1. 방정식 $x^4 - 4x + 3 = 0$의 해를 구하면?

① $x = 1, x = -1 \pm 2i$　　② $x = -1, x = 1 \pm 2i$

③ $x = 1, x = -1 \pm \sqrt{2}i$　　④ $x = -1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ $x = 1$

해설

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
1 & 1 & 0 & 0 & -4 & 3 \\
 & & 1 & 1 & 1 & -3 \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & -3 & \boxed{0} \\
 & & 1 & 2 & 3 & \\
\hline
 & 1 & 2 & 3 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

$(x-1)^2(x^2+2x+3) = 0,\ x = 1, -1 \pm \sqrt{2}i$

2. 다음 중 방정식 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$의 근이 아닌 것은?

① -1　　② 1　　③ 2
④ $1 + 2i$　　⑤ $1 - 2i$

해설

조립제법을 이용하여 주어진 식을 인수분해 하면
$x^4 - 3x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$
$(x + 1)(x^3 - 4x^2 + 9x - 10) = 0$
$(x + 1)(x - 2)(x^2 - 2x + 5) = 0$
$(x + 1)(x - 2)(x - 1 - 2i)(x - 1 + 2i) = 0$
$\therefore\ x = -1,\ 2,\ 1 + 2i,\ 1 - 2i$
따라서 근이 아닌 것은 1이다.

3. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$의 네 근 중 가장 작은 근을 a, 가장 큰 근을 b라 할 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$

$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$

$\therefore\ x = \pm\sqrt{5},\ x = \pm\sqrt{6}$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$\therefore\ a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$

4. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 놓으면

$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$

$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$

(ⅰ) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$

$\therefore\ x = \pm 2$

(ⅱ) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$

$\therefore\ x = \pm 3$

따라서 모든 해의 합은

$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

5. $x^4-5x^2-14=0$의 두 허근을 $\alpha,\ \beta$라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하면?

① 4　　② -4　　③ 8　　④ -8　　⑤ -16

해설

$x^4-5x^2-14=(x^2+2)(x^2-7)=0$이므로
두 허근 $\alpha,\ \beta$는
각각 $\sqrt{2}i,\ -\sqrt{2}i$이므로
$\alpha^2+\beta^2=-2-2=-4$

6. 삼차방정식 $2x^3-7x^2+11x+13=0$의 세 근을 α, β, γ라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

(가) $\alpha+\beta+\gamma$
(나) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$
(다) $\alpha\beta\gamma$

① $\frac{7}{2}$, $\frac{11}{2}$, $-\frac{13}{2}$　② $-\frac{7}{2}$, $\frac{13}{2}$, $\frac{11}{2}$　③ $\frac{13}{2}$, $\frac{7}{2}$, $-\frac{11}{2}$
④ $\frac{11}{2}$, $-\frac{13}{2}$, $\frac{7}{2}$　⑤ $\frac{7}{2}$, $-\frac{11}{2}$, $\frac{13}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0(a\neq 0)$의 세 근을 α, β, γ라 하면

$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a}$

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}$

$\alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$

7. 다음 중 $1+i$가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2-2x+2)(x^2-2x+1)$

② $(x^2-2x+2)(x-1)(x+1)$

③ $(x^2-1)(x^2-2x-1)$

④ $(x^2+1)(x-1)(x+1)$

⑤ $(x^2+1)(x^2-2x+1)$

해설

한 근이 $1+i$이면
다른 한 근은 $1-i$이다.
$\therefore \ \{x-(1+i)\}\{x-(1-i)\}=0$
$\Rightarrow \quad x^2-2x+2=0$
주어진 조건에 맞는 방정식 :
$(x^2-2x+2)(x-\alpha)^2=0$
$\therefore$ ①이 조건에 맞다

8. 삼차방정식 $x^3-5x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+\sqrt{2}$일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b는 유리수)

① $1-\sqrt{2}$, 2　　② $-1+\sqrt{2}$, -3　　③ $1-\sqrt{2}$, 3
④ $1-\sqrt{2}$, -3　　⑤ $-1+\sqrt{2}$, 3

해설

한 근이 $1+\sqrt{2}$이면 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$이다.
삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
$\therefore\ 1+\sqrt{2}+(1-\sqrt{2})+\alpha=5,\quad \alpha=3$
$\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1-\sqrt{2}$

9. x, y에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a값은?

① $a = -1$
② $a = 1$
③ $a = \pm 1$
④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수
⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면
$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}$, $-a^2 \neq -1$
$\therefore$ $a \neq \pm 1$
따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는
a의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

10. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=2 \\ ax-y=3 \end{cases}$ 의 해가 좌표평면의 제1사분면에 있기 위한 실수 a의 값의 범위는?

① $a>-1$　② $a<-1$　③ $a>\frac{3}{2}$
④ $a<\frac{3}{2}$　⑤ $a>-2$

해설

$\begin{cases} x+y=2 & \cdots ㉠ \\ ax-y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ + ㉡에서 $(a+1)x=5$

$\therefore\ x=\frac{5}{a+1}\cdots\cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면 $\frac{5}{a+1}+y=2$

$\therefore\ y=2-\frac{5}{a+1}$

그런데 $x>0,\ y>0$이므로

$\frac{5}{a+1}>0,\ 2-\frac{5}{a+1}>0$에서,

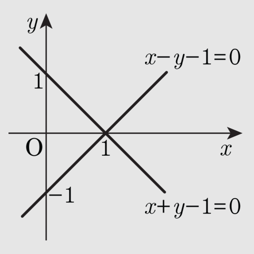
$a>\frac{3}{2}$

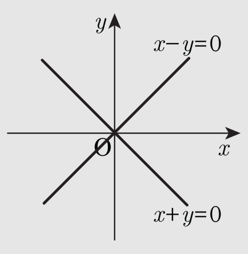
11. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$을 동시에 만족하는 $(x,\ y)$의 개수는?

① 무한히 많다. ② 0 개 ③ 1 개
④ 2 개 ⑤ 4 개

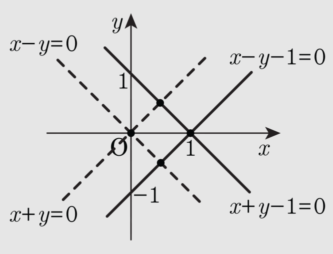
해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.





이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2 개이다.

12. 어떤 공장에서 A, B의 두 제품을 생산하고 있다. A제품의 생산량은 작년에 비하여 $20\,\%$ 증가하였고, B제품은 $25\,\%$ 증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의 B제품의 생산량을 구하면?

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 40 개

해설
작년 두 제품의 생산량을 차례로 a, b라고 하면,
올해는 각각 $1.2a$, $1.25b$이다.
$a+b=70$, $1.2a+1.25b=86$
연립하여 풀면, $a=30$, $b=40$

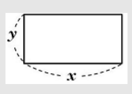
13. 가로의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를
각각 $x$cm, $y$cm 라 하면



$x = y + 5$ ……㉠
또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x+y)$ 이므로
$2(x+y) = 34$ 즉, $x + y = 17$ ……㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$y + 5 + y = 17$, $2y = 12$
$\therefore\ y = 6$
$y = 6$을 ㉠에 대입하면 $x = 11$
$\therefore\ xy = 11 \times 6 = 66$

14. 집과 A 정류장 사이의 거리를 $x\,\mathrm{m}$, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 $y\,\mathrm{m}$ 라고 할 때, 다음에서 (가), (나)를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다. (나) 다음 날은 집에서 어제 걸어간 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

① (가)$25x+3y=10500$, (나)$x+y=1680$

② (가)$25x+3y=10500$, (나)$x+y=3360$

③ (가)$25x+3y=15000$, (나)$x+y=1680$

④ (가)$25x+3y=15000$, (나)$x+y=3360$

⑤ (가)$25x+3y=15000$, (나)$x+y=1680$

해설

시속 $30\,\mathrm{km}$ $\Rightarrow$ 분속 $500\,\mathrm{m}$

(가) $\frac{x}{60}+3+\frac{y}{500}=10$, $\frac{x}{60}+\frac{y}{500}=7$

$\therefore\ 25x+3y=10500$

(나) $\frac{x+y}{60}=28$

$\therefore\ x+y=1680$

15. 200 m 운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

① 8 km/h ② 9 km/h ③ 10 km/h
④ 11 km/h ⑤ 12 km/h

해설

빠른 학생의 분속 : x
3분간 간 거리 : $3x$
느린 학생의 분속 : y
3분간 간 거리 : $3y$
같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로
거리의 차는 200
$3x-3y=200$
반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로
거리의 합은 200
$x+y=200$

$$\begin{cases} 3x-3y=200 \\ x+y=200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x=\dfrac{400}{3}\text{m}/\text{분}$

$\Rightarrow \dfrac{400\text{m}}{3}/\text{분}=\dfrac{0.4\text{ km}}{3}\times 60/\text{시간}=8\text{ km/h}$

16. 방정식 $x^2 - 2xy + y^2 + |x + y - 2| = 0$을 만족하는 실수 x, y에 대하여 xy의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 방정식을 정리하면 $(x-y)^2 + |x+y-2| = 0$
이 때, $(x-y)^2 \geq 0$, $|x+y-2| \geq 0$이므로
㉠이 성립하려면 $x - y = 0$, $x + y - 2 = 0$이어야 한다.
두 식을 연립하여 풀면 $x = 1$, $y = 1$
$\therefore\ xy = 1$

17. 방정식 $x^2+2x+1+y^2-4y+4=0$을 만족하는 두 실수 $x,\ y$의 합 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답 : 1

해설

$x^2+2x+1+y^2-4y+4=0$ 에서
$(x+1)^2+(y-2)^2=0$
$x,\ y$는 실수이므로 $x=-1,\ y=2$
$\therefore\ x+y=-1+2=1$

18. 이차방정식 $2x^2-5x+k=0$ 의 근이 유리수가 되는 k의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식D ≥ 0 이어야 한다.

$D=25-8k\geq 0$ 곧, $k\leq \frac{25}{8}$ 이어야 한다.

k 는 정수이므로 $k=3,\ 2,\ 1,\ \cdots$ 이고,
이 중 $D\geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 $k=3$ 이다.

19. 다음 식을 만족하는 자연수의 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는?

$$\frac{4}{m}+\frac{2}{n}=1$$

① 1　　② 2　　③ 3
④ 4　　⑤ 5개 이상

해설

$\frac{4}{m}+\frac{2}{n}=1$

$(m-4)(n-2)=8$

$8=1\times8=2\times4=4\times2=8\times1$이므로

$(m,n)=(5,\ 10),\ (6,\ 6),\ (8,\ 4),\ (12,\ 3)$

$\therefore$ 4쌍의 $(m,\ n)$이 존재한다.

20. 이차방정식 $x^2 - ax + a + 2 = 0$의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수 a에 대한 설명 중 옳은 것은?

① a는 -10 이상 -2 이하이다.

② a는 -2 이상 6 이하이다.

③ a는 6 이상이다.

④ a는 0 이하이다.

⑤ a는 0 이상 8 이하이다.

해설

두 정수근을 α, β라 하면 (단, $\beta \geq \alpha$)
$\alpha + \beta = a,\ \alpha\beta = a + 2$
이 두 식에서 a를 소거하면
$\alpha\beta - \alpha - \beta = 2,\ (\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$
$\alpha - 1, \beta - 1$이 정수이므로
$\therefore\ \alpha = 2,\ \beta = 4$ 또는 $\alpha = -2,\ \beta = 0$
$\therefore\ a = 6,\ -2$

21. 사차방정식 $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$의 근 중에서 제일 큰 근을 α, 제일 작은 근을 β라 할 때, $\alpha - \beta$의 값은?

① $\sqrt{5}$　　② $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　③ $1 - \sqrt{5}$

④ $2 - \sqrt{5}$　　⑤ $3 - \sqrt{5}$

해설

양근을 x^2 으로 나누면

$x^2 - 5x + 8 - \frac{5}{x} + \frac{1^2}{x} = 0$

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 6 = 0$

$x + \frac{1}{x} = t$라 하면

$t^2 - 5t + 6 = 0 \rightarrow t = 2,\ 3$

ⅰ) $t = 2$일 때

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$\therefore\ x = 1$

ⅱ) $t = 3$일 때

$x^2 - 3x + 1 = 0$

$\therefore\ x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ \alpha - \beta = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} - \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

22. α, β, γ가 삼차방정식 $x^3-ax-3=0$의 세 근일 때, $\frac{\alpha+\beta}{\gamma^2}, \frac{\beta+\gamma}{\alpha^2}, \frac{\alpha+\gamma}{\beta^2}$를 세 근으로 하는 삼차 방정식을 구하면?

① $3x^3-ax^2+1=0$ ② $x^3-ax-3=0$
③ $3x^3+ax^2+1=0$ ④ $x^3+ax+3=0$
⑤ $3x^3-ax^2-1=0$

해설

x^3-ax-3
$=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$
$=0$에서
$\alpha+\beta+\gamma=0,$
$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-a,\ \alpha\beta\gamma=3$
$\therefore\ \frac{\alpha+\beta}{\gamma^2}=-\frac{\gamma}{\gamma^2}=-\frac{1}{\gamma},$
$\frac{\beta+\gamma}{\alpha^2}=-\frac{\alpha}{\alpha^2}=-\frac{1}{\alpha},$
$\frac{\alpha+\gamma}{\beta^2}=-\frac{\beta}{\beta^2}=-\frac{1}{\beta}$
따라서, $\frac{\alpha+\beta}{\gamma^2},\ \frac{\beta+\gamma}{\alpha^2},\ \frac{\alpha+\gamma}{\beta^2}$를
세 근으로 하는 방정식은
$\left(x+\frac{1}{\alpha}\right)\left(x+\frac{1}{\beta}\right)\left(x+\frac{1}{\gamma}\right)$
$=x^3+\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)x^2$
$+\left(\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\alpha\gamma}\right)x+\frac{1}{\alpha\beta\gamma}$
$=x^3+\left(-\frac{a}{3}\right)x^2+\frac{1}{3}=0$
$\therefore\ 3x^3-ax^2+1=0$

23. α는 허수이고 $\alpha^3 = -1$ 일 때,$1+\alpha+\alpha^2+\cdots+\alpha^n = 0$이 되는 자연수 n의 값으로 적당한 것은?

① 65 ② 66 ③ 67 ④ 68 ⑤ 69

해설

$1+\alpha+\alpha^2+\cdots+\alpha^n = 0$이므로
양변에 각각 $(1-\alpha)$를 곱하면
$(1+\alpha+\alpha^2+\cdots+\alpha^n)(1-\alpha) = 0$,
$1-\alpha^{n+1} = 0$
$\therefore \alpha^{n+1} = 1$
한편, $\alpha^3 = -1$이므로
$\alpha^6 = 1$
$\therefore\ n+1 = 6k(k = 1, 2, 3, \ldots)$
$\therefore\ k = 11$일 때 $n = 65$가 될 수 있다.

24. x, y에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} kx+(1-k)y=2k+1 \\ akx+(k+1)y=b+4k \end{cases}$$ 가 k의 값에 관계없이 일정한 근을 갖도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a+b$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$kx+(1-k)y=2k+1 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$akx+(k+1)y=b+4k \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠에서 $(x-y-2)k+(y-1)=0$

$\Rightarrow x-y-2=0,\ y-1=0$

$\therefore\ x=3,\ y=1 \quad \cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$(3a-3)k+(1-b)=0$

$\therefore\ a=1,\ b=1$

$\therefore\ a+b=2$

25. 연립방정식 $\begin{cases} x(y+z)=10 \\ y(z+x)=18 \\ z(x+y)=24 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta, z=\gamma$ 라 할 때, $\alpha\beta\gamma$ 의 값은?

① ± 2 ② ± 4 ③ ± 8 ④ ± 16 ⑤ ± 32

해설

$\begin{cases} x(y+z)=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ y(z+x)=18 & \cdots\cdots ㉡ \\ z(x+y)=24 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠ + ㉡ + ㉢ : $2(xy+yz+zx)=52$

$\therefore\ xy+yz+zx=26$

$\therefore\ xy=2,\ yz=16,\ zx=8\ \cdots\cdots$ ㉣

㉣에서 $(xyz)^2=16^2 \quad \therefore\ xyz=\pm 16$

$\therefore\ x=\alpha=\pm 1,\ y=\beta=\pm 2,\ z=\gamma=\pm 8$ (복부호동순)

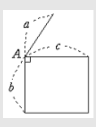
$\therefore\ \alpha\beta\gamma=\pm 16$

26. 직육면체의 한 꼭짓점 A에 모인 세면의 넓이의 비가 $2:3:4$ 일 때, 꼭짓점 A에 모인 세 모서리의 길이의 비를 구하면?

① $2:3:4$ ② $4:3:7$ ③ $3:1:4$

④ $4:3:6$ ⑤ $4:5:6$

해설



꼭지점 A 의 각면은 넓이비가 $2:3:4$ 이므로,

$$\begin{cases} ab = 2k^2 \cdots ① \\ bc = 3k^2 \cdots ② \\ ca = 4k^2 \cdots ③ \end{cases}$$

(k 는 양의 상수)

$ab \times bc \times ca = 2k^2 \cdot 3k^2 \cdot 4k^2$, $(abc)^2 = 24k^6$

$\therefore\ abc = 2\sqrt{6}k^3 \cdots ④$

④÷ ② 하면 $a = \dfrac{2}{3}\sqrt{6}k$

④÷ ③ 하면 $b = \dfrac{\sqrt{6}}{2}k$

④÷ ① 하면 $c = \sqrt{6}k$

$\therefore\ a:b:c = \dfrac{2}{3} : \dfrac{1}{2} : 1 = 4:3:6$

27. 각 면에 1부터 12까지 자연수가 하나씩 적힌 정십이면체의 주사위가 있다. 이 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수를 각각 $x,\ y$라 할 때, $xy-3x+2y=18$을 만족하는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$xy-3x+2y=18,\ x(y-3)+2y=18,$

$x(y-3)+2(y-3)=12$

$(x+2)(y-3)=12$

$x+2\geq 3$이므로

$(x+2,\ y-3)=(3,4),(4,3),(6,2),(12,1)$

$\therefore (x,\ y)=(1,7),(2,6),(4,5).(10,4)$

$\therefore 4$개

28. 삼차방정식 $x^3 + (1 - 2a)x^2 + (a^2 - a + 1)x - a = 0$이 단 한 개의 실근을 갖게 하는 실수 a의 값의 범위는? (단, 중근은 한 개의 해로 한다.)

① $-3 \le a < 1$　② $-3 < a \le 1$　③ $-1 \le a < 3$

④ $-1 < a \le 3$　⑤ $-2 \le a < 1$

해설

$f(x) = x^3 + (1 - 2a)x^2 + (a^2 - a + 1)x - a$라 하면 $f(a) = 0$이므로

$f(x) = (x - a)\left\{x^2 - (a - 1)x + 1\right\}$

ⅰ) $x = a$가 삼중근일 때

$a^2 - (a - 1)a + 1 = 0$에서 $a = -1$ 여기서, $a = -1$일 때 $x = -1$ (삼중근)

ⅱ) $x^2 - (a - 1)x + 1 = 0$이 허근을 가질 때

$\mathrm{D} = (a - 1)^2 - 4 < 0 \quad \therefore \ -1 < a < 3$

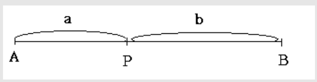
ⅰ), ⅱ)에서 $-1 \le a < 3$

29. 거리가 100 m 인 두 지점 A, B가 있다. 갑은 A에서 출발하며 B로 달리고, 을은 B에서 출발하여 A로 자전거를 타고 달렸다. 두 사람은 동시에 출발하여 P지점에서 만났는데 만나고 나서 갑은 8초 후에 B에, 을은 2초 후에 A에 도착하였다. 갑, 을이 각각 일정한 속도로 달렸다고 할 때, A, P사이의 거리는?

① 20 m　② 30 m　③ $\frac{100}{3}$ m
④ $\frac{121}{4}$ m　⑤ $\frac{147}{5}$ m

해설

갑의 속도를 α, 을의 속도를 β라 하자.



$a+b=100\cdots$ ①

$\frac{a}{\alpha}=\frac{b}{\beta}$, $\frac{b}{\alpha}=8$, $\frac{a}{\beta}=2$

정리하면 $\frac{a}{\left(\frac{b}{8}\right)}=\frac{b}{\left(\frac{a}{2}\right)}$에서

$\frac{a^2}{2}=\frac{b^2}{8}$, $4a^2=b^2$

$\therefore\ b=2a(\because a,\ b$는 양수$)$

①에 대입하면, $3a=100$　$a=\frac{100}{3}$ m

30. 연립방정식 $\begin{cases} x+y-z=1 \\ x^2+y^2-z^2=25 \\ x^3+y^3-z^3=109 \end{cases}$ 의 근을

$x=\alpha,\ y=\beta,\ z=\gamma$ 라 할 때, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$ 의 값은 ?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$x+y-z=1 \cdots$ ①
$x^2+y^2-z^2=25 \cdots$ ②
$x^3+y^3-z^3=109 \cdots$ ③
① 에서 $z=x+y-1 \cdots$ ④
④ 를 ②, ③ 에 대입하여 각각 정리하면
$x+y-xy=13,$
$xy(x+y)-(x+y)^2+(x+y)=-36$
$x+y=u,\ xy=v$ 로 놓으면 윗식은 각각
$u-v=13 \cdots$ ⑤
$uv-u^2+u+36=0 \cdots$ ⑥
⑤, ⑥ 을 연립하면 $u=3,\ v=-10$
$\therefore\ x+y=3,\ xy=-10,\ z=2$
$\therefore\ (x,\ y,\ z)=(5,\ -2,\ 2),\ (-2,\ 5,\ 2)$
$\therefore\ |\alpha|+|\beta|+|r|=9$