m , 최댓값이 6 이다.
이때, $m - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

함수 $y = \sqrt{3-2x} + 1 = \sqrt{-2\left(x - \frac{3}{2}\right)} + 1$ 는

$y = \sqrt{-2x}$ 를 x 축의 양의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼,

y 축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로
이 함수는 감소함수이다.

따라서, $x = a$ 에서 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{3-2a} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{3-2a} = 5$$

$$\therefore a = -11$$

또한, $x = 1$ 에서 최솟값을 가지므로

$$m = \sqrt{3-2 \times 1} + 1 = 2$$

$$\therefore m - a = 13$$

21. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x+1}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x+k\}$ 에서 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k < 1$ ② $k > \frac{5}{4}$ ③ $1 < k < 5$
 ④ $1 \leq k < \frac{5}{4}$ ⑤ $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$

해설

$n(A \cap B) = 2$ 는 $y = \sqrt{x+1}$ 과

$y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 의미한다.

(i) 두 그래프가 접할 때,

$$\sqrt{x+1} = x+k$$

$$x+1 = x^2 + 2kx + k^2 \quad (x \geq -1)$$

$$x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0 \quad (x \geq -1)$$

이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2-1) = 0$$

$$-4k+5=0$$

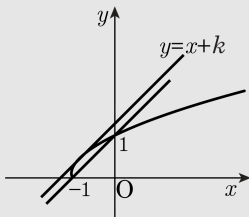
$$\therefore k = \frac{5}{4}$$

(ii) 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$$

(i), (ii) 에 의하여

$$\therefore 1 \leq k < \frac{5}{4}$$



22. 정의역이 $\{x \mid x > -1\}$ 인 두 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{3x+4} - 2$ 에 대하여 $(g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(4)$ 의 값을 구하면?

① -1

② $-\frac{3}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(4) \\ &= (g \circ (g^{-1} \circ f) \circ g)(4) \\ &= ((g \circ g^{-1}) \circ f \circ g)(4) \\ &= (f \circ g)(4) \end{aligned}$$

이때, $g(4) = \sqrt{3 \cdot 4 + 4} - 2 = 2$ 이므로

구하는 값은 $f(g(4)) = f(2) = \frac{1}{3}$ 이다.

23. 무리함수 $y = -\sqrt{1-x} + 2$ 의 역함수는?

① $y = (x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

② $y = (x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

③ $y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

④ $y = -(x-2)^2 - 1 (x \leq 2)$

⑤ $y = -(x+2)^2 + 1 (x \leq 2)$

해설

$y = -\sqrt{1-x} + 2$ 에서 $1-x \geq 0$ 이므로 $x \leq 1$

$y-2 = -\sqrt{1-x} \leq 0$ 이므로 $y \leq 2$

$1-x = (y-2)^2, x = -(y-2)^2 + 1$

x, y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$\therefore y = -(x-2)^2 + 1 (x \leq 2)$

24. 두 실수 x, y 가 $x + y = -1$, $xy = 2$ 을 만족할 때, $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{\sqrt{2}}i$

② $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

③ $\frac{1}{2}i$

④ $-\frac{1}{2}i$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

해설

$$x + y = -1, xy = 2 \Rightarrow x < 0, y < 0$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} \quad (\because x < 0, y < 0) \\ &= \frac{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2}{\sqrt{y}\sqrt{x}} = \frac{x + y}{-\sqrt{xy}} = \frac{-1}{-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

25. $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 일 때, $\frac{x}{x+\sqrt{x-1}} + \frac{x}{x-\sqrt{x-1}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$

② $\frac{2-\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$

④ $\frac{2+3\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x}{x+\sqrt{x-1}} + \frac{x}{x-\sqrt{x-1}} \\ &= \frac{\{(x-\sqrt{x-1}) + (x+\sqrt{x-1})\}x}{(x+\sqrt{x-1})(x-\sqrt{x-1})} \\ &= \frac{2x^2}{x^2-x+1} \end{aligned}$$

$x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 에서 $2x-1 = \sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = 5$

$\therefore x^2 = x + 1$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= \frac{2x^2}{x^2-x+1} \\ &= \frac{2(x+1)}{(x+1)-x+1} = x+1 \\ &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1 = \frac{\sqrt{5}+3}{2} \end{aligned}$$

26. $x = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ 일 때, $x^4 - 4x^3 + 4x + 5$ 의 값은?

① -2

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 9

해설

$$x = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore x - 2 = -\sqrt{3}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 3 \Rightarrow x^2 - 4x = -1$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x + 5 = x^2(x^2 - 4x) + 4x + 5$$

$$= -x^2 + 4x + 5$$

$$= -(x^2 - 4x) + 5$$

$$= 1 + 5 = 6$$

27. $f(x)$ 는 유리수를 계수로 하는 x 의 다항식이고, $f(x) = x^2 + ax + b$,
 $f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\sqrt{7+2\sqrt{12}} = \sqrt{4+3+2\sqrt{4 \times 3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = f(2 + \sqrt{3})$$

$$= (2 + \sqrt{3})^2 + a(2 + \sqrt{3}) + b$$

$$= (7 + 2a + b) + (4 + a)\sqrt{3} = 0$$

그런데, $7 + 2a + b$, $4 + a$ 는 유리수이므로 무리수의 상등에 관한 정리에서

$$7 + 2a + b = 0, 4 + a = 0 \quad \therefore a = -4, b = 1$$

$$\therefore a - b = -4 - 1 = -5$$

해설

$f(\sqrt{7+2\sqrt{12}}) = 0$ 이므로 $\sqrt{7+2\sqrt{12}} = 2 + \sqrt{3}$ 은 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이고, a, b 가 유리수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합 $4 = -a$, 두 근의 곱 $1 = b$

$$\therefore a - b = -4 - 1 = -5$$

28. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$, $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 에 대하여 $y = x + r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ 2

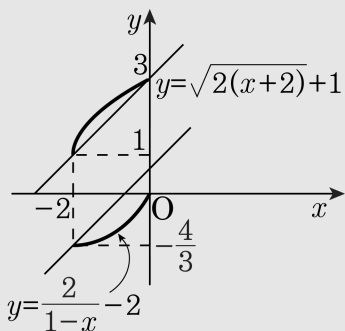
④ 3

⑤ 4

해설

$-2 \leq x \leq 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 과 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



이 때, $y = x + r$ 의 그래프가
 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1$ 의 그래프보다
 아래에 있으므로 $r < 3$

또한, $y = x + r$ 의 그래프가
 $y = \frac{2}{1-x} - 2$ 의 그래프보다

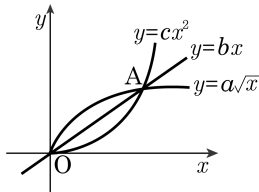
위에 있으므로 $r > \frac{2}{3}$

$$\therefore \frac{2}{3} < r < 3$$

따라서 $r_1 = \frac{2}{3}$, $r_2 = 3$ 이므로

$$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 3 = -1$$

29. 양의 상수 a, b, c 에 대하여 세 함수 $y = a\sqrt{x}$, $y = bx$, $y = cx^2$ 의 그래프가 그림과 같이 원점 O와 다른 점 A에서 동시에 만날 때, a, b, c 의 관계로 옳은 것은?



① $a^3 = b^2c$

② $a^3 = bc^2$

③ $b^3 = a^2c$

④ $b^3 = ac^2$

⑤ $c^3 = a^2b$

해설

곡선 $y = cx^2$ 과 $y = bx$ 의 교점의 x 좌표 (단, $x \neq 0$)는 $cx^2 = bx$

$$\therefore x = \frac{b}{c}$$

곡선 $y = a\sqrt{x}$ 와 $y = bx$ 의 교점의 x 좌표 (단, $x \neq 0$)는

$$a\sqrt{x} = bx \therefore x = \frac{a^2}{b^2}$$

두 점이 일치하므로 $\frac{b}{c} = \frac{a^2}{b^2}$

$$\therefore b^3 = a^2c$$

30. 두 함수 f, g 가 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 4$ 에서
함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x} + 1) \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1 + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}\end{aligned}$$

$\sqrt{x} = t$ 로 놓으면

$0 \leq x \leq 4$ 에서 $0 \leq t \leq 2$ 이므로

주어진 함수는 $y = \frac{1}{t+2} (0 \leq t \leq 2)$

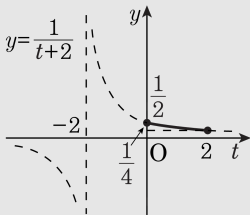
따라서 다음 그림에서 $t = 0$ 일 때

최댓값은 $\frac{1}{2}$,

$t = 2$ 일 때

최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이므로

구하는 합은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



31. $a = \sqrt{10 - 8\sqrt{3} - \sqrt{8}}$ 에 대하여 $f(x) = [x], g(x) = x - [x]$ 일 때,
 $\frac{14}{f(a) + g(a)} - \frac{2}{g(a)}$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수
 이다.)

① 2

② $2 + \sqrt{2}$

③ $\frac{7}{2}$

④ 4

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$a = \sqrt{10 - 8\sqrt{3} - \sqrt{8}} = \sqrt{10 - 8\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{10 - 8(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{18 - 8\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{18 - 2\sqrt{32}}$$

$$\therefore a = 4 - \sqrt{2} = 2. \times \times \times$$

$$[a] = 2, f(a) = [a] = 2$$

$$g(a) = a - [a] = 4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2}$$

$$\therefore \frac{14}{f(a) + g(a)} - \frac{2}{g(a)} = \frac{14}{4 - \sqrt{2}} - \frac{2}{2 - \sqrt{2}} = 2$$

32. $x = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$ 일 때 $x^3 - 3x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$ 의

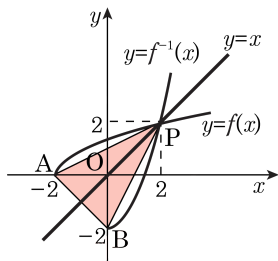
양변을 세제곱하면

$$x^3 = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 3\sqrt[3]{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}x$$

$$= 4 + 3\sqrt{4 - 3}x = 4 + 3x$$

$$\therefore x^3 - 3x = 4$$

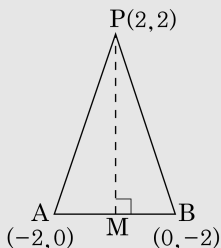
33. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+2}$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점을 A, $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프와 y 축이 만나는 점을 B라 하자. $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 교점을 P라고 할 때, 삼각형 ABP의 넓이를 구하면?



- ① 5 ② 6 ③ $4\sqrt{2}$
 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = f(x) = \sqrt{x+2}$ 의 정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $x = \sqrt{y+2}$
 y 에 관하여 정리하면 $y = x^2 - 2$
 따라서 $y = f^{-1}(x) = x^2 - 2$ 이고,
 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq -2\}$
 이때, $y = f(x)$ 와
 $y = f^{-1}(x)$ 의 교점은
 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의
 교점과 같다.



$\sqrt{x+2} = x, x+2 = x^2$
 $x^2 - x - 2 = 0,$
 $x = 2$ 또는 $x = -1$
 $\therefore x = 2, y = 2(\because x > 0)$
 $\therefore P(2, 2)$
 $\overline{AB}$ 의 중점을 M이라 하면 $M(-1, -1)$
 $\triangle ABP$ 는 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{AB} \perp \overline{PM}$ 이다.
 $\overline{AB} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$
 $\overline{PM} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$
 따라서 $\triangle ABP$ 의 넓이를 S라 하면
 $S = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PM} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$