

# 1. 다음 보기의 대응 중에서 함수인 것을 모두 고른 것은 무엇인가?

## 보기

- ㉠ 원의 반지름의 길이와 그 넓이의 대응
- ㉡ 이차방정식과 그 방정식의 실근의 대응
- ㉢ 선분과 그 길이의 대응
- ㉣ 함수와 그 함수의 정의역의 대응
- ㉤ 실수와 그 실수를 포함하는 집합의 대응

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉤, ㉣

## 해설

- ㉠ 모든 원의 반지름의 길이  $r$ 는 오직 하나의 넓이  $\pi r^2$ 에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
- ㉡ 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 에서  $b^2 - 4ac < 0$ 이면 대응을 갖지 못하고(허근),  $b^2 - 4ac > 0$ 이면 두 개의 대응을 가지므로 (서로 다른 두 실근) 함수가 될 수 없다.
- ㉢ 모든 선분은 오직 하나의 길이에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
- ㉣ 모든 함수는 반드시 정의역을 갖고 그 정의역은 유일하므로 함수가 될 수 있다.
- ㉤ 특정한 실수  $a$ 를 포함하는 집합은  $\{a\}$ ,  $\{a, b\}$ ,  $\{a, b, c\}$ , … 등 무수히 많다. 즉, 실수  $a$ 에  $a$ 를 포함하는 무수히 많은 집합들이 대응되므로 함수가 될 수 없다. 따라서 함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

2. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 - 10x - 5$ ,  $g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합  $X$ 의 개수는 몇 개인가?

- ① 0개      ② 1개      ③ 2개      ④ 3개      ⑤ 4개

해설

$$f(x) = g(x) \text{ 이므로}$$

$$2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10 \text{에서}$$

$$3x^2 - 12x - 15 = 0, 3(x^2 - 4x - 5) = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 5, -1$$

즉,  $x = 5$  또는  $x = -1$  일 때  $f(x) = g(x)$  이다.

$$\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$$

3. 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(xy) = f(x)f(y)$ 이고  $f$ 가 일대일대응일 때,  $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

0이 아닌  $x$ 에 대하여  $y = 0$ 을

$f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.

$$f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0 \text{ 또는 } f(x) = 1$$

만일  $f(x) = 1$ 이면

$$f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots \text{이다.}$$

위는  $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로

$f(x) = 1$ 은 부적당

$$\therefore f(0) = 0$$

4. 다음은 실수 전체의 집합  $R$ 에서  $R$ 로의 함수이다. 일대일대응인 것은 무엇인가?

①  $y = -x^2$

②  $y = -|x|$

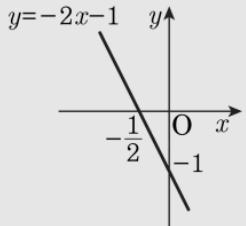
③  $y = 3$

④  $y = -2x - 1$

⑤  $y = \sqrt{2}x - 2 (x \geq 1)$

해설

①  $-1 \neq 1$  이지만  $f(-1) = f(1) = -1$  이므로  
일대일 함수가 아니다.



또,  $f(X) \leq 0$  이므로 (공역) ≠ (치역)

②  $-1 \neq 1$  이지만  $f(-1) = f(1) = -1$  이므로  
일대일 함수가 아니다.

또,  $f(X) \leq 0$  이므로 (공역) ≠ (치역)

③ 모든  $x \in X$ 에 대하여  $f(x) = 3$  이므로  
일대일 함수가 아니다.

또,  $f(X) = 3$  이므로 (공역) ≠ (치역)

④ 일대일 함수이고 (공역) = (치역) = (실수 전체의 집합) 이므로  
일대일대응이다.

⑤  $x \geq 1$  일 때,  $f(X) \geq 0$  이므로

일대일 함수이지만 (공역) ≠ (치역)이다.

5. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 8개

해설

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2 가지

2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2 가지

3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2 가지

따라서  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수의 개수는

$$2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$$

6. 두 함수  $f(x) = 3x + 1$ ,  $g(x) = -x^2 + x$ 에 대하여  $(f \circ g)(2)$ ,  $(g \circ f)(2)$ 의 함숫값을 각각  $a$ ,  $b$  라 할 때,  $a - b$ 의 값을 구하면?

① -47

② -35

③ 12

④ 37

⑤ 47

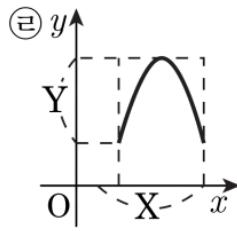
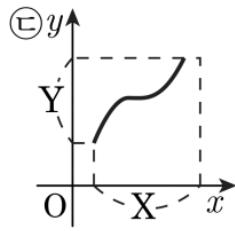
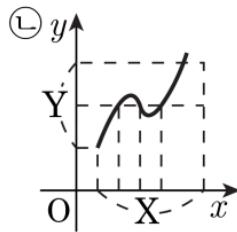
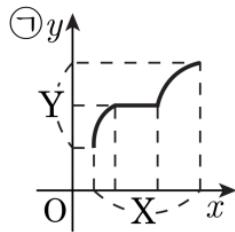
해설

$$a = (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(-2) = -5$$

$$b = (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(7) = -42$$

$$\therefore a - b = -5 - (-42) = 37$$

7. 함수  $f : X \rightarrow Y$  의 그래프가 다음과 같다고 한다. 이 중에서 역함수가 존재하는 것은?



① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉣

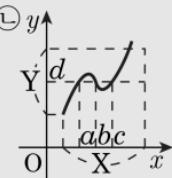
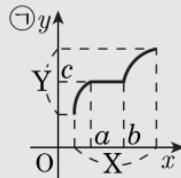
③ ㉢

④ ㉠

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

### 해설

$X$ 에서  $Y$ 로의 일대일대응을 찾으면 된다.



- ㉠ :  $\{x | a \leq x \leq b\}$ 에 속하는  $x$ 의 상이 모두  $c$  이므로 일대일대응이 아니다.
- ㉡ :  $a, b, c$ 의 상이 모두  $d$  이므로 일대일 대응이 아니다.
- ㉢ : ㉡의 경우와 같다.

8.  $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -2x & (x \geq 0) \end{cases}$  일 때,  $(f^{-1} \circ f^{-1})(4)$  의 값은 얼마인가?

- ① -1      ② 0      ③  $\frac{1}{2}$       ④ 1      ⑤ 4

해설

$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = (f \circ f)^{-1}(4) = a$  라 놓으면,

$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = 4$

$f(-2) = (-2)^2 = 4$  ∴므로  $f(a) = -2$

따라서,  $f(1) = -2 \cdot 1 = -2$

$\therefore a = 1$

9. 함수  $y = |x - 1| - 2$  의 그래프와 직선  $y = mx + m - 1$  이 서로 다른 두 점에서 만나도록  $m$ 의 값의 범위를 구하면?

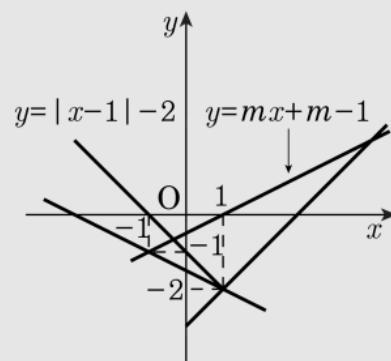
- ①  $-1 < m < 0$
- ②  $-\frac{1}{2} < m < 1$
- ③  $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$
- ④  $0 < m < 1$
- ⑤  $1 < m < 2$

해설

$y = |x - 1| - 2$  의 그래프는 아래 그림과 같이 점  $(1, -2)$ 에서 격인 그래프이다.

또, 직선  $y = mx + m - 1$  은  $y = m(x + 1) - 1$ 에서  $m$ 의 값에 관계 없이 점  $(-1, -1)$ 을 지나는 직선이다.

따라서, 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 조건은  $-\frac{1}{2} < m < 1$

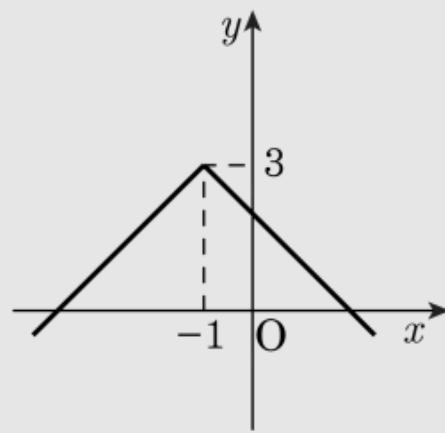


10. 함수  $y = -|x + 1| + 3$  의 최댓값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$y = -|x + 1| + 3$  의 그래프는 다음  
그림과 같으므로 최댓값은  
 $x = -1$  일 때, 3이다.



11. 집합  $A = \{1, a, b\}$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 3x^3 - x$ ,  $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여  $f = g$  일 때,  $a + b$ 의 값은?

①  $\frac{2}{3}$

② 2

③  $\frac{1}{3}$

④ -1

⑤  $-\frac{2}{3}$

해설

$f(1) = g(1)$ ,  $f(a) = g(a)$ ,  $f(b) = g(b)$  이어야 하므로

$f(1) - g(1) = 0$ ,  $f(a) - g(a) = 0$ ,  $f(b) - g(b) = 0$ 이다.

따라서  $1, a, b$ 는  $f(x) - g(x) = 0$ 의 세 근이다.

즉  $3x^3 - x^2 - x - 1 = 0$ 의 세 근의 합은

$$1 + a + b = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a + b = -\frac{2}{3}$$

12.  $f \circ f$  를  $f^2$ ,  $f \circ f \circ f$  를  $f^3$  과 같이 나타낼 때,  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  이면  $f^3(2)$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{f(x)}{f(x)-1}$$

$$= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}-1} = x$$

$$\therefore f^3(x) = (f \circ f \circ f)(x) = f((f \circ f)(x))$$

$$= f(f^2(x)) = f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$\therefore f^3(2) = 2$$

13. 두 함수  $f(x) = x + k$ ,  $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여  $f \circ g = g \circ f$  가 성립하도록 상수  $k$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$f \circ g = g \circ f \text{에서 } x^2 + 1 + k = x^2 + 2kx + k^2 + 1$$

$$\text{즉 } 2kx + k^2 - k = 0$$

모든  $x$ 에 대하여 성립하므로  $k = 0$

14. 함수  $f(x)$  가  $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$  를 만족할 때,  $f(x)$  를  $x$  의 식으로 나타내고 이를 이용하여  $f(f(10))$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{ 로 놓으면 } x = 5t - 1$$

$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{ 에서}$$
$$f(x) = 5x + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore f(f(x)) &= f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1 \\ &= 25x + 6\end{aligned}$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

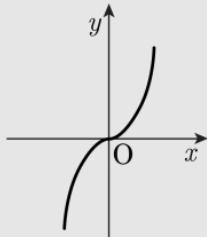
## 15. 삼차함수 $y = ax^3$ 의 그래프의 설명 중 틀린 것은?

- ①  $x$  축에 대하여 대칭이다.
- ② 원점에 대하여 대칭이다.
- ③  $a > 0$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값도 증가한다.
- ④  $|a|$  가 크면 클수록  $y$  축에 가깝다.
- ⑤  $a < 0$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값은 감소한다.

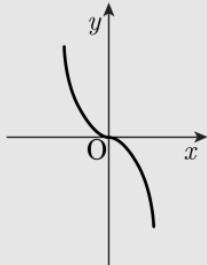
### 해설

$f(x) = ax^3$  의 그래프는 다음과 같다.

( i )  $a > 0$



( ii )  $a < 0$



따라서 그래프는  $x$  축에 대하여 대칭이 아니다.

16. 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = f(x)$ 이면  $f(x)$ 를 우함수,  $f(-x) = -f(x)$ 이면  $f(x)$ 를 기함수라 한다. 다음은 「모든 함수는 우함수와 기함수의 합으로 나타낼 수 있다.」라는 명제의 참·거짓을 밝히는 과정이다. 다음 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열하면?

보기

임의의 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2} + \frac{f(x) - f(-x)}{2}$  라고 놓고  $g(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$ ,  $h(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}$  라 하면  $g(x)$ 는 [ (가) ] 이고  $h(x)$ 는 [ (나) ] 이다. 따라서 주어진 명제는 [ (다) ] 이다.

- ① 기함수, 우함수, 참      ② 우함수, 기함수, 참  
③ 우함수, 우함수, 거짓      ④ 기함수, 기함수, 거짓  
⑤ 우함수, 기함수, 거짓

해설

$$g(-x) = \frac{f(-x) + f(x)}{2} = g(x) \text{ 이므로}$$

$g(x)$ 는 우함수 … (가)

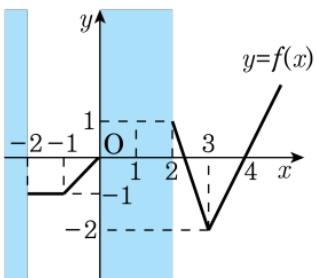
$$h(-x) = \frac{f(-x) - f(x)}{2} = -\frac{f(x) - f(-x)}{2} \\ = -h(x) \text{ 이므로}$$

$h(x)$ 는 기함수 … (나)

따라서, 임의의 함수  $f(x)$ 를  
우함수와 기함수의 합으로 나타내었으므로  
주어진 명제는 참이다. … (다)

17. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키는 함수  $y = f(x)$ 의 그래프의 일부분이 다음 그림과 같이 지워져 있다. 다음 보기에는 함수  $y = f(x)$ 에 대한 설명이다.  $M, N$ 의 합을 구하여라.

$-4 \leq x \leq -2$  일 때,  $f(x)$ 의 최댓값은  $M$ 이고,  $0 \leq x \leq 2$  일 때,  $f(x)$ 의 최댓값은  $N$ 이다.

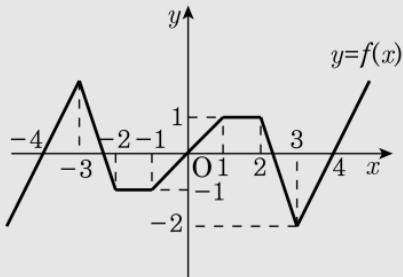


▶ 답 :

▷ 정답 : 3

### 해설

모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키므로 주어진 함수는 기함수 즉, 원점 대칭이다. 따라서 그래프를 완성하면 다음 그림과 같으므로



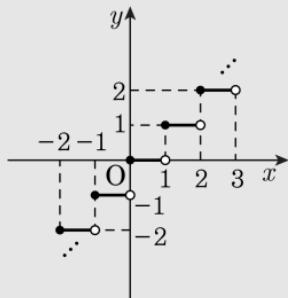
$-4 \leq x \leq -2$  일 때,  
 $f(x)$ 의 최댓값  $M = 2$ 이고,  
 $0 \leq x \leq 2$  일 때,  
 $f(x)$ 의 최댓값  $N = 1$ 이다.  
 $\therefore M + N = 3$

18. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단,  $[x]$  는  $x$  보다 크지 않은 최대의 정수)

- ①  $y = [x]$  의 그래프는 함수의 그래프이다.
- ②  $y = [x]$  의 정의역이 모든 실수일 때, 치역은 정수 전체의 집합이다.
- ③  $x = 2.1$  이면  $[x] = 2$  이다.
- ④  $x = -1.8$  이면  $[x] = -2$  이다.
- ⑤  $y = [x]$  의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

해설

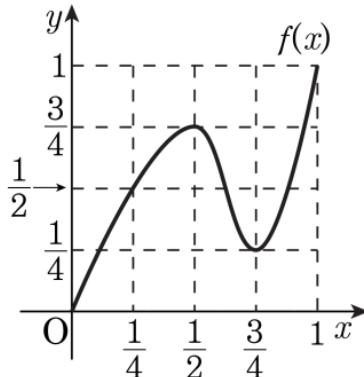
$y = [x]$  의 그래프는 다음 그림과 같으므로



$y = [x]$  의 그래프는 원점에 대하여 대칭이 아니다.

19.  $R = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 이라 할 때,  $R$ 에서  $R$ 로의 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.(단,  $f^n(x) = (f \circ f \circ \dots \circ f)(x) : f$  개수  $n$ 개)

〈그래프〉



이 때,  $f\left(\frac{1}{4}\right) + f^2\left(\frac{1}{4}\right) + f^3\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + f^{99}\left(\frac{1}{4}\right)$  의 값을 구하면?

(단,  $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}, f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$ )

- ①  $\frac{99}{2}$       ②  $\frac{95}{2}$       ③  $\frac{93}{2}$       ④  $\frac{91}{2}$       ⑤  $\frac{89}{2}$

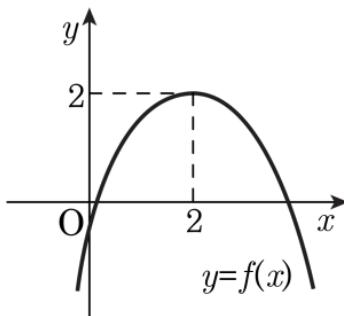
해설

그래프에서  $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}, f^2\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}, f^3\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}, \dots$  이므로

$f^{3k+1}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}, f^{3k+2}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}, f^{3k+3}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} (k = 0, 1, 2, \dots)$

$$\therefore f\left(\frac{1}{4}\right) + f^2\left(\frac{1}{4}\right) + f^3\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + f^{99}\left(\frac{1}{4}\right) = 33 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{99}{2}$$

20. 이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식  $(f \circ f)(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



- ① 없다      ② 1 개      ③ 2 개      ④ 3 개      ⑤ 4 개

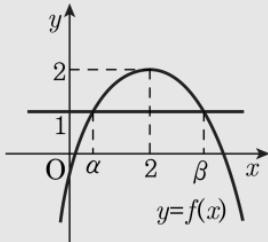
### 해설

$(f \circ f)(x) = 1$  을 만족하므로  $f(f(x)) = 1$

$f(x) = t$  라 놓고  $f(t) = 1$  을 만족하는  $t$  의 값을  $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$  라 하면

$0 < \alpha < 2 < \beta$  이다.

이 때,  $f(x) = \alpha$  를 만족하는  $x$  의 값은 2개이지만  
 $f(x) = \beta$  를 만족하는 근은 없다.



따라서,  $(f \circ f)(x) = 1$  을 만족하는  $x$  의 값은 2개이다.

21. 두 함수  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = -x + 2$  의 역함수를 각각  $f^{-1}$ ,  $g^{-1}$  라고 할 때,  $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(5)$  의 값은?

① -1

② -3

③ -5

④ -7

⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f &= f \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \circ f \\&= f \circ g^{-1} \circ (f^{-1} \circ f) \\&= f \circ g^{-1} \circ I \\&= f \circ g^{-1}\end{aligned}$$

따라서, 구하는 값은  $(f \circ g^{-1})(5) = f(g^{-1}(5))$

$g^{-1}(5) = k$  로 놓으면  $g(k) = 5$

$-k + 2 = 5$  에서  $k = -3$ , 즉  $g^{-1}(5) = -3$

$\therefore f(g^{-1}(5)) = f(-3) = 2 \times (-3) - 1 = -7$

22. 세 함수  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = x - 3$ ,  $h(x) = ax + b$ 에 대하여  
 $(g \circ f)^{-1} \circ h = g$  가 성립할 때 상수  $a, b$ 의 합을 구하면?

- ① -1      ② -3      ③ 3      ④ -6      ⑤ 6

해설

$$(g \circ f) \circ (g \circ f)^{-1} = I \text{ 이므로}$$

$$(g \circ f)^{-1} \circ h = g \text{에서 } h = (g \circ f) \circ g$$

$$\begin{aligned}(g \circ f) \circ g)(x) &= (g \circ f)(g(x)) = (g \circ f)(x - 3) \\&= g(f(x - 3)) \\&= g(2(x - 3) + 1) = g(2x - 5) \\&= (2x - 5) - 3 = 2x - 8\end{aligned}$$

$$2x - 8 = ax + b \text{에서 } a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

23.  $|y - 1| = x + a$  의 그래프와  $y$  축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 일 때, 양수  $a$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

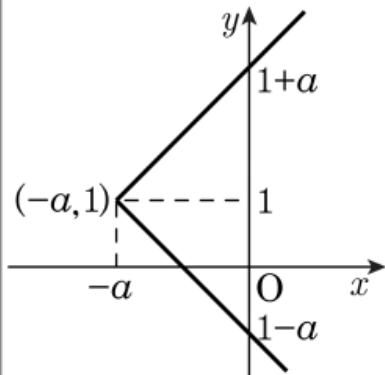
④ 4

⑤ 5

해설

$|y - 1| = x + a$  의  
그래프는  $|y| = x$  를  
 $x$  축 음의 방향으로  $a$ ,  
 $y$  축 양의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨  
그래프이므로 다음 그림과 같다.  
이때,  $y$  절편은  $|y - 1| = a$  에서  $y = 1 \pm a$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = 4 \quad \therefore a = 2(a > 0)$$



24.  $|x| + |y| = 2$  의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

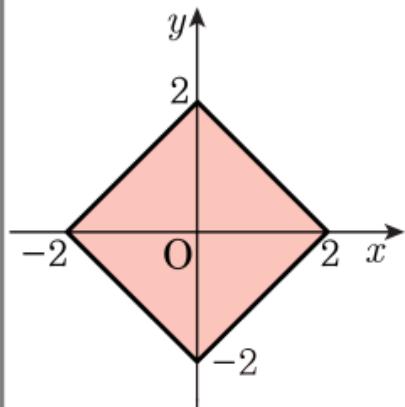
⑤ 10

해설

$|x| + |y| = 2$  의 그래프는  
 $x + y = 2$  의 그래프에서  
 $x \geq 0, y \geq 0$  인 부분을  
각각  $x$  축,  $y$  축, 원점에 대하여 대칭 이  
동한 것이므로 다음 그림과 같다.

따라서 구하는 도형의 넓이는  $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 =$

8



25. 함수  $f(x)$ 가 임의의 실수  $x$ 에 대하여 다음의 조건을 만족시킬 때,  
 $f(2012)$ 의 값과 같은 것은?

I.  $f(-x) = f(x)$

II.  $f(x) = f(10 - x)$

- ①  $f(0)$       ②  $f(1)$       ③  $f(2)$       ④  $f(3)$       ⑤  $f(4)$

해설

$f(-x) = f(x) \Leftrightarrow y = f(x)$  는  $y$  축에 대칭이고,

$f(x) = f(10 - x) \Leftrightarrow y = f(x)$  는  
 $x = 5$ 에 대칭이다.

따라서 함수  $y = f(x)$ 는 주기가 10이고,

$2012 = 201 \times 10 + 2$  이므로

$$f(2012) = f(201 \times 10 + 2) = f(2)$$

26. 모든 실수  $x$ 에 대하여 정의된 함수  $f(x) = [x] + [-x]$ 의 치역은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대 정수이다.)

①  $\{-1, 0\}$

②  $\{-1, 1\}$

③  $\{0, 1\}$

④  $\{-1, 0, 1\}$

⑤  $\{0\}$

해설

정수  $n$ 에 대하여

( i )  $x = n$  이면

$$f(x) = [x] + [-x] = n + (-n) = 0$$

( ii )  $n < x < n + 1$  이면

$$-n - 1 < -x < -n \text{ 이므로 } [-x] = -n - 1$$

$$\therefore f(x) = [x] + [-x] = n + (-n - 1) = -1$$

( i ), ( ii )에서 구하는 치역은  $\{-1, 0\}$ 이다.

27. 임의의 양수  $x, y$ 에 대하여 항상  $f(xy) = f(x) + f(y)$ 인 관계가 성립할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $f(1) = 0$       ②  $f(6) = f(2) + f(3)$   
③  $f(x^2) = f(2x)$       ④  $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$   
⑤  $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

해설

①  $f(0) = f(1 \times 0) = f(1) + f(0)$

$\therefore f(1) = 0$

②  $f(6) = f(2 \times 3) = f(2) + f(3)$

③  $f(x^2) = f(x \cdot x) = f(x) + f(x) = 2f(x)$

④  $f\left(x \cdot \frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$

$f(1) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right), f(1) = 0 \text{ } \circ] \text{므로}$

$f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

⑤  $f\left(\frac{x}{y}\right) = f\left(x \cdot \frac{1}{y}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{y}\right)$

$= f(x) - f(y) (\because \text{④가 참})$

28. 수직선 위에 네 점 A(-2), B(0), C(1)이 있다. 이 수직선 위의 점 P에 대하여  $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

점 P의 좌표를 P(x)라고 하면

$$\overline{PA} = |x + 2|, \overline{PB} = |x|, \overline{PC} = |x - 1|,$$

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = |x + 2| + |x| + |x - 1| \text{ 이므로}$$

$y = |x + 2| + |x| + |x - 1|$ 로 놓고

$x = -2, 0, 1$ 을 경계로 하여 구간을 나누면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = \begin{cases} -3x - 1 & (x < -2 \text{ 일 때}) \\ -x + 3 & (-2 \leq x < 0 \text{ 일 때}) \\ x + 3 & (0 \leq x < 1 \text{ 일 때}) \\ 3x + 1 & (x \geq 1 \text{ 일 때}) \end{cases}$$

따라서,  $y = |x + 2| + |x| + |x - 1|$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 구하는 최솟값은 3이다.

