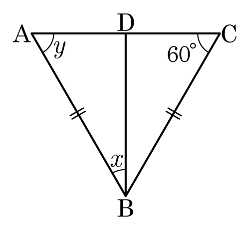
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 일 때, $\angle y - \angle x$ 의 크기는?

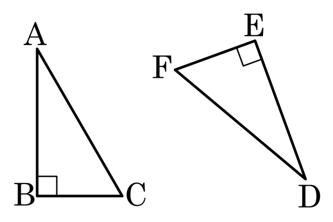


① $20°$　② $30°$　③ $35°$　④ $40°$　⑤ $45°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle y = 60°$
또 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 이므로 $\angle ADB = 90°$
따라서 $\angle x = 180° - (90° + 60°) = 30°$
$\therefore \angle y - \angle x = 60° - 30° = 30°$

2. 다음 중 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?

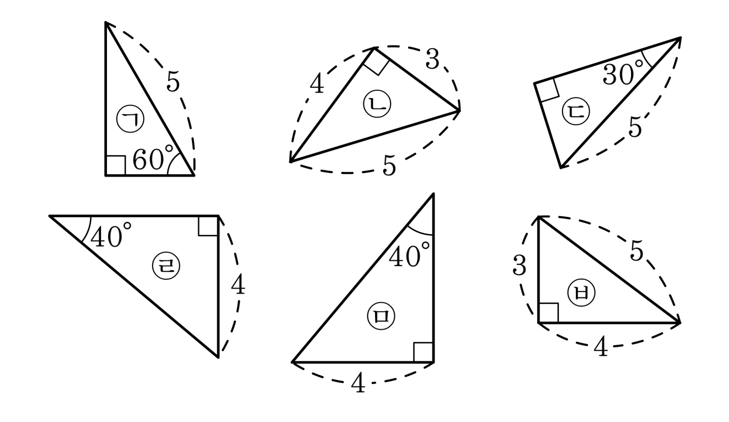


① $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
② $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$
③ $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$
④ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
⑤ $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

해설

세 내각이 같다고 해서 합동이라 말할 수는 없다.

3. 다음 직각삼각형 중에서 서로 합동인 것끼리 짝지은 것이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?

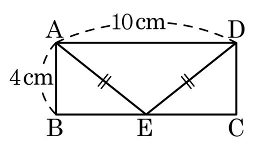


① ㉠과 ㉡ ② ㉠과 ㉢ ③ ㉡과 ㉤
④ ㉡과 ㉥ ⑤ ㉣과 ㉤

해설

㉠과 ㉢ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 대각의 크기가 30° ,60° 로 같으므로 RHA 합동이다.
㉡과 ㉥ : 빗변의 길이가 5 로 같고, 나머지 한 대변의 길이가 3 으로 같으므로 RHS 합동이다.
㉣과 ㉤ : 대응각의 크기가 40° , 90° 로 같고 한 대변의 길이가 4 로 같으므로 ASA 합동이다.

4. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} : \overline{BE}$는?

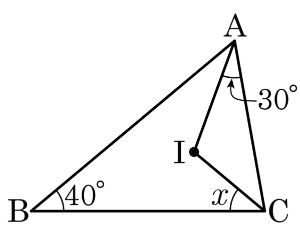


① 1 : 2　② 2 : 3　③ 3 : 4　④ 4 : 5　⑤ 1 : 1

해설

$\triangle$ABE 와 $\triangle$DCE 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\angle B = \angle C = 90°$, $\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ 는 RHS 합동이다.
따라서 $\overline{BE} = \overline{EC} = 10 \div 2 = 5$(cm) 이므로 $\overline{AB} : \overline{BE} = 4 : 5$ 이다.

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle ABC = 40°$, $\angle CAI = 30°$ 일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 40°

해설

점 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle B = 2 \times \angle IBA = 40°$

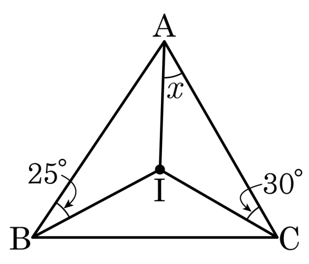
$\angle IBA = 20°$

$\angle IBA + \angle ICB + \angle IAC = 90°$이므로

$\angle x + 20° + 30° = 90°$

$\therefore x = 40°$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① $30°$ ② $31°$ ③ $32°$ ④ $33°$ ⑤ $35°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

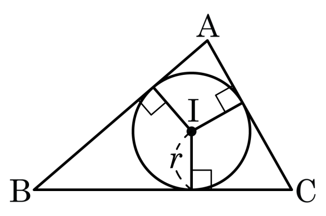
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25°$이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $\angle A = 70°$

$\therefore\ \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35°$

7. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. △ABC 의 둘레의 길이가 40cm 이고 △ABC 의 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



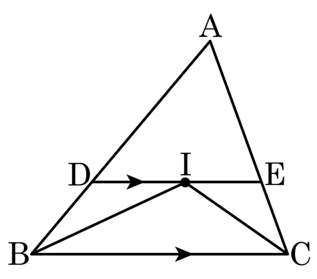
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\frac{1}{2} \times r \times 40 = 60$

따라서 반지름의 길이는 3cm 이다.

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때 $\triangle DBI$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.



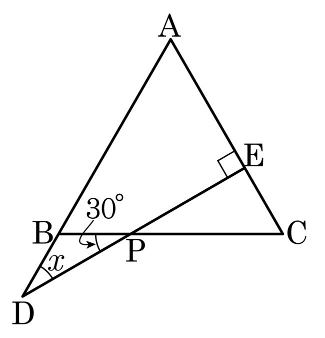
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$
$\overline{DE}//\overline{BC}$ 이므로 $\angle DIB = \angle CBI$
따라서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

9. 다음 그림에서 $\triangle$ABC는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{AB}$의 연장선 위에 점 D를 잡고 $\overline{AC}$ 위에 내린 수선의 발을 E라 한다. $\angle x$의 값을 구하여라.



① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$\angle$DPB와 $\angle$CPE는 맞꼭지각이므로
$\angle CPB = \angle CPE = 30°$
이때, $\triangle$CPE에서 $\angle PCE = 60°$
또, $\triangle$ABC는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAC = 60°$
$\triangle$ADE의 세 내각의 합은 180°이므로
$\angle x + 60° + 90° = 180°$
$\therefore \angle x = 30°$

10. 다음은 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 알맞지 않은 것을 고르면?

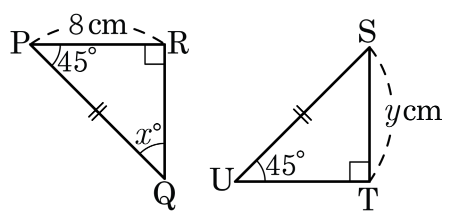
【가정】$\triangle ABC$ 에서 (㉠) = (㉡)
【결론】$\angle B = \angle C$
【증명】$\triangle ABC$ 에서 꼭지각 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D 라고 하면,
$\triangle$ (㉢) 와 $\triangle ACD$ 에서
(㉠) = (㉡) (가정)
$\angle BAD = \angle CAD$
(㉣) 는 공통
$\therefore \triangle$ (㉢) $\equiv \triangle ACD$ (㉤)
$\therefore \angle B = \angle C$

① ㉠$\overline{AB}$
② ㉡$\overline{AC}$
③ ㉢ABD
④ ㉣$\overline{AD}$
⑤ ㉤ASA 합동

해설

【가정】$\triangle ABC$ 에서 ($\overline{AB}$) = ($\overline{AC}$)
【결론】$\angle B = \angle C$
【증명】$\triangle ABC$ 에서 꼭지각 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D 라고 하면,
$\triangle$ (ABD) 와 $\triangle ACD$ 에서
($\overline{AB}$) = ($\overline{AC}$) (가정)
$\angle BAD = \angle CAD$
($\overline{AD}$) 는 공통
$\therefore \triangle$ (ABD) $\equiv \triangle ACD$ (SAS합동)
$\therefore \angle B = \angle C$

11. 두 직각삼각형 PRQ, STU 가 다음 그림과 같을 때, $x - y$ 의 값은?



① 35 ② 37 ③ 40 ④ 45 ⑤ 48

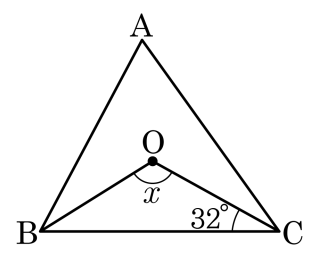
해설

$\triangle$PRQ, $\triangle$STU 는 RHA 합동 (두 삼각형은 모두 직각이등변삼각형) 이므로

$\angle x = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, $\overline{ST} = \overline{PR} = 8\text{cm} = y$ cm

$\therefore x - y = 45 - 8 = 37$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 번에서 만나는 점이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



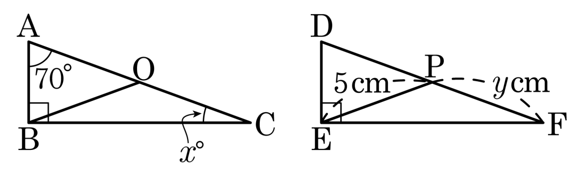
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 116°

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $\angle x = 180° - 2 \times 32° = 116°$ 이다.

13. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



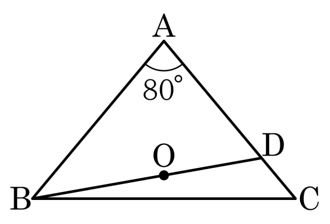
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 70°$
삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle AOB = 40°$ 이다.
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$)
$\angle OBC = \angle OCB$
$\angle BOC = 180° - \angle AOB = 180° - 40° = 140°$
$\therefore \angle OCB = (180° - 140°) \div 2 = 20°$
$x = 20$
ii) 점 P 가 $\triangle DEF$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle DEF$ 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = 5\text{cm}$
$\therefore y = 5$
i), ii) 에서 $x+y = 25$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에 대해서 점 B에서 외심 O를 거쳐 변 AC까지 선분 $\overline{BD}$를 그었다. $\angle A = 80°$일 때, $\angle ABD$의 크기는?

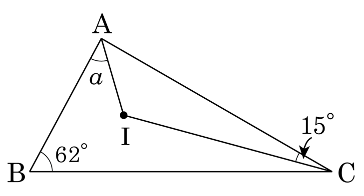


① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB$
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 50°$
보조선 $\overline{OC}$를 그으면
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 160°$
점 O가 외심이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.
$\angle OBC = \angle OCB = 10°$
$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle OBC = 50° - 10° = 40°$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다.
$\angle B = 62°$, $\angle ACI = 15°$일 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.

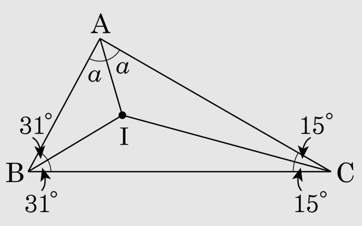


▶ 답: °

▷ 정답: 44°

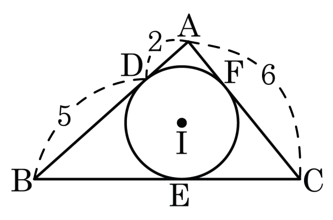
해설

그림과 같이 내심과 점 B를 연결하면
$\angle ABI = \angle CBI = \frac{1}{2} \times 62° = 31°$
$\angle ACI = \angle BCI = 15°$



따라서 $\angle a + 31° + 15° = 90°$이므로
$\angle a = 44°$

16. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내접원이고, 세 점 $\mathrm{D, E, F}$ 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는?



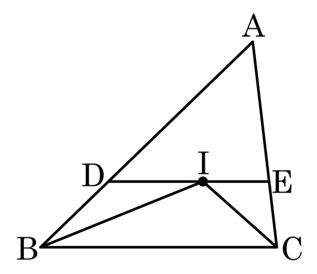
① 6 cm　② 7 cm　③ 8 cm

④ 9 cm　⑤ 10 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AF}}, \overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{BD}}, \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AF}} = 2\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{BD}} = 5\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{CF}} = 4\mathrm{cm} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이다.
$\therefore \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BE}} + \overline{\mathrm{EC}} = 5 + 4 = 9(\mathrm{cm})$

17. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 25cm , $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 17cm 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

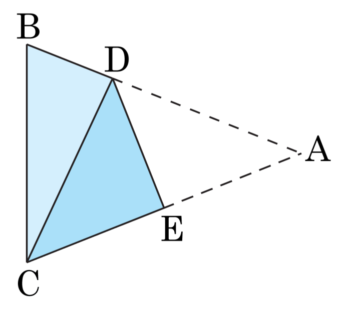


① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC}$
따라서 $\overline{AB}+\overline{AC} = 17(\text{cm})$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 25cm 이므로
($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)$= \overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC} = 17+\overline{BC} = 25(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = 25-17 = 8(\text{cm})$ 이다.

18. 다음 그림은 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 를 점 A 가 점 C 에 오도록 접은 것이다. $\angle DCB = 25°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\frac{130}{3}$ °

해설

$\angle A = \angle x$ 라 하면

$\angle DCE = \angle A = \angle x$

$\angle B = \angle C = \angle x + 25°$

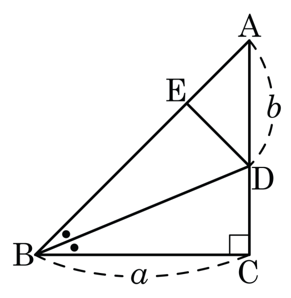
$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$\angle x + 2(\angle x + 25°) = 180°$

$3\angle x = 130°$, $\angle x = \frac{130°}{3}$

$\therefore \ \angle A = \frac{130°}{3}$

19. $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D , D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\overline{AB}$ 의 길이를 a, b 로 나타내면?



① $a-b$　② $2a-b$　③ $2b-a$

④ $a+b$　⑤ $\frac{1}{2}a+b$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DC} = a-b$

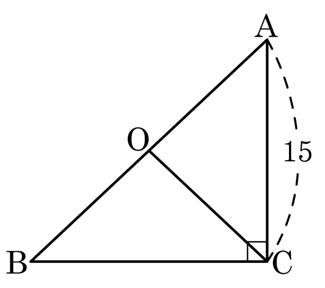
$\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (RHA합동) 이고 $\triangle AED$ 가 직각이등변삼각형 이므로,

$\overline{DC} = \overline{DE} = \overline{AE}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{BE} + \overline{EA} = a + a - b \\ &= 2a - b\end{aligned}$$

$\therefore \overline{AB} = 2a - b$

20. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



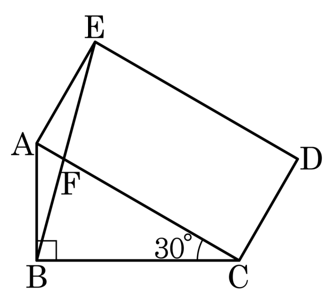
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?

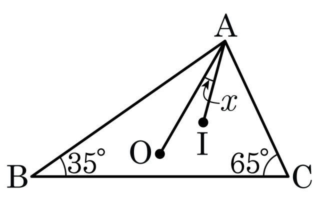


① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
$\angle BAC = 60°$ 이므로
$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$
$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$
$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$
$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

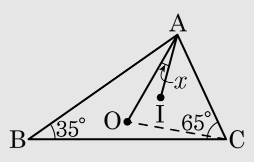
22. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10°　② 12°　③ 15°　④ 18°　⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

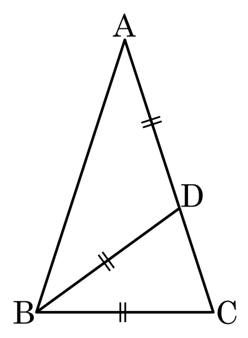


i) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ii) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$

23. 다음 그림에서 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}$ 일 때, $\angle DBC$ 의 크기를 구하여라.



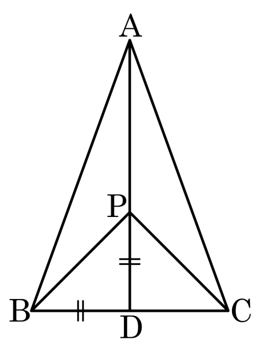
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}°$

▷ 정답 : $36\underline{°}$

해설

$\angle A=\angle a$ 라 하면 $\angle C=2\angle a$,
$\angle ABC=2\angle a$ 이므로
$\angle ABD=\angle DBC=\angle a$, $5\angle a=180°$, $\angle a=36°$
$\therefore \angle DBC=36°$

24. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABP} \equiv \triangle\mathrm{ACP}$ 이다. $\overline{\mathrm{PD}} = \overline{\mathrm{BD}}$ 이고 $\overline{\mathrm{PD}} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

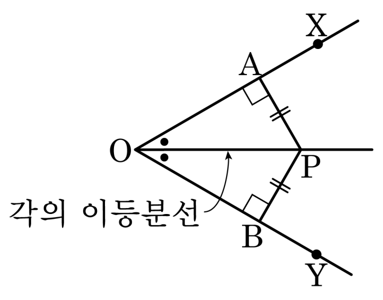
▷ 정답 : 6 cm

해설

$\triangle\mathrm{ABP} \equiv \triangle\mathrm{ACP}$ 에서
$\overline{\mathrm{PB}} = \overline{\mathrm{PC}}, \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}, \angle\mathrm{BAD} = \angle\mathrm{CAD}$ 이므로
$\triangle\mathrm{ABD} \equiv \triangle\mathrm{ACD}(\mathrm{SAS})$ 합동
따라서 $\angle\mathrm{ADB} = \angle\mathrm{ADC}$
$\therefore \angle\mathrm{ADC} = 90°$
$\therefore \overline{\mathrm{PD}} = \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}} = 6\,(\mathrm{cm})$

25. 다음을 증명할 때 사용된 합동조건을 말하여라.

'각의 이등분선 위의 임의의 점은 그 각의 두 변에서 같은 거리에 있다.'
다음 그림과 같이 $\angle XOY$의 이등분선 위의 한 점 P에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$에 내린 수선의 발을 각각$\overline{AP}$, $\overline{BP}$라고 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$이다.

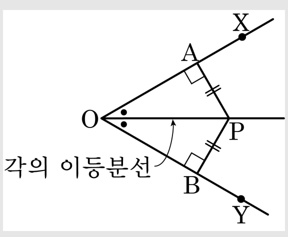


▶ 답: <u>합동</u>

▷ 정답: RHA <u>합동</u>

해설

[증명] 다음 그림에서



$\angle AOP = \angle BOP$,
$\angle OAP = \angle OBP = 90°$,
빗변 OP는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{AP} = \overline{BP}$