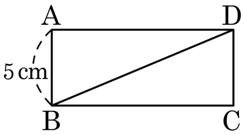
1. 다음 그림과 같이 세로의 길이가 5 인 직사각형의 넓이가 60 일 때, 직사각형의 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

직사각형의 넓이는

$5 \times \overline{AD} = 60$ 이므로

$\overline{AD} = 12$

$\overline{BD} = \mathrm{x}$라 하면

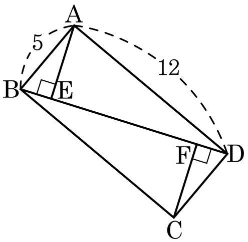
피타고라스 정리에 따라

$5^2 + 12^2 = x^2$

x 는 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $x = 13$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

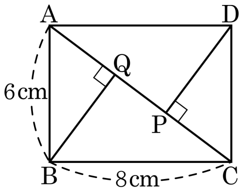
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \dfrac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \dfrac{60}{13} + \dfrac{60}{13} = \dfrac{120}{13}$ 이다.

3. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



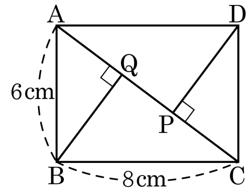
▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 2.8 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로
$\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AQ} = \overline{PC}$ 이고 $\triangle ABQ$와 $\triangle ABC$는 닮음이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$에서
$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로
$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{PQ} = 10 - 3.6 - 3.6 = 2.8(\text{cm})$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, $\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 8.64 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 각각 구하면,

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

$\triangle ABQ$와 $\triangle ABC$는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$

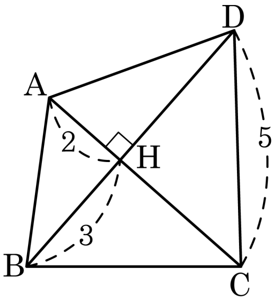
$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$

$\overline{BQ} = \dfrac{48}{10} = 4.8(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABQ$ 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH} = 2$, $\overline{BH} = 3$, $\overline{CD} = 5$ 일 때, $\overline{AD^2} + \overline{BC^2}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 38

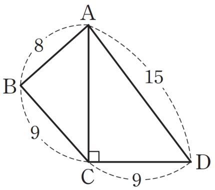
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (2^2 + 3^2) + 5^2 = 38$

$\therefore \overline{AD^2} + \overline{BC^2} = 38$

6.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형

② 정삼각형

③ 예각삼각형

④ 둔각삼각형

⑤ 직각삼각형

▶ **답 :**

▷ **정답 :** ③

해설

$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \ \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

7. 좌표평면 위의 두 점 P(3, 4), Q(x, -4) 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$$\overline{\mathrm{PQ}}^2 = (x-3)^2 + (-4-4)^2$$
$$= (x-3)^2 + 64 = 100$$

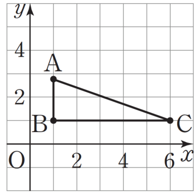
$(x-3)^2 = 36$

$x - 3 = \pm 6$

$\therefore\ x = 9,\ -3$

8.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1, \frac{19}{7}\right)$, $C(6, 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1, \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6, 1)$이므로 점 B의 좌표는 $(1, 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

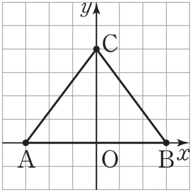
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

9.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. $A(-3,\ 0)$, $B(3,\ 0)$, $C(0,\ 4)$일 때, △ABC의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

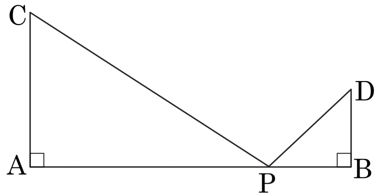
△AOC에서

$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\overline{BC}=5$

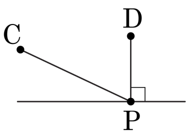
$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=5+6+5=16$

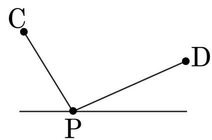
10. 다음 그림에서 $\overline{CA}\perp\overline{AB}$, $\overline{DB}\perp\overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?



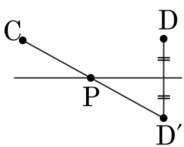
①



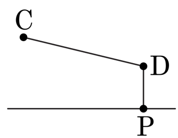
②



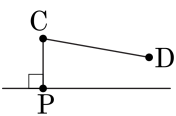
③



④



⑤

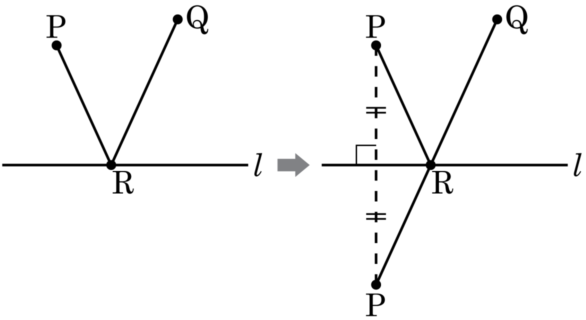


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

11. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\square$에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 $\square$가 직선 l과 만나는 점을 $\square$로 잡는다.



① l, PQ, Q ② l, PQ, R ③ l, P′Q, R
④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

12. 대각선의 길이가 15 인치인 LCD 모니터를 구입하였다. 모니터 화면의 가로, 세로의 비가 4 : 3 일 때, 모니터의 가로와 세로의 길이를 더하여라.

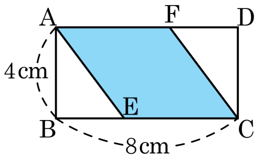
▶ 답 : ______ 인치

▷ 정답 : 21인치

해설

가로의 길이를 $4x$ 라고 하면 세로의 길이는 $3x$ 이고
피타고라스 정리에 따라
$(4x)^2 + (3x)^2 = 15^2$
$25x^2 = 225$
$x^2 = 9$
$x > 0$ 이므로 $x = 3$
따라서 가로의 길이는 12 인치, 세로의 길이는 9 인치이므로
가로와 세로의 길이의 합은 21 인치이다.

13. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE}=\overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE}=\overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $20\,cm^2$

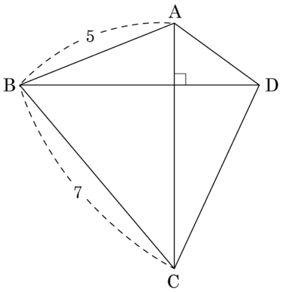
해설

$\overline{CE}=x(\mathrm{cm})$ 라 하면

$x^2=4^2+(8-x)^2 \quad \therefore \; x=5$

$\therefore$ □AECF $=5\times 4=20(\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때,
$\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

□ABCD 의 두 대각선이 서로 직교하므로

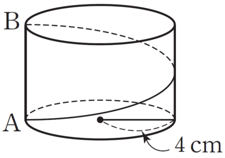
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

$5^2 + \overline{CD}^2 = 7^2 + \overline{AD}^2$

$\therefore \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = 24$

15.

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4 cm인 원기둥의 점 A에서 출발하여 옆면을 따라 점 B까지 가는 최단 거리가 $\frac{25}{3}\pi$ cm일 때, 원기둥의 높이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{3}\pi$ cm

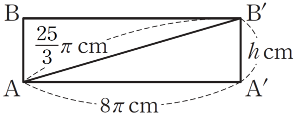
해설

밑면의 둘레의 길이는

$2\pi \times 4 = 8\pi$ (cm)

원기둥의 높이를 h cm

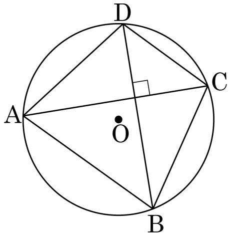
라 하면 오른쪽 그림의 전개도에서



$$h^2 = \left(\frac{25}{3}\pi\right)^2 - (8\pi)^2 = \frac{49}{9}\pi^2 \qquad \therefore\ h = \frac{7}{3}\pi$$

따라서 원기둥의 높이는 $\frac{7}{3}\pi$ cm이다.

16. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 는 원 O 에 내접하고, 대각선 AC, BD 는 직교한다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.

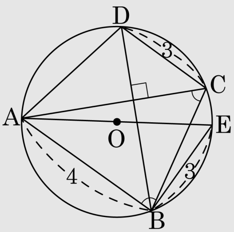


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\frac{25}{4}\pi$ cm^2

해설

점 A 에서 원의 중심 O 를 지나는 지름을 그으면



사각형 BECD 는 등변사다리꼴이므로

$\overline{BE} = \overline{CD} \cdots$ ㉠

또한 삼각형 ABE 에서 $\angle ABE$ 는 지름에 대한 원주각으로 $90°$ 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AE}^2$

$4^2 + 3^2 = \overline{AE}^2$

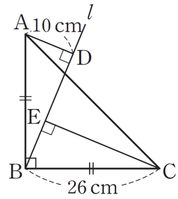
$\therefore\ \overline{AE} = 5(\text{cm})$

따라서 반지름이 $\frac{5}{2}\text{cm}$ 이므로

원의 넓이는 $\frac{25}{4}\pi\ (\text{cm}^2)$ 이다.

17.

오른쪽 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC에서 점 B를 지나는 직선 l 위에 두 점 A, C에서 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. $\overline{AD}=10\text{ cm}$, $\overline{BC}=26\text{ cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14cm

해설

$\triangle$ABD와 $\triangle$BCE에서

$\overline{AB}=\overline{BC}=26\text{ cm}$, $\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$

$\angle ABD=90^\circ-\angle EBC=\angle BCE$

$\therefore\ \triangle ABD\equiv\triangle BCE$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{BE}=\overline{AD}=10\,(\text{cm})$

$\triangle$ABD에서 $\overline{BD}^2=26^2-10^2=576$

$\therefore\ \overline{BD}=24\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{DE}=\overline{BD}-\overline{BE}=24-10=14\,(\text{cm})$

18.

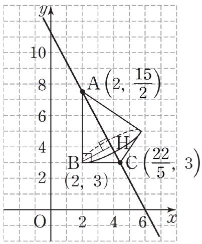
좌표평면 위의 세 점 $A\left(2,\ \frac{15}{2}\right)$, $B(2,\ 3)$, $C\left(\frac{22}{5},\ 3\right)$에 대하여 $\triangle ABC$를 직선 AC를 축으로 하여 1회전시킬 때, 생기는 입체도형의 부피를 구하시오.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\frac{648}{85}\pi$

해설

$\triangle ABC$를 직선 AC를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\frac{15}{2}-3=\frac{9}{2}$,

$\overline{BC}=\frac{22}{5}-2=\frac{12}{5}$이므로

$\overline{AC}^2=\left(\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2=\frac{2601}{100}$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\frac{51}{10}$

점 B에서 직선 AC에 내린 수선이 발을 H라 하면

$\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BH}$이므로 $\frac{9}{2}\times\frac{12}{5}=\frac{51}{10}\times\overline{BH}$

$\therefore\ \overline{BH}=\frac{36}{17}$

$\therefore$ (부피)

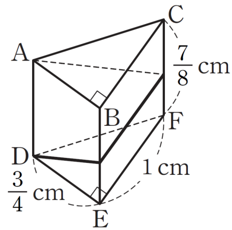
$$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{AH}+\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{CH}$$

$$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{AC}$$

$$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\frac{51}{10}=\frac{648}{85}\pi$$

19.

오른쪽 그림과 같이 $\angle DEF = 90°$, $\overline{DE} = \frac{3}{4}$ cm, $\overline{EF} = 1$ cm인 직각삼각형 DEF를 밑면으로 하고 높이가 $\frac{7}{8}$ cm인 삼각기둥이 있다. 꼭짓점 D에서 출발하여 겉면을 따라 $\overline{BE}$, $\overline{CF}$를 지나 점 A에 이르는 최단 거리를 구하시오.



▶ 답 :

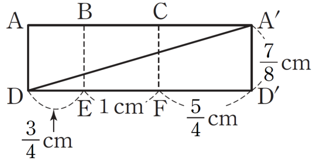
▷ 정답 : $\frac{25}{8}$cm

해설

△DEF에서

$\overline{DF}^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1^2 = \frac{25}{16}$ $\quad \therefore \ \overline{DF} = \frac{5}{4}$ (cm)

오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{DA'}$의 길이이므로



$\overline{DA'}^2 = 3^2 + \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{625}{64}$

$\therefore \ \overline{DA'} = \frac{25}{8}$ (cm)