

1. 다음 보기의 대응 중에서 함수인 것을 모두 고른 것은 무엇인가?

보기

- ㉠ 원의 반지름의 길이와 그 넓이의 대응
- ㉡ 이차방정식과 그 방정식의 실근의 대응
- ㉢ 선분과 그 길이의 대응
- ㉣ 함수와 그 함수의 정의역의 대응
- ㉤ 실수와 그 실수를 포함하는 집합의 대응

- ① ㉠, ㉡, ㉣
- ② ㉠, ㉡, ㉤
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉣
- ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 모든 원의 반지름의 길이  $r$ 는 오직 하나의 넓이  $\pi r^2$ 에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
- ㉡ 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 에서  $b^2 - 4ac < 0$ 이면 대응을 갖지 못하고(허근),  $b^2 - 4ac > 0$ 이면 두 개의 대응을 가지므로(서로 다른 두 실근) 함수가 될 수 없다.
- ㉢ 모든 선분은 오직 하나의 길이에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
- ㉣ 모든 함수는 반드시 정의역을 갖고 그 정의역은 유일하므로 함수가 될 수 있다.
- ㉤ 특정한 실수  $a$ 를 포함하는 집합은  $\{a\}$ ,  $\{a, b\}$ ,  $\{a, b, c\}$ , ... 등 무수히 많다. 즉, 실수  $a$ 에  $a$ 를 포함하는 무수히 많은 집합들이 대응되므로 함수가 될 수 없다. 따라서 함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

2. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 - 10x - 5, g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합  $X$ 의 개수는 몇 개인가?

- ① 0개    ② 1개    ③ 2개    ④ 3개    ⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로  
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서  
 $3x^2 - 12x - 15 = 0, 3(x^2 - 4x - 5) = 0$   
 $(x - 5)(x + 1) = 0$   
 $\therefore x = 5, -1$   
즉,  $x = 5$  또는  $x = -1$ 일 때  $f(x) = g(x)$ 이다.  
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

3. 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(xy) = f(x)f(y)$  이고  $f$ 가 일대일대응일 때,  $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌  $x$ 에 대하여  $y = 0$ 을  
 $f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.  
 $f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$   
 $\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$  또는  $f(x) = 1$   
만일  $f(x) = 1$ 이면  
 $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots$  이다.  
위는  $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로  
 $f(x) = 1$ 은 부적당  
 $\therefore f(0) = 0$

4. 다음은 실수 전체의 집합  $R$  에서  $R$  로의 함수이다. 일대일 대응인 것은 무엇인가?

①  $y = -x^2$

②  $y = -|x|$

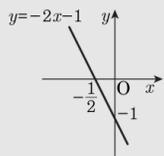
③  $y = 3$

④  $y = -2x - 1$

⑤  $y = \sqrt{2x} - 2 \ (x \geq 1)$

**해설**

①  $-1 \neq 1$  이지만  $f(-1) = f(1) = -1$  이므로 일대일 함수가 아니다.



또,  $f(X) \leq 0$  이므로 (공역)  $\neq$  (치역)

②  $-1 \neq 1$  이지만  $f(-1) = f(1) = -1$  이므로 일대일 함수가 아니다.

또,  $f(X) \leq 0$  이므로 (공역)  $\neq$  (치역)

③ 모든  $x \in X$  에 대하여  $f(x) = 3$  이므로 일대일 함수가 아니다.

또,  $f(X) = 3$  이므로 (공역)  $\neq$  (치역)

④ 일대일 함수이고 (공역) = (치역) = (실수 전체의 집합) 이므로 일대일 대응이다.

⑤  $x \geq 1$  일 때,  $f(X) \geq 0$  이므로

일대일 함수이지만 (공역)  $\neq$  (치역) 이다.

5. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답:                         개

▷ 정답: 8개

해설

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지  
2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지  
3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지  
따라서  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수의 개수는  
 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

6. 두 함수  $f(x) = 3x+1$ ,  $g(x) = -x^2+x$ 에 대하여  $(f \circ g)(2)$ ,  $(g \circ f)(2)$ 의 합숫값을 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값을 구하면?

- ① -47      ② -35      ③ 12      ④ 37      ⑤ 47

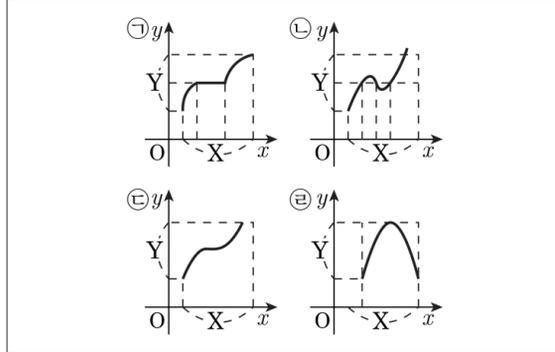
해설

$$a = (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(-2) = -5$$

$$b = (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(7) = -42$$

$$\therefore a-b = -5 - (-42) = 37$$

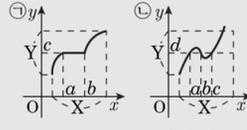
7. 함수  $f: X \rightarrow Y$  의 그래프가 다음과 같다고 한다. 이 중에서 역함수가 존재하는 것은?



- ① ㉠, ㉡                      ② ㉢, ㉣                      ③ ㉤
- ④ ㉠                              ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

**해설**

$X$  에서  $Y$  로의 일대일대응을 찾으면 된다.



- ㉠ :  $\{x|a \leq x \leq b\}$  에 속하는  $x$  의 상이 모두  $c$  이므로 일대일대응이 아니다.  
 ㉢ :  $a, b, c$  의 상이 모두  $d$  이므로 일대일 대응이 아니다.  
 ㉣ : ㉢의 경우와 같다.

8.  $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -2x & (x \geq 0) \end{cases}$  일 때,  $(f^{-1} \circ f^{-1})(4)$  의 값은 얼마인가?

- ① -1      ② 0      ③  $\frac{1}{2}$       ④ 1      ⑤ 4

해설

$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = (f \circ f)^{-1}(4) = a$  라 놓으면,  
 $(f \circ f)(a) = f(f(a)) = 4$   
 $f(-2) = (-2)^2 = 4$  이므로  $f(a) = -2$   
또,  $f(1) = -2 \cdot 1 = -2$   
 $\therefore a = 1$

9. 함수  $y = |x - 1| - 2$  의 그래프와 직선  $y = mx + m - 1$  이 서로 다른 두 점에서 만나도록  $m$  의 값의 범위를 구하면?

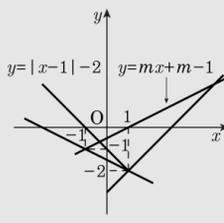
- ①  $-1 < m < 0$       ②  $-\frac{1}{2} < m < 1$       ③  $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$   
 ④  $0 < m < 1$       ⑤  $1 < m < 2$

**해설**

$y = |x - 1| - 2$  의 그래프는 아래 그림과 같이 점  $(1, -2)$  에서 꺾인 그래프이다.

또, 직선  $y = mx + m - 1$  은  $y = m(x + 1) - 1$  에서  $m$  의 값에 관계 없이 점  $(-1, -1)$  을 지나는 직선이다.

따라서, 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 조건은  $-\frac{1}{2} < m < 1$

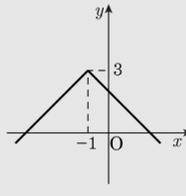


10. 함수  $y = -|x+1|+3$  의 최댓값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$y = -|x+1|+3$  의 그래프는 다음  
그림과 같으므로 최댓값은  
 $x = -1$  일 때, 3이다.



11. 집합  $A = \{1, a, b\}$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 3x^3 - x$ ,  $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여  $f = g$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

- ①  $\frac{2}{3}$       ② 2      ③  $\frac{1}{3}$       ④ -1      ⑤  $-\frac{2}{3}$

해설

$f(1) = g(1)$ ,  $f(a) = g(a)$ ,  $f(b) = g(b)$  이어야 하므로  
 $f(1) - g(1) = 0$ ,  $f(a) - g(a) = 0$ ,  $f(b) - g(b) = 0$ 이다.  
따라서  $1, a, b$ 는  $f(x) - g(x) = 0$ 의 세 근이다.

즉  $3x^3 - x^2 - x - 1 = 0$ 의 세 근의 합은

$$1 + a + b = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a + b = -\frac{2}{3}$$

12.  $f \circ f$ 를  $f^2$ ,  $f \circ f \circ f$ 를  $f^3$ 과 같이 나타낼 때,  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  이면  $f^3(2)$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{f(x)}{f(x)-1} \\ &= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-1} = x \\ \therefore f^3(x) &= (f \circ f \circ f)(x) = f((f \circ f)(x)) \\ &= f(f^2(x)) = f(x) = \frac{x}{x-1} \\ \therefore f^3(2) &= 2 \end{aligned}$$

13. 두 함수  $f(x) = x + k$ ,  $g(x) = x^2 + 1$  에 대하여  $f \circ g = g \circ f$  가 성립하도록 상수  $k$  의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f \circ g = g \circ f$  에서  $x^2 + 1 + k = x^2 + 2kx + k^2 + 1$   
즉  $2kx + k^2 - k = 0$   
모든  $x$  에 대하여 성립하므로  $k = 0$

14. 함수  $f(x)$ 가  $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$  를 만족할 때,  $f(x)$ 를  $x$ 의 식으로 나타내고 이를 이용하여  $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{ 로 놓으면 } x = 5t - 1$$

$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{ 에서}$$

$$f(x) = 5x + 1$$

$$\therefore f(f(x)) = f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1$$

$$= 25x + 6$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

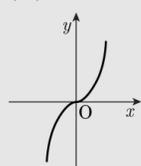
15. 삼차함수  $y = ax^3$  의 그래프의 설명 중 틀린 것은?

- ①  $x$  축에 대하여 대칭이다.
- ② 원점에 대하여 대칭이다.
- ③  $a > 0$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값도 증가한다.
- ④  $|a|$  가 크면  $y$  축에 가깝다.
- ⑤  $a < 0$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값은 감소한다.

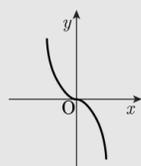
해설

$f(x) = ax^3$  의 그래프는 다음과 같다.

(i)  $a > 0$



(ii)  $a < 0$



따라서 그래프는  $x$  축에 대하여 대칭이 아니다.

16. 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = f(x)$ 이면  $f(x)$ 를 우함수,  $f(-x) = -f(x)$ 이면  $f(x)$ 를 기함수라 한다. 다음은 「모든 함수는 우함수와 기함수의 합으로 나타낼 수 있다.」라는 명제의 참·거짓을 밝히는 과정이다. 다음 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열하면?

보기

임의의 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(x) = \frac{f(x)+f(-x)}{2} + \frac{f(x)-f(-x)}{2}$  라고 놓고  $g(x) = \frac{f(x)+f(-x)}{2}$ ,  $h(x) = \frac{f(x)-f(-x)}{2}$  라 하면  $g(x)$ 는 [ (가) ] 이고  $h(x)$ 는 [ (나) ] 이다. 따라서 주어진 명제는 [ (다) ]이다.

- ① 기함수, 우함수, 참                      ② 우함수, 기함수, 참  
 ③ 우함수, 우함수, 거짓                ④ 기함수, 기함수, 거짓  
 ⑤ 우함수, 기함수, 거짓

해설

$$g(-x) = \frac{f(-x)+f(x)}{2} = g(x) \text{ 이므로}$$

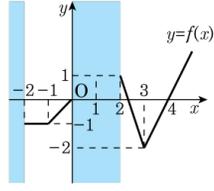
$g(x)$ 는 우함수 ... (가)

$$h(-x) = \frac{f(-x)-f(x)}{2} = -\frac{f(x)-f(-x)}{2} = -h(x) \text{ 이므로}$$

$h(x)$ 는 기함수 ... (나)

따라서, 임의의 함수  $f(x)$ 를  
 우함수와 기함수의 합으로 나타내었으므로  
 주어진 명제는 참이다. ... (다)

17. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키는 함수  $y = f(x)$ 의 그래프의 일부분이 다음 그림과 같이 지워져 있다. 다음 보기는 함수  $y = f(x)$ 에 대한 설명이다.  $M, N$ 의 합을 구하여라.



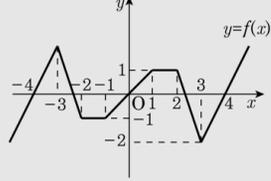
$-4 \leq x \leq -2$ 일 때,  $f(x)$ 의 최댓값은  $M$ 이고,  $0 \leq x \leq 2$ 일 때,  $f(x)$ 의 최댓값은  $N$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키므로 주어진 함수는 기함수 즉, 원점 대칭이다. 따라서 그래프를 완성하면 다음 그림과 같으므로



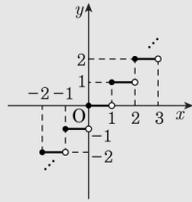
$-4 \leq x \leq -2$ 일 때,  
 $f(x)$ 의 최댓값  $M = 2$ 이고,  
 $0 \leq x \leq 2$ 일 때,  
 $f(x)$ 의 최댓값  $N = 1$ 이다.  
 $\therefore M + N = 3$

18. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단,  $[x]$  는  $x$  보다 크지 않은 최대의 정수)

- ①  $y = [x]$  의 그래프는 함수의 그래프이다.
- ②  $y = [x]$  의 정의역이 모든 실수일 때, 치역은 정수 전체의 집합이다.
- ③  $x = 2.1$  이면  $[x] = 2$  이다.
- ④  $x = -1.8$  이면  $[x] = -2$  이다.
- ⑤  $y = [x]$  의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

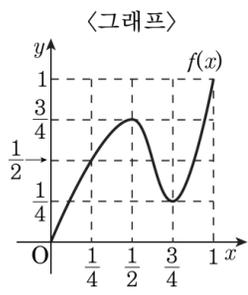
해설

$y = [x]$  의 그래프는 다음 그림과 같으므로



$y = [x]$  의 그래프는 원점에 대하여 대칭이 아니다.

19.  $R = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 이라 할 때,  $R$ 에서  $R$ 로의 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. (단,  $f^n(x) = (f \circ f \circ \dots \circ f)(x) : f$  개수  $n$  개)



이 때,  $f\left(\frac{1}{4}\right) + f^2\left(\frac{1}{4}\right) + f^3\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + f^{99}\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값을 구하면?

(단,  $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$ ,  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$ ,  $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$ )

- ①  $\frac{99}{2}$       ②  $\frac{95}{2}$       ③  $\frac{93}{2}$       ④  $\frac{91}{2}$       ⑤  $\frac{89}{2}$

해설

그래프에서  $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$ ,  $f^2\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$ ,  $f^3\left(\frac{1}{4}\right) =$

$f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$ , ... 이므로

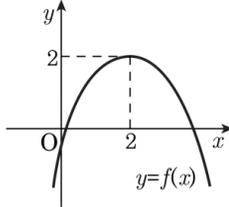
$f^{3k+1}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$ ,  $f^{3k+2}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$ ,  $f^{3k+3}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$  ( $k =$

$0, 1, 2, \dots$ )

$\therefore f\left(\frac{1}{4}\right) + f^2\left(\frac{1}{4}\right) + f^3\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + f^{99}\left(\frac{1}{4}\right) = 33 \times$

$\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{99}{2}$

20. 이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식  $(f \circ f)(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



- ① 없다    ② 1개    ③ 2개    ④ 3개    ⑤ 4개

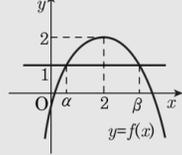
**해설**

$(f \circ f)(x) = 1$ 을 만족하므로  $f(f(x)) = 1$   
 $f(x) = t$ 라 놓고  $f(t) = 1$ 을 만족하는  $t$ 의 값을  $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면

$0 < \alpha < 2 < \beta$ 이다.

이 때,  $f(x) = \alpha$ 를 만족하는  $x$ 의 값은 2개이지만

$f(x) = \beta$ 를 만족하는 근은 없다.



따라서,  $(f \circ f)(x) = 1$ 을 만족하는  $x$ 의 값은 2개이다.

21. 두 함수  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = -x + 2$  의 역함수를 각각  $f^{-1}$ ,  $g^{-1}$  라고 할 때,  $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(5)$  의 값은?

- ① -1      ② -3      ③ -5      ④ -7      ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f &= f \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \circ f \\ &= f \circ g^{-1} \circ (f^{-1} \circ f) \\ &= f \circ g^{-1} \circ I \\ &= f \circ g^{-1} \end{aligned}$$

따라서, 구하는 값은  $(f \circ g^{-1})(5) = f(g^{-1}(5))$

$g^{-1}(5) = k$  로 놓으면  $g(k) = 5$

$-k + 2 = 5$  에서  $k = -3$ , 즉  $g^{-1}(5) = -3$

$\therefore f(g^{-1}(5)) = f(-3) = 2 \times (-3) - 1 = -7$

22. 세 함수  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = x - 3$ ,  $h(x) = ax + b$  에 대하여  $(g \circ f)^{-1} \circ h = g$  가 성립할 때 상수  $a, b$  의 합을 구하면?

- ① -1      ② -3      ③ 3      ④ -6      ⑤ 6

해설

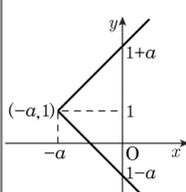
$$\begin{aligned}(g \circ f) \circ (g \circ f)^{-1} &= I \text{ 이므로} \\ (g \circ f)^{-1} \circ h &= g \text{ 에서 } h = (g \circ f) \circ g \\ ((g \circ f) \circ g)(x) &= (g \circ f)(g(x)) = (g \circ f)(x - 3) \\ &= g(f(x - 3)) \\ &= g(2(x - 3) + 1) = g(2x - 5) \\ &= (2x - 5) - 3 = 2x - 8 \\ 2x - 8 &= ax + b \text{ 에서 } a = 2, b = -8 \\ \therefore a + b &= -6\end{aligned}$$

23.  $|y-1|=x+a$  의 그래프와  $y$  축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 일 때, 양수  $a$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$|y-1|=x+a$  의  
 그래프는  $|y|=x$  를  
 $x$  축 음의 방향으로  $a$ ,  
 $y$  축 양의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨  
 그래프이므로 다음 그림과 같다.  
 이때,  $y$  절편은  $|y-1|=a$  에서  $y=1\pm a$   
 $\therefore S = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = 4 \quad \therefore a = 2(a > 0)$

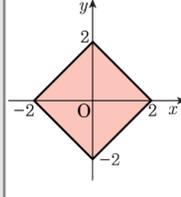


24.  $|x| + |y| = 2$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

해설

$|x| + |y| = 2$ 의 그래프는  
 $x + y = 2$ 의 그래프에서  
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분을  
각각  $x$  축,  $y$  축, 원점에 대하여 대칭 이  
동한 것이므로 다음 그림과 같다.  
따라서 구하는 도형의 넓이는  $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 =$   
8



25. 함수  $f(x)$ 가 임의의 실수  $x$ 에 대하여 다음의 조건을 만족시킬 때,  $f(2012)$ 의 값과 같은 것은?

$$\begin{array}{l} \text{I. } f(-x) = f(x) \\ \text{II. } f(x) = f(10-x) \end{array}$$

- ①  $f(0)$     ②  $f(1)$     ③  $f(2)$     ④  $f(3)$     ⑤  $f(4)$

해설

$f(-x) = f(x) \Leftrightarrow y = f(x)$ 는  $y$ 축에 대칭이고,  
 $f(x) = f(10-x) \Leftrightarrow y = f(x)$ 는  
 $x = 5$ 에 대칭이다.  
따라서 함수  $y = f(x)$ 는 주기가 10이고,  
 $2012 = 201 \times 10 + 2$ 이므로  
 $f(2012) = f(201 \times 10 + 2) = f(2)$

26. 모든 실수  $x$  에 대하여 정의된 함수  $f(x) = [x] + [-x]$  의 치역은? (단,  $[x]$  는  $x$  보다 크지 않은 최대 정수이다.)

- ①  $\{-1, 0\}$                       ②  $\{-1, 1\}$                       ③  $\{0, 1\}$   
④  $\{-1, 0, 1\}$                       ⑤  $\{0\}$

해설

정수  $n$  에 대하여

(i)  $x = n$  이면

$$f(x) = [x] + [-x] = n + (-n) = 0$$

(ii)  $n < x < n + 1$  이면

$$-n - 1 < -x < -n \text{ 이므로 } [-x] = -n - 1$$

$$\therefore f(x) = [x] + [-x] = n + (-n - 1) = -1$$

(i), (ii) 에서 구하는 치역은  $\{-1, 0\}$  이다.

27. 임의의 양수  $x, y$ 에 대하여 항상  $f(xy) = f(x) + f(y)$  인 관계가 성립할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $f(1) = 0$

②  $f(6) = f(2) + f(3)$

③  $f(x^2) = f(2x)$

④  $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

⑤  $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

해설

①  $f(1) = f(1 \times 1) = f(1) + f(1)$

$\therefore f(1) = 0$

②  $f(6) = f(2 \times 3) = f(2) + f(3)$

③  $f(x^2) = f(x \cdot x) = f(x) + f(x) = 2f(x)$

④  $f\left(x \cdot \frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$

$f(1) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right), f(1) = 0$  이므로

$f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

⑤  $f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$= f(x) - f(y)$  ( $\because$  ④가참)

28. 수직선 위에 네 점 A(-2), B(0), C(1) 이 있다. 이 수직선 위의 점 P 에 대하여  $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 P 의 좌표를  $P(x)$  라고 하면  
 $\overline{PA} = |x + 2|$ ,  $\overline{PB} = |x|$ ,  $\overline{PC} = |x - 1|$ ,  
 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = |x + 2| + |x| + |x - 1|$  이므로  
 $y = |x + 2| + |x| + |x - 1|$  로 놓고  
 $x = -2, 0, 1$  을 경계로 하여 구간을 나누면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = \begin{cases} -3x - 1 & (x < -2 \text{ 일 때}) \\ -x + 3 & (-2 \leq x < 0 \text{ 일 때}) \\ x + 3 & (0 \leq x < 1 \text{ 일 때}) \\ 3x + 1 & (x \geq 1 \text{ 일 때}) \end{cases}$$

따라서,  $y = |x + 2| + |x| + |x - 1|$  의 그래프가 다음 그림과 같으므로 구하는 최솟값은 3 이다.

