

1. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

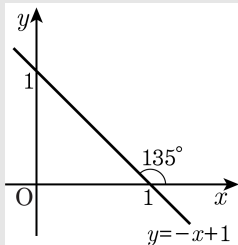
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y 절편 1

▷ 정답 : x 축의 양의 방향 135°

해설

기울기 -1 , y 절편 1 ,
 x 축의 양의 방향과
이루는 각 135°



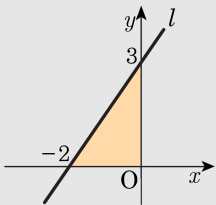
2. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도식해보면,



$$\therefore \text{빛금 친 부분의 넓이} : \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$$

3. 세 점 A (2, 1), B (-k+1, 3), C (1, k+2)가 같은 직선위에 있도록 하는 실수 k의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

세 점 A(2,1) , B(-k + 1,3) , C(1,k + 2) 가 같은 직선 위에 있으려면

직선 AB 와 AC 의 기울기가 같아야 하므로

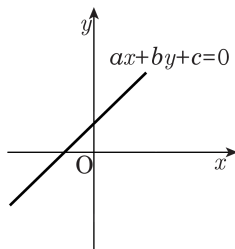
$$\frac{3-1}{(-k+1)-2} = \frac{(k+2)-1}{1-2}$$

$$\frac{2}{-k-1} = \frac{k+1}{-1},$$

$$(k+1)^2 = 2,$$

$$\therefore k = -1 \pm \sqrt{2} \text{ 따라서 구하는 합은 } (-1 + \sqrt{2}) + (-1 - \sqrt{2}) = -2$$

4. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ 이므로

주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \frac{a}{b} < 0$

y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \frac{c}{b} < 0$

두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$

마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은

$y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,

기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$

y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$

이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

5. 두 점 A(3, 2), B(a, b)를 지나는 직선이 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 과 직교하고, 그 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분한다. 이때, $3a + b$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로

$$\frac{b-2}{a-3} = 2$$

$$b-2 = 2(a-3), \quad b = 2a-4 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

AB를 2 : 1로 내분하는 점은

$$\left(\frac{2a+1 \cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1 \cdot 2}{2+1} \right) = \left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3} \right) \text{ 이고,}$$

이 점은 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3} + 2 \frac{2b+2}{3} - 3 = 0,$$

$$a + 2b - 1 = 0 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = \frac{9}{5}, \quad b = -\frac{2}{5}$$

$$\therefore 3a + b = 5$$

6. 세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $x - 2y - 2 = 0$, $y = ax + 2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$$2x - y - 4 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y - 2 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$y = ax + 2 \cdots \textcircled{㉢} \text{이라 할 때,}$$

㉠, ㉡의 교점이 ㉢위에 있으면, 한 점에서 만나므로

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{를 연립하여 풀면 } x = 2, y = 0$$

두 직선의 교점 $(2, 0)$ 이 직선 $y = ax + 2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로

$$0 = 2a + 2, 2a = -2$$

$$\therefore a = -1$$

7. 서로 수직인 두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = 2x$ 의 교점을 H 라 할 때,
H 의 좌표는 () 이다. 따라서, 원점에서 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 까지의
거리는 () 이다. 위의 () 안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

① $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$

③ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{3\sqrt{5}}{5}$

④ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$

⑤ $(1, 2), \sqrt{5}$

해설

두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = 2x$ 의 교점

H 의 좌표는 $-\frac{1}{2}x + 2 = 2x, -x + 4 = 4x$

이고 $x = \frac{4}{5}, y = \frac{8}{5}$ 이다. 즉, H $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$ 이므로

따라서 $\overline{OH} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

8. 점 $P(1, 2)$ 에서 직선 $2x + y - 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $4\sqrt{2}$

④ 2

⑤ 3

해설

($\overline{PH}$ 의 길이)

= (점 $P(1, 2)$ 와 직선 $2x + y - 3 = 0$ 과의 거리)

$$\therefore \overline{PH} = \frac{|2 + 2 - 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

9. 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 위의 점 중에서 직선 $y = x - 3$ 에의 거리가 최소인 점을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

직선 $y = x - 3$ 에 평행인 직선 $y = x + k$ 와
포물선 $y = x^2 - x + 1$ 과의 접점이 구하는 점이다.

$$x^2 - x + 1 = x + k \text{ 에서 } \frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$$

$$\therefore k = 0$$

이때, $x = 1, y = 1$ 이므로

구하는 점은 $(1, 1)$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

10. $A(0, -2), B(3, 3), C(4, 0)$ 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

또, 직선 BC의 방정식은 $3x + y - 12 = 0$ 이므로

$A(0, -2)$ 로부터 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{14}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = 7$$

11. 두 이차함수 $y = -x^2 + 3$ 과 $y = x^2 - 4x + 3$ 의 그래프의 꼭지점을 각각 A, B라 할 때, 직선 AB의 x 절편은?

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$y = -x^2 + 3$ 의 꼭지점은 A(0, 3) 이고,
 $y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ 이므로 꼭지점은 B(2, -1) 이다.
이 때, 두 점 A(0, 3) , B(2, -1) 을 지나는
직선의 방정식은 $y = -2x + 3$
따라서, x 절편은 $0 = -2x + 3$ 에서
 $x = \frac{3}{2}$ 이므로 $\frac{3}{2}$ 이다.

12. 두 점 $(4, -2)$, $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 x 절편을 A, y 절편을 B, 원점을 O 라 할 때, $\triangle OAB$ 의 면적을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(4, -2)$, $(2, -3)$ 를 지나는 직선은

$$y = \frac{-2 - (-3)}{4 - 2}(x - 2) - 3 = \frac{1}{2}x - 4$$

$\Rightarrow x$ 절편은 8이고, y 절편은 -4이다.

$\therefore \triangle OAB$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

13. 세 점 A (2, 3), B(-1, 5), C(4, a)이 일직선 위에 있을 때, a의 값은?

- ① -1 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

세 점이 일직선 위에 있기 위해서는
직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{3-5}{2+1} = \frac{a-5}{4+1} \text{ 에서}$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}$$

14. 세 점 $A(3, a)$, $B(2, 1)$, $C(a+4, 2)$ 이 일직선 위에있을 때, 실수 a 의 값들의 곱은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

세 점 A, B, C 가 한 직선 위에 있으면

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 기울기는 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 같으므로

$$\frac{1-a}{2-3} = \frac{2-1}{(a+4)-2}, \quad \frac{a-1}{1} = \frac{1}{a+2}$$

$$(a-1) \cdot (a+2) = 1, \quad a^2 + a - 3 = 0$$

$\therefore$ 실수 a 의 값의 곱은 -3

15. 점 $A(0, 2)$, $B(2, 0)$, $C(3, 3)$ 으로 이루어진 삼각형 ABC 가 있다. $\triangle ABC$ 가 직선 $(k+1)x + (k-1)y = 2(k-1)$ 에 의해 두 개의 도형으로 나누어지며, 한 쪽의 넓이가 다른 쪽 넓이의 두 배가 될 때의 k 값을 구하여라. (단, k 는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

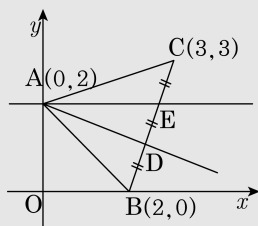
해설

$k(x+y-2) + x-y+2=0$ 은 k 에 관계없이

$A(0, 2)$ 를 지나는 직선이므로

$\triangle ABC$ 를 그림과 같이

2 개의 삼각형으로 나누게 된다



따라서 $\overline{BC}$ 를 $1:2$ 또는 $2:1$ 로 내분하는 점 D , E 를 지나게 된다.

$D\left(\frac{7}{3}, 1\right)$, $E\left(\frac{8}{3}, 2\right)$ 이므로

(i) D 를 지날 때,

$$k\left(\frac{7}{3} + 1 - 2\right) + \frac{7}{3} - 1 + 2 = 0$$

$$k = -\frac{5}{2} \text{ 이므로 부적합 } (\because k \text{ 는 정수})$$

(ii) E 를 지날 때,

$$k\left(\frac{8}{3} + 2 - 2\right) + \frac{8}{3} - 2 + 2 = 0$$

$$\therefore k = -1$$

16. x, y 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 3xy + ay^2 - 2x + 9y + b = 0$ 이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, ab 를 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을

$$px + qy + r = 0 \cdots \textcircled{㉠},$$

$$p'x + q'y + r' = 0 \cdots \textcircled{㉡} \text{이라 하자.}$$

㉠과 ㉡은 서로 직교하므로

$$pp' + qq' = 0 \text{이다.}$$

$$(\text{준식}) = (px + qy + r)(p'x + q'y + r') = 0 \text{의}$$

전개식에서 x^2 의 계수와 y^2 의 계수의 합은

$$pp' + qq' \text{이므로 } a + 2 = pp' + qq' = 0$$

$$\therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 준식에 대입하여 정리하면

(준식)

$$= 2x^2 - (3y + 2)x + (-2y^2 + 9y + b) = 0 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉢이 두 직선의 곱을 나타내므로

$$\begin{aligned} \textcircled{㉢} \text{의 판별식 } D_1 &= (3y + 2)^2 - 8(-2y^2 + 9y + b) \\ &= 25y^2 - 60y + (4 - 8b) \cdots \textcircled{㉣} \text{이 완전제곱식이다.} \end{aligned}$$

따라서 ㉣의 판별식 $\frac{D_2}{4}$ 는 0이다.

$$\frac{D_2}{4} = 30^2 - 25(4 - 8b) = 0$$

$$\therefore b = -4$$

$$\therefore ab = (-2) \cdot (-4) = 8$$

17. x 축 위의 점 $(a, 0)$ 에서 직선 $y = 2x$ 까지의 거리가 2 일 때, 양수 a 의 값은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ 3

해설

점 $(a, 0)$ 에서 직선 $y = 2x$, 즉 $2x - y = 0$ 까지의 거리가 2

이므로 $\frac{|2 \times a - 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 2$ 이다.

$2a = 2\sqrt{5}$ ($\because a$ 는 양수) $\therefore a = \sqrt{5}$

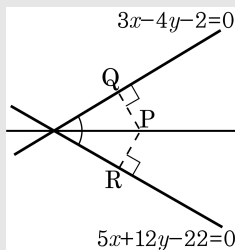
18. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X - 4Y - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|5X + 12Y - 22|}{\sqrt{25 + 144}}$$

$$13(3X - 4Y - 2) = \pm 5(5X + 12Y - 22)$$

즉, $13(3X - 4Y - 2) = 5(5X + 12Y - 22)$ 또는

$13(3X - 4Y - 2) = -5(5X + 12Y - 22)$ 정리하면

$x - 8y + 6 = 0$ 또는 $8x + y - 17 = 0$ 에서

기울기가 양이므로

$$\therefore x - 8y + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

19. 두 직선 $3x + 2y - 1 = 0$ 과 $2x - 3y + 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점들 중 x 와 y 의 좌표가 모두 정수인 점에 대한 다음 설명 중 옳은 것만을 골라 놓은 것은?

- I. 위 조건을 만족하는 점은 유한개이다.
 II. 제2사분면의 점들 중에서 위 조건을 만족하는 것이 없다.
 III. 제3사분면에 있는 모든 점들의 y 좌표는 5의 배수이다.

① I

② II

③ III

④ I, III

⑤ II, III

해설

두 직선에서 같은 거리에 있는 점을 $P(a, b)$ 라고 하면

$$\frac{|3a + 2b - 1|}{\sqrt{13}} = \frac{|2a - 3b + 1|}{\sqrt{13}}$$

$$3a + 2b - 1 = 2a - 3b + 1 \text{ 또는}$$

$$3a + 2b - 1 = -2a + 3b - 1 \text{ 이므로}$$

$$a + 5b - 2 = 0, 5a - b = 0 \text{ 에서}$$

$$x + 5y - 2 = 0, 5x - y = 0$$

$$\text{즉, } y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5} \text{ 와}$$

$y = 5x$ 위에 있는 모든 점들은

주어진 두 직선에서 이르는 거리가 같다.

I. 이러한 좌표는 무한개 존재한다.

$$\text{II. } y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$$

위의 점, 예를 들면 $(-3, 1)$ 이 있다.

III. $y = 5x$ 로 x 가 정수일 때,
 y 좌표는 5의 배수이다.

20. 점 Q가 직선 $2x + y - 4 = 0$ 위를 움직일 때, 점 A(-2, 3)과 Q를 잇는 선분 AQ의 중점 P의 자취의 방정식은?

① $4x + 2y - 3 = 0$

② $2x + 3y + 1 = 0$

③ $4x - 3y + 1 = 0$

④ $x - 4y - 3 = 0$

⑤ $-x + y + 2 = 0$

해설

점 A(-2, 3), Q(x, y)의 중점의 좌표를 P(X, Y)라 하면,

$$P(X, Y) = P\left(\frac{x-2}{2}, \frac{y+3}{2}\right) \text{ 이므로}$$

$$X = \frac{x-2}{2}, Y = \frac{y+3}{2}$$

$$\therefore x = 2X + 2, y = 2Y - 3$$

이것을 $2x + y - 4 = 0$ 에 대입하면

$$2(2X + 2) + (2Y - 3) - 4 = 0$$

$$4X + 2Y - 3 = 0$$

$$\therefore 4x + 2y - 3 = 0$$

21. 두 점 A(3, 2), B(a, b) 를 지나는 직선의 기울기가 2 이고, 이 직선과 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 의 교점은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이 때, $3a + b$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 10

해설

직선 AB 의 기울기는 2 이므로

$$\frac{b-2}{a-3} = 2, b-2 = 2(a-3), b = 2a-4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점은

$$\left(\frac{2a+1 \cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1 \cdot 2}{2+1} \right) = \left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3} \right) \text{ 이고,}$$

이 점은 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3} + 2 \cdot \frac{2b+2}{3} - 3 = 0$$

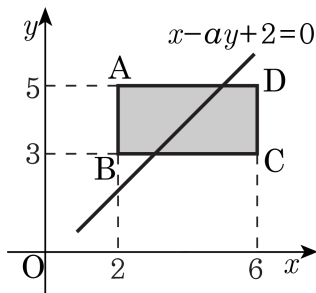
$$\therefore a + 2b - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면

$$a = \frac{9}{5}, b = -\frac{2}{5} \text{ 이다.}$$

$$\therefore 3a + b = 5$$

22. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식이 $x - ay + 2 = 0$ 일 때, 상수 a 의 값은?



① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 2

해설

직사각형의 넓이를 이등분하려면 직사각형의 대각선의 교점을 지나야 한다.

두 대각선의 교점의 좌표는 $\left(\frac{2+6}{2}, \frac{3+5}{2}\right)$

즉 (4, 4)이다.

직선 $x - ay + 2 = 0$ 이 점 (4, 4)를 지나야 한다.

따라서 (4, 4)를 대입하면 $4 - 4a + 2 = 0$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

23. 두 직선 $y = ax$ 와 $y = bx$ 가 서로 수직이고, 직선 $x = 2$ 와 만나는 두 점을 P, Q라 할 때, P, Q의 중점이 $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ 이다. 이때, $|a - b|$ 의 값은?
(단, $a > 0$, $b < 0$)

① 1

② 2

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 4

해설

$$P(2, 2a), \quad Q(2, 2b)$$

$$\therefore P, Q \text{의 중점} : \left(\frac{2+2}{2}, \frac{2a+2b}{2}\right) = \left(2, \frac{3}{2}\right)$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{3}{2} \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$y = ax$ 와 $y = bx$ 가 서로 수직이므로

$$a \times b = -1 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\therefore (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab \text{이므로}$$

$$(a-b)^2 = \frac{9}{4} + 4$$

$$\Rightarrow a-b = \frac{5}{2} \quad (\because a > 0, b < 0)$$

24. 두 점 A(3, 2), B(a, b)를 지나는 직선의 기울기가 2이고, 이 직선과 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 의 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점이다. 이 때, $3a + b$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로

$$\frac{b-2}{a-3} = 2, b-2 = 2(a-3), b = 2a-4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점은

$$\left(\frac{2a+1 \cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1 \cdot 2}{2+1} \right) = \left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3} \right) \text{ 이고}$$

이 점은 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3} + 2 \cdot \frac{2b+2}{3} - 3 = 0$$

$$\therefore a + 2b - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = \frac{9}{5}, b = -\frac{2}{5}$ 이다.

$$\therefore 3a + b = 5$$

25. 점 (a, b) 가 $3x + 2y = 6$ 위를 움직일 때, 직선 $2bx - ay = 1$ 이 항상 지나는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right)$

② $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right)$

③ $\left(-\frac{1}{6}, -\frac{1}{2}\right)$

④ $\left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{2}\right)$

⑤ $\left(\frac{1}{6}, -1\right)$

해설

(a, b) 가 $3x + 2y = 6$ 위를 움직이므로

$$3a + 2b = 6$$

$$\therefore b = 3 - \frac{3}{2}a \cdots \textcircled{1}$$

①을 $2bx - ay = 1$ 에 대입하면

$$2\left(3 - \frac{3}{2}a\right)x - ay = 1$$

$$(6 - 3a)x - ay = 1$$

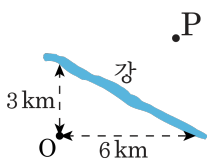
$$(6x - 1) - (3x + y)a = 0$$

$$\therefore 6x - 1 = 0, 3x + y = 0$$

$$x = \frac{1}{6}, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{2}\right)$$

26. 다음 그림과 같이 직선으로 흐르는 강이 마을 O로부터 동쪽으로 6km, 북쪽으로 3km 떨어져 있다. 또 마을 O로부터 동쪽으로 5km, 북쪽으로 4km의 위치에 마을 P가 있다. 이 때, 마을 P에서 강까지의 최단 거리를 구하시오. (단위는 km)



① $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

③ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

④ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$

⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

마을 O를 원점 O로 하여 다음 그림과 같이 좌표축을 잡는다.

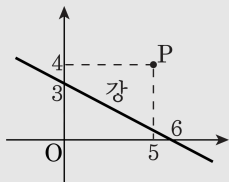
강을 나타내는 직선의 방정식을 구하면,

$$y = -\frac{1}{2}x + 3 \quad \text{즉, } x + 2y - 6 = 0$$

이때, 마을 P의 좌표는 (5, 4)이다.

따라서, 점 (5, 4)에서 직선 $x + 2y - 6 = 0$ 까지의 거리를 구하면

$$\frac{|5 + 8 - 6|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{5} (\text{km})$$



27. 두 직선 $x-y+1=0$, $x-2y+3=0$ 의 교점을 지나고, 원점에서부터의 거리가 1 인 직선의 방정식을 $ax+by+c=0$ 이라고 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① -2

② -1 또는 2

③ 4

④ -2 또는 4

⑤ 0 또는 4

해설

두 직선 $x-y+1=0$, $x-2y+3=0$

의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$x-2y+3+k(x-y+1)=0$ 으로

나타낼 수 있다. 이 식을 정리하면

$(1+k)x+(-2-k)y+(3+k)=0 \cdots \textcircled{1}$

원점에서 이 직선까지의 거리가 1 이므로

$$\frac{3+k}{\sqrt{(1+k)^2+(-2-k)^2}} = 1$$

양변에 제곱하여 정리하면

$$(3+k)^2 = (1+k)^2 + (-2-k)^2, k^2 = 4$$

$$\therefore k = \pm 2$$

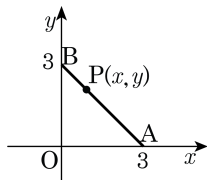
이것을 ①에 대입하여 정리하면

$$3x-4y+5=0 \text{ 또는 } x-1=0$$

따라서 $a+b+c$ 는 0 또는 4

28.

$b \geq a > 0$, $c \geq 0$ 이면 $\frac{a+c}{b+c} \geq \frac{a}{b}$ 가 성립한다.
 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 A(3, 0), B(0, 3)에 대하여 점 P(x, y)가 선분 AB 위를 움직일 때, $\frac{5-y}{5+x} \times \frac{5-x}{5+y}$ 의 최솟값은?



① $\frac{1}{5}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

직선 AB의 방정식은

$$y = -x + 3 \text{ 이므로 } x + y = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{5-y}{5+x} \times \frac{5-x}{5+y} &= \frac{25 - 5(x+y) + xy}{25 + 5(x+y) + xy} \\ &= \frac{10 + xy}{40 + xy} \geq \frac{10}{40} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$(\because xy \geq 0)$$

(단, 등호는 $xy = 0$ 일 때,

점 P가 A 또는 B일 때 성립한다.)

따라서, 구하는 최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

29. $|x+y| + |x-y| = 2$, $kx-y+2k-2=0$ 을 동시에 만족하는 실수 x , y 가 존재할 때, 실수 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하면, $M+m$ 의 값은?

① 3

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{11}{3}$

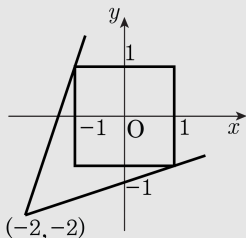
④ 4

⑤ 5

해설

$|x+y| + |x-y| = 2$ 을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다. 한편, $kx-y+2k-2=0$ 은 k 에 관하여 정리하면

$k(x+2) - (y+2) = 0$ 이므로 k 의 값에 관계없이 항상 $(-2, -2)$ 를 지나는 직선이다.



두 도형을 동시에 만족하는 실수 x , y 가 존재해야 하므로 두 그래프가 만나야 한다.

따라서 k 는 이 직선의 기울기 이므로 직선이 점 $(-1, 1)$ 을 지날 때, k 는 최대이고 점 $(1, -1)$ 을 지날 때 k 는 최소이다.

$$M = 3, m = \frac{1}{3}$$

$$\therefore M + m = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

30. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x - y + 2 + k(x + y) = 0$ 사이의 거리를 $d(k)$ 라 할 때, $d(k)$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$x - y + 2 + k(x + y) = 0$ 을 정리하면

$$(1 + k)x + (k - 1)y + 2 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리 $d(k)$ 는

$$d(k) = \frac{|2|}{\sqrt{(1+k)^2 + (k-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2k^2 + 2}}$$

따라서 $d(k)$ 는 분모 $\sqrt{2k^2 + 2}$ 가 최소일 때,

즉 $k = 0$ 일 때 최대가 되므로 $d(k)$ 의

$$\text{최대값은 } \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$