

1. 다음 집합들 중 서로소인 것은?

① $A = \{x \mid x = 2n, n \text{은 자연수}\}, B = \{x \mid x = 2n - 1, n \text{은 자연수}\}$

② $A = \{x \mid x = 6m, m \text{은 정수}\}, B = \{x \mid x = 3m, m \text{은 정수}\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 } x^2 \leq 4 \text{인 정수}\}, B = \{0, 1, 2\}$

④ $A = \{x \mid x \text{는 복소수}\}, B = \{x \mid x \text{는 실수}\}$

⑤ $A = \{x \mid 3 \leq x < 8\}, B = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$

해설

A 는 짝수의 집합, B 는 홀수의 집합을 나타내기 때문에 서로소인 집합이 된다.

2. 두 집합 $A = \{1, 2, a - 1\}$, $B = \{2, 3, a, b\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 5\}$ 일 때 a, b 의 값은?

① $a = 2, b = 1$

② $a = 3, b = 2$

③ $a = 4, b = 3$

④ $a = 5, b = 4$

⑤ $a = 6, b = 5$

해설

$5 \in A$ 이므로 $a - 1 = 5, a = 6$

$5 \in B$ 이므로 $b = 5$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset A$

③ $A \cap B = B$

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = A$

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.

① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

4. 전체집합 $U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 6, 15\}$,
 $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A^c = \{9, 12, 18\}$

㉡ $B^c = \{15\}$

㉢ $A \cup B^c = \{3, 6, 15, 18\}$

① ㉠

② ㉡

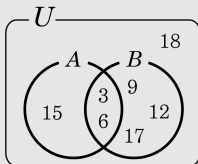
③ ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



따라서 ㉡ 에서 $B^c = \{15, 18\}$ 이므로 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 $(A^c - B^c)$ 과 같은 집합은? (단, A^c 은 A 의 여집합이다.)

① $(A \cup B)^c$

② $(A \cap B)^c$

③ $A^c \cap B$

④ $A \cup B$

⑤ $A \cap B$

해설

$$(A^c - B^c) = (A^c \cap (B^c)^c) = (A^c \cap B)$$

6. 진수는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{1, 7\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{1, 3, 5, b\}$, $B = \{2, a, 4, 5\}$ 를 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $b - a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{1, 7\}$ 이므로 $b = 7$ 이다. $A \cap B = \{3, 5\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $b - a = 7 - 3 = 4$ 이다.

7. $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 5, 7\}, A \cap B = \{6, 8\}, A^c \cap B^c = \{1, 3, 4\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{6, 8\}$

② $\{6, 9\}$

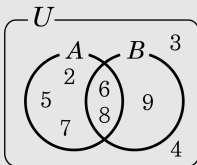
③ $\{6, 7, 8\}$

④ $\{6, 8, 9\}$

⑤ $\{6, 7, 8, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $(A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c = \{1, 3, 4\}$ 이므로



따라서 $B = \{6, 8, 9\}$ 이다.

8. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B^c$ 은?

① $\{1\}$

② $\{2\}$

③ $\{4\}$

④ $\{1, 2\}$

⑤ $\{2, 4\}$

해설

$A \cap B^c = A - B = \{2, 4\}$ 이다.

9. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2 - 2a\}$, $B = \{a - 2, a + 1\}$ 가 있다. $A \cap B^c = \{2, 3\}$ 일 때, $B - A$ 의 원소의 합을 구하면?

① -3

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$A \cap B^c = A - B = \{2, 3\}$ 이므로 집합 A 에서 $a^2 - 2a = 3$ 이다. $\therefore a = -1$ or 3

i) $a = -1$ 일 때, 집합 $B = \{-3, 0\}$ 이 되어 조건을 만족하지 않는다.

ii) $a = 3$ 이면 집합 $B = \{1, 4\}$ 가 되어 조건을 만족한다. 이때 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4\}$
 $\therefore B - A = \{4\}$ 이다.

10. 전체 집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 6\}$, $B = \{6, 8, 10\}$, $C = \{6, 10, 12\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

① $\{2\}$

② $\{8\}$

③ $\{2, 8\}$

④ $\{2, 8, 10\}$

⑤ $\{2, 10, 12\}$

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap C^c &= (A \cup B) - C \\ &= \{2, 6, 8, 10\} - \{6, 10, 12\} \\ &= \{2, 8\} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

11. $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 포함하는 U 의 부분집합의 개수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 5\}$ 이다.

3, 5 를 포함하는 U 의 부분집합의 개수는

$$2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

12. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup B = B \cup A$

② $A \cup \emptyset = A$

③ $(A \cap B) \subset A$

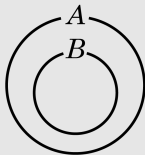
④ $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$

⑤ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = A$

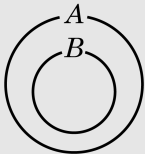
해설

③ $(A \cap B) \subset A, (A \cap B) \subset B$

④ $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$



⑤ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$



13. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \cup B = B$ 인 조건을 만족하는 자연수 k 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$A \cup B = B$ 를 만족하려면 $A \subset B$ 인 관계가 성립하여야 하므로 집합 B 는 집합 A 의 원소인 8의 배수를 모두 포함하여야 한다. 따라서 k 가 8의 약수일 때다. 즉 6의 배수는 8의 배수 전부를 포함하지 않는다.

14. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 4 개

④ 8 개

⑤ 16 개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.

따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

15. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 9\text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{x|x\text{는 짝수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

① $\{1\}$

② $\{1, 5\}$

③ $\{1, 3\}$

④ $\{3, 5, 7\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

A^c 과 B^c 을 각각 구한 후, 교집합을 구한다.

$$A^c = U - A, B^c = U - B$$

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로

$$A^c = \{3, 5, 7, 8\}, B^c = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$\therefore A^c \cap B^c = \{3, 5, 7\}$$

16. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2\text{의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{4, 6\}$ 이고 $(A \cup B)^c = \{10\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{2\}$

② $\{8\}$

③ $\{2, 8\}$

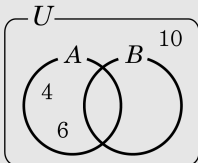
④ $\{2, 6, 10\}$

⑤ $\{2, 8, 10\}$

해설

$U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{2, 8\}$ 이다.



17. 전체집합 U 와 두 부분집합 A, B 에 대하여

$U = A \cup B$, $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 45 \text{의 약수}\}$ 일 때,
 $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$A \cap B = \{3, 9, 15, 45\}$$

18. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \subset B^c$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $A - B = \emptyset$

② $A \cup B = A$

③ $A \cap B^c = \emptyset$

④ $(A \cup B) - B = A$

⑤ $B^c \cup A = B$

해설

$A^c \subset B^c$ 이므로 $B \subset A$ 이다.

① $B - A = \emptyset$

③ $A \cap B^c \neq \emptyset$

④ $(A \cup B) - B = A - B$

⑤ $B^c \cup A = U$

19. 자연수의 집합 N 에서 자연수 k 의 배수의 집합을 N_k 로 나타낼 때, $(N_{18} \cup N_{12}) \subset N_k$ 를 만족하는 k 의 최댓값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$N_{18} \cup N_{12}$$

$$= \{18, 36, 54, 72, \dots\}$$

$$\cup \{12, 24, 36, 48, 60, 72, \dots\}$$

$$= \{12, 18, 24, 36, 48, 54, 60, \dots\} \subset N_k$$

$\therefore k$ 의 최댓값은 6

20. 전체 집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 3, 5, 8\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $n(A \cap B) = 2$

② $n(B^c) = 4$

③ $n(A - B) = 2$

④ $n(B \cap A^c) = 3$

⑤ $n((A \cup B)^c) = 2$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5, 8\}$ 이므로

④ $n(B \cap A^c) = 2$ 이다.

21. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 29$, $n(B) = 32$, $n(A \cup B) = 46$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$46 = 29 + 32 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 15$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 29 - 15$$

$$= 14$$

22. 어느 마을에서 개나리신문을 보는 가구는 25 가구, 진달래신문을 보는 가구는 16 가구, 개나리와 진달래 신문 모두를 보는 가구는 5 가구이다. 개나리와 진달래신문 중 하나의 신문만 보는 가구의 수는?

- ① 31 가구 ② 32 가구 ③ 33 가구
④ 34 가구 ⑤ 35 가구

해설

$$n(A) = 25, n(B) = 16, n(A \cap B) = 5$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 16 - 5 = 36 \text{ 이다.}$$

$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 36 - 5 = 31 \text{ 이다.}$$

23. 우리 반 학생 중에서 형이 있는 학생이 15 명, 누나가 있는 학생이 10 명이고, 형과 누나가 모두 있는 학생이 5 명이다. 형이나 누나가 있는 학생의 수는?

① 10 명

② 12 명

③ 15 명

④ 17 명

⑤ 20 명

해설

형이 있는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 15$

누나가 있는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 10$

형과 누나가 모두 있는 학생은 $A \cap B$ 이므로 $n(A \cap B) = 5$

형이나 누나가 있는 학생은 $A \cup B$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 15 + 10 - 5 = 20\end{aligned}$$

따라서 형이나 누나가 있는 학생은 모두 20 명이다.

24. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11$, $n(B) = 13$, $n(C) = 10$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 17$, $A \cap C = \emptyset$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

① 12

② 17

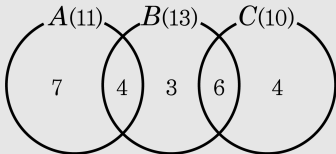
③ 24

④ 30

⑤ 34

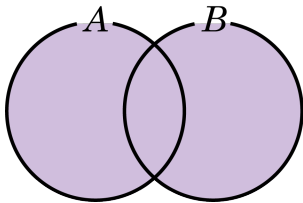
해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

25. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16, 24\}$, $B = \{4 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$B = \{4 \times x \mid x \in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.

원소나열법으로 고쳐보면,

$B = \{4, 8, 16, 32, 64, 96\}$ 이 된다.

색칠한 부분의 원소는 $\{1, 2, 4, 8, 16, 24, 32, 64, 96\}$ 이다.

이때, 가장 큰 원소는 96 이다.

26. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \emptyset$

④ $B \cap \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

해설

③ $A \cap A = A$

27. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음을 만족할 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

보기

$$A \cup B = \{b, c, d, e, f, g, i\}$$

$$A^c \cap B = \{b, f\}$$

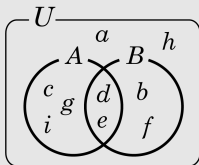
$$A^c \cup B^c = \{a, b, c, f, g, h, i\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$A = \{c, d, e, g, i\}, B = \{b, d, e, f\}$$

$$\therefore n(A) - n(B) = 5 - 4 = 1$$

28. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$$(A - B) \cap X = X \text{이므로 } (A - B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

29. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의
 세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{1, 5\}$
 가 있다.

전체집합 U 의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$
 이라 할 때, $(A \circ B) \circ C$ 는?

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 5\}$

③ $\{1, 7\}$

④ $\{1, 2, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 6, 7\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.

$X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) = (X \cup Y) - (X \cap Y)$ 이므로

$A \circ B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\} - \{1, 3\} = \{2, 5, 6, 7\}$ 이다.

따라서 $(A \circ B) \circ C = \{1, 2, 5, 6, 7\} - \{5\} = \{1, 2, 6, 7\}$ 이다.

30. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 세 부분집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$, $C = \{1, 2, 5\}$ 에서 $A \star B = (A - B) \cup (B - A)$ 라 할 때, 집합 $(A \star B) \star C$ 의 원소의 합을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$A \star B = (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 4\}$$

$$\begin{aligned} \{1, 2, 4\} \star C &= (\{1, 2, 4\} - C) \cup (C - \{1, 2, 4\}) \\ &= \{4, 5\} \end{aligned}$$

$$\therefore (A \star B) \star C = \{4, 5\}$$

31. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 두 부분집합이 A, B 일 때, 다음 각 조건을 만족하는 집합의 순서쌍 (A, B) 의 개수를 구하여라.

(1) $A \cap B = \emptyset$

(2) $A \cup B = U$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이고 $A \cup B = U$ 이면 $n(A) + n(B) = n(U) = 4$

$n(A) = 0, n(B) = 4$ 인 경우 : 1 개

$n(A) = 1, n(B) = 3$ 인 경우 : 4 개

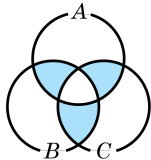
$n(A) = 2, n(B) = 2$ 인 경우 : 6 개

$n(A) = 3, n(B) = 1$ 인 경우 : 4 개

$n(A) = 4, n(B) = 0$ 인 경우 : 1 개

따라서 순서쌍 (A, B) 의 개수는 $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$ (개)

32. 1에서 100까지의 자연수 중에서 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 속하는 원소의 개수를 구하여라.



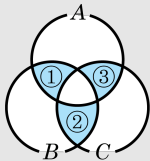
▶ 답 :

개

▷ 정답 : 23개

해설

색칠된 부분 ①, ②, ③의 원소의 개수를 a, b, c 라 하면 $a = n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C) \cdots \textcircled{1}$,
 $b = n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C) \cdots \textcircled{2}$,
 $c = n(C \cap A) - n(A \cap B \cap C) \cdots \textcircled{3}$



$$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B) = 16,$$

$$B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\} \therefore n(B \cap C) = 6$$

$$C \cap A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 배수}\} \therefore n(C \cap A) = 10$$

$$A \cap B \cap C = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\} \therefore n(A \cap B \cap C) = 3$$

①, ②, ③에 의해

$$a + b + c$$

$$= n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3 \times n(A \cap B \cap C)$$

$$= 16 + 6 + 10 - 9 = 23$$

33. 실수 전체의 집합 R 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 가 있다. R 의 부분집합 S 에 대하여 $f'(S) = \{y \mid y = f(x), x \in S\}$ 라 정의한다. $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$, $f(x) = x^2$ 일 때, $f(A \cap B)$ 를 $f(A)$ 와 $f(B)$ 로 나타내면?

- ① $f(A) - f(B)$ ② $f(B) - f(A)$ ③ $f(A) \cup f(B)$
 ④ $f(A) \cap f(B)$ ⑤ $\{f(A) \cup f(B)\}^c$

해설

i) $A \cap B = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 이므로

$$f(A \cap B) = \{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$$

ii) $f(A) = \{y \mid 0 \leq y \leq 9\}$, $f(B) = \{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$ 이므로

$$f(A) \cap f(B) = \{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$$

$$\therefore f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$$