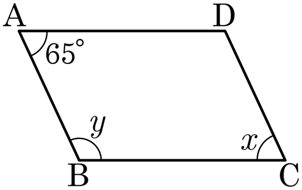
1. 다음 □ABCD가 평행사변형이 된다고 할 때, x, y의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▶ 답 : ____°

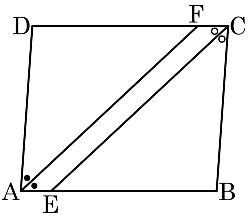
▷ 정답 : $\angle x = 65°$

▷ 정답 : $\angle y = 115°$

해설

$\angle x = 65°$, $\angle y = 180° - 65° = 115°$

2. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$A, $\angle$C 의 이등분선이 변 CD, BA 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AF}=8\text{cm}$, $\overline{DF}=6\text{cm}$, $\overline{AB}=7\text{cm}$ 이다. 사각형 AECF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\square$ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle BAD=\angle BCD$ 이므로 $\dfrac{\angle BAD}{2}=\dfrac{\angle BCD}{2}$

$\angle ECF=\angle CEB$ ($\because$ 엇각)

$\angle AFD=\angle FAE$ ($\because$ 엇각)

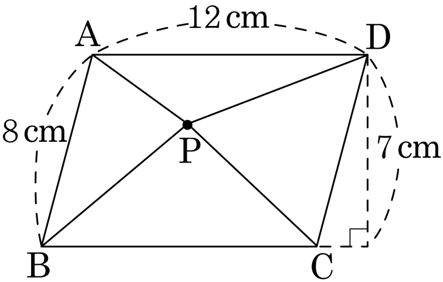
$\therefore \angle AEC=\angle AFC$

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square$AFCE 는 평행사변형이다.

평행사변형의 두 대변의 길이는 같으므로

$2\times(8+1)=18(\text{cm})$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았을 때, $\triangle$PAB + $\triangle$PCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

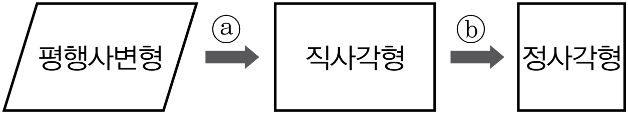
▷ 정답 : $42\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

평행사변형의 넓이 : $12 \times 7 = 84(\text{cm}^2)$

$\triangle$PAB + $\triangle$PCD 의 넓이 : $84 \times \dfrac{1}{2} = 42(\text{cm}^2)$

4. 다음 그림에서 ⓐ, ⓑ에 알맞은 조건을 보기에서 순서대로 고르면?



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 같다.

㉡ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

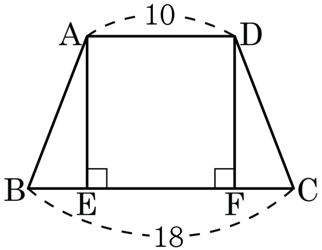
㉢ 두 대각선이 수직으로 만난다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉠

해설

두 대각선의 길이가 같은 평행사변형이 직사각형이므로 ㉠를 택하고, 마름모와 직사각형의 교집합이 정사각형이므로 마름모의 성질인 ㉢를 택한다.

5. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 수선을 내려 만나는 점을 각각 E, F라고 한다. $\overline{AD} = 10$, $\overline{BC} = 18$일 때, $\overline{CF}$의 길이는?

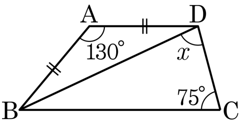


① 1　　② 2　　③ 4　　④ 6　　⑤ 8

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$는 RHA 합동이다.
따라서 $\overline{BE} = \overline{CF}$이므로 $\overline{EC} = (18 - 10) \div 2 = 4$이다.

6. □ABCD 에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 일 때, x 의 크기는?



① 65 °　　② 68 °　　③ 70 °

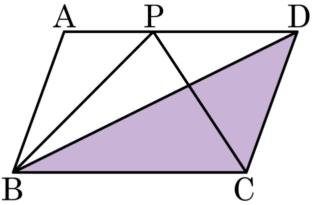
④ 75 °　　⑤ 80 °

해설

$\angle DBA = \angle ADB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$

$x = 180° - (25° + 75°) = 80°$

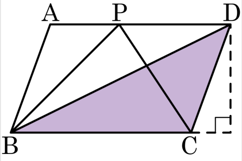
7. 다음 그림과 같이 $\square$ABCD가 평행사변형이고 $\triangle$PBC $= 14\text{cm}^2$일 때, 어두운 부분의 넓이는?



① 13cm^2 ② 14cm^2 ③ 15cm^2

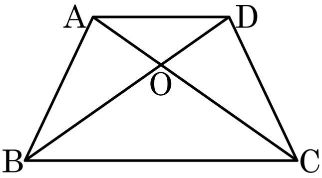
④ 16cm^2 ⑤ 17cm^2

해설



$\triangle$PBC와 $\triangle$DBC는 밑변의 길이 $\overline{\text{BC}}$와 높이가 같으므로
$\triangle\text{DBC} = \triangle\text{PBC} = 14(\text{cm}^2)$이다.

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle ABO = 20\text{cm}^2$, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



① 40cm^2 ② 50cm^2 ③ 60cm^2

④ 70cm^2 ⑤ 80cm^2

해설

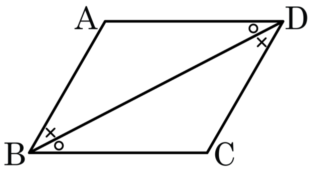
$\triangle AOB = \triangle COD = 20\text{cm}^2$

또, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 이므로

$\therefore \triangle BOC = 40\text{cm}^2$

따라서 $\triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 20 + 40 = 60(\text{cm}^2)$

9. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



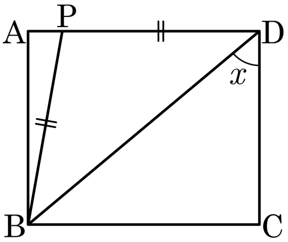
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} =$ ㄱ, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ 이므로
ㄴ $= \angle CDB$ (엇각) ⋯ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle ADB =$ ㄷ (엇각) ⋯ ㉡
ㄹ 는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB (ㅁ 합동)
∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① ㄱ : $\overline{CD}$
② ㄴ : $\angle ABD$
③ ㄷ : $\angle CDB$
④ ㄹ : $\overline{BD}$
⑤ ㅁ : ASA

해설

③ $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$ 이다.

10. 다음 그림의 직사각형에서 $\angle \mathrm{ABP} = 10°$일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $20°$ ② $30°$ ③ $40°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

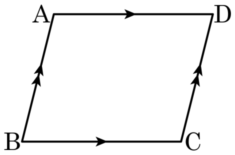
해설

$\angle \mathrm{PBD} = \angle \mathrm{PDB} = \angle \mathrm{DBC} = \angle y$ 라 하면

$\angle y = (90° - 10°) \div 2 = 40°$

$\angle x = 90° - 40° = 50°$

11. $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사각형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이라고 말할 수 <u>없는</u> 것은?



① $\angle A = 90°$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

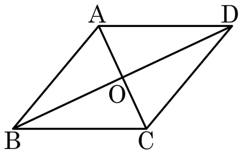
④ 점 M이 $\overline{AD}$ 의 중점일 때, $\overline{MB} = \overline{MC}$

⑤ 점 O가 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점일 때, $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
하지만 두 대각선이 직교하는 것은 마름모이다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되는 조건이 아닌 것을 모두 고르면? (2 개)



① $\overline{AC} = \overline{BD}$　　② $\overline{AB} = \overline{AD}$

③ $\angle BCD = \angle CDA$　　④ $\angle ABD = \angle DBC$

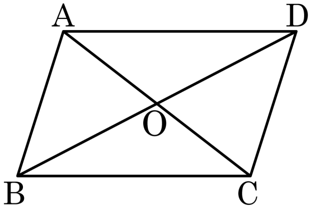
⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① 직사각형의 성질

③ $\angle BCD = \angle CDA = \dfrac{180°}{2} = 90°$ 이므로 직사각형이 된다.

13. 다음 평행사변형 ABCD에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle A = 90°$ 이면 □ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD는 마름모이다.

③ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이면 □ABCD는 직사각형이다.

④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이면 □ABCD는 정사각형이다.

⑤ $\angle A = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 □ABCD는 정사각형이다.

해설

④ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$는 평행사변형의 성질이고 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$는 마름모의 성질이므로 □ABCD는 마름모이다.

14. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 네 변의 길이가 모두 같다.

② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

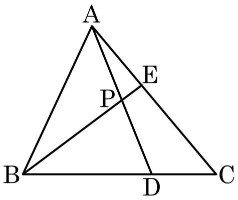
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

15. 다음 그림 $\triangle ABC$에서 $\overline{DP} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$이다. $\triangle ABP$의 넓이가 $10\,cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



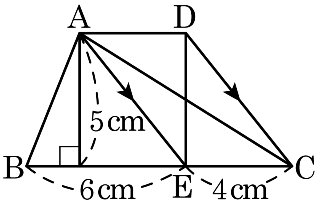
① $\frac{112}{5}\,cm^2$　② $\frac{113}{4}\,cm^2$　③ $\frac{125}{3}\,cm^2$
④ $\frac{123}{11}\,cm^2$　⑤ $\frac{133}{7}\,cm^2$

해설

$$\triangle ABD = 10 \times \frac{5}{2} = 25$$

$$\therefore\ \triangle ABC = 25 \times \frac{5}{3} = \frac{125}{3}$$

16. 다음 그림의 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$ 일 때, $\square$ABED 의 넓이는?



① 25cm^2　② 30cm^2　③ 35cm^2

④ 40cm^2　⑤ 45cm^2

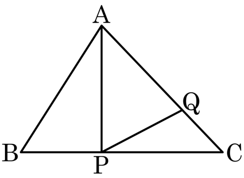
해설

$\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle AEC = \triangle ADE$ 이다.

$\square ABED = \triangle ABE + \triangle ADE = \triangle ABE + \triangle AEC = \triangle ABC$

$\therefore \square ABED = \dfrac{1}{2} \times 5 \times (6+4) = 25(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 3$, $\overline{CQ} : \overline{QA} = 1 : 2$ 이다. $\triangle ABC = 20\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 8 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로

$$\triangle ABP = 20 \times \frac{2}{5} = 8(\text{cm}^2)$$

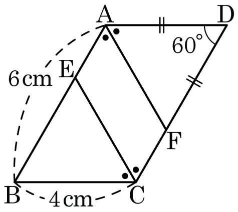
$$\triangle APC = 20 \times \frac{3}{5} = 12(\text{cm}^2)$$

$\triangle PCQ$ 와 $\triangle APQ$ 의 높이는 같다.

$$\triangle PCQ = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\text{cm}^2)$$

$$\triangle APQ = 12 \times \frac{2}{3} = 8(\text{cm}^2)$$

18. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로

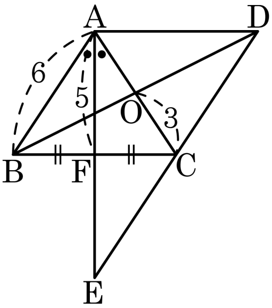
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\ (\text{cm})$ 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\ (\text{cm})$ 이다.

19. 다음 평행사변형 ABCD에서 $\angle BAC$의 이등분선이 $\overline{BC}$의 중점을 지나고, $\overline{AF}=5$, $\overline{AB}=6$, $\overline{OC}=3$일 때, $\triangle ACE$의 둘레를 구하면?

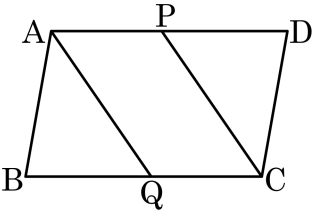


① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$이다.
따라서 $\triangle ACE$의 둘레는 $6+6+5+5=22$이다.

20. $\overline{AD}=80\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 3cm/s 의 속도로 꼭짓점 A 에서 꼭짓점 D 로 움직이고, 점 Q 는 7cm/s 의 속도로 꼭짓점 C 에서 꼭짓점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 4 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되겠는가?



① 6 초 후
② 7 초 후
③ 8 초 후
④ 9 초 후
⑤ 10 초 후

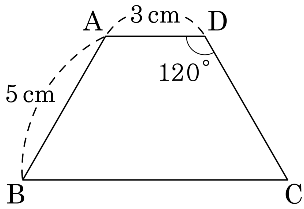
해설

$\overline{AP}=\overline{QC}$ 가 될 때까지 점 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면

$3x=7(x-4)$

$3x=7x-28,\ 4x=28\ \therefore x=7$(초)

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\angle D = 120°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.

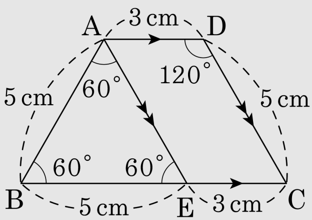


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 21 cm

해설

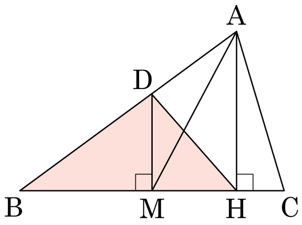
다음 그림과 같이 $\overline{AE}//\overline{DC}$ 가 되도록 변 BC 위에 점 E를 잡으면 □AECD 는 평행사변형이고 △ABE는 정삼각형이다.



$\overline{BE} = \overline{AB} = 5\,\text{cm}$ 이고
$\overline{EC} = \overline{AD} = 3\,\text{cm}$ 이므로
$\overline{BC} = 5 + 3 = 8(\text{cm})$

∴ (□ABCD 의 둘레의 길이)
$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$
$= 5 + 8 + 5 + 3$
$= 21(\text{cm})$

22. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{DM} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM} = 5$, $\overline{AH} = 6$이라 할 때, $\triangle DBH$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $15\,cm^2$

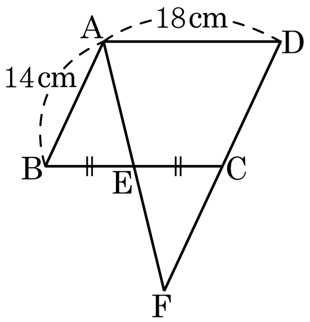
해설

$\overline{DM}$과 $\overline{AH}$는 한 직선 $\overline{BC}$에 수직인 두 직선이므로 $\overline{DM} /\!/ \overline{AH}$
밑변이 공통이고 높이가 같으므로
$\triangle DMH = \triangle DMA$
$\therefore \triangle DBH = \triangle DBM + \triangle DMH = \triangle BMA$

$\overline{BM} = \overline{CM}$이고 한 꼭짓점이 A에서 만나므로 $\triangle BMA = \triangle AMC$

$$\therefore \ \triangle DBH = \triangle AMC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15(\,cm^2)$$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 18\text{cm}$, $\overline{AB} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

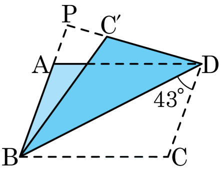
▷ 정답 : 28 cm

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE(ASA)$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{CF} = 14\text{cm}$ 이다.

$\therefore\ \overline{DF} = 14 + 14 = 28(\text{cm})$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{AB}$, $\overline{DC'}$ 의 연장선의 교점을 P 라고 할 때, $\angle P$ 의 크기는?



① $86°$ ② $88°$ ③ $90°$

④ $94°$ ⑤ $96°$

해설

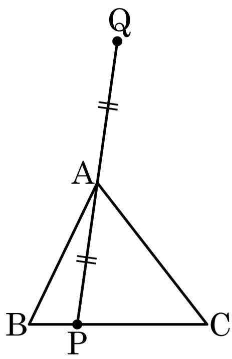
$\angle C'DB = \angle CDB = 43°$

$\angle ABD = \angle BDC = 43°$ (엇각)

$\triangle PBD$ 에서

$\angle P = 180° - 43° \times 2 = 94°$

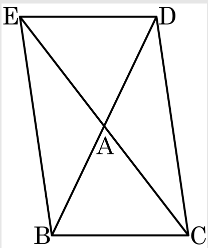
25. 다음과 같이 밑변 BC 의 길이가 5, 높이가 4 인 삼각형 ABC 가 있다. 변 BC 위에 한 점 P 가 점 B 에서 C 까지 움직일 때, 선분 PA 의 연장선 위에 $\overline{PA} = \overline{AQ}$ 가 되도록 점 Q 를 잡는다고 한다. 점 P 가 B 에 있을 때 Q 의 위치를 D, 점 P 가 C 에 있을 때 Q 의 위치를 E 라고 할 때, 사각형 BCDE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설



$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} = \overline{AE}$, $\angle EAD = \angle CAB$ (맞꼭지각) 이므로, $\triangle EAD \equiv \triangle CAB$ (SAS 합동)
$\angle CED = \angle ECB$ (엇각) 이므로 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC} \cdots$ ㉠
점 Q 의 이동거리는 점 P 의 이동거리와 같으므로 $\overline{DE} = \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해 사각형 BCDE 는 평행사변형이다.
$\overline{BD}$ 와 $\overline{CE}$ 는 평행사변형의 두 대각선이므로 $\square BCDE = 4\triangle ABC = 4 \times \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 40$ 이다.