1. 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=-4 & \cdots ㉠ \\ -x+y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 을 y 항을 소거하여 가감법으로 풀려고 할 때, 옳은 것은?

① ㉠ $+$ ㉡ $\times 3$ ② ㉠ $\times 2 -$ ㉡ ③ ㉠ $\times 2 +$ ㉡

④ ㉠ $+$ ㉡ $\times 2$ ⑤ ㉠ $\times 3 -$ ㉡ $\times 2$

해설

$\begin{cases} 3x-2y=-4 & \cdots ㉠ \\ -x+y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 y 를 소거하기 위해선 y 의 계수를 맞춘 후에 두 식을 더한다. ㉠ $+$ ㉡ $\times 2$ 하면 y 가 소거된다.

2. 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=-4 & \cdots ㉠ \\ -x-y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 을 가감법을 이용하여 풀려고 할 때, 미지수 y 를 소거하는 방법은?

① ㉠ $\times 3-$ ㉡ $\times 2$
② ㉠ $\times 2+$ ㉡ $\times 3$
③ ㉠ $+$ ㉡ $\times 3$
④ ㉠ $\times 2-$ ㉡
⑤ ㉠ $-$ ㉡ $\times 2$

해설

$\begin{cases} 3x-2y=-4 & \cdots ㉠ \\ -x-y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 y 를 소거하기 위해선 y 의 계수를 맞춘 후에 두 식을 뺀다. ㉠ $-$ ㉡ $\times 2$ 하면 y 가 소거된다.

3. 다음의 연립방정식을 대입법을 이용하여 풀었을 때, 이를 만족하는 해 $(x,\ y)$ 가 사분면에서 다른 곳에 위치하는 것은?

① $\begin{cases} 3x = 5 - y \\ 3x - 6y = -9 \end{cases}$

② $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x = 2y + 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$

④ $\begin{cases} y = x + 4 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x = 2y - 3 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$

해설

① $x = 1$, $y = 2$

② $x = -2$, $y = -5$

③ $x = 5$, $y = 2$

④ $x = 2$, $y = 6$

⑤ $x = 1$, $y = 2$

4. x, y 에 관한 연립방정식 (가), (나) 의 해가 같을 때 a, b 의 값은?

(가) $\begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ ax + by = 13 \end{cases}$ (나) $\begin{cases} ax - 2by = -2 \\ 4x - 7y = 15 \end{cases}$

① $a = -5,\ b = -4$

② $a = -4,\ b = 5$

③ $a = 5,\ b = -4$

④ $a = 4,\ b = 5$

⑤ $a = 4,\ b = -5$

해설

주어진 연립방정식의 해가 모두 같다고 했으므로, 식을 다시 연립하여 $\begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ 4x - 7y = 15 \end{cases}$ 로 해를 먼저 구한다. 연립방정식의 해인 $x = 2,\ y = -1$ 을 다른 연립방정식인 $\begin{cases} ax + by = 13 \\ ax - 2by = -2 \end{cases}$ 에 대입하면 $a = 4,\ b = -5$ 가 나온다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} 2(x-3y)+2y=0 \\ 2x-(x-y)=6 \end{cases}$ 의 해는?

① $x=4,\ y=2$

② $x=3,\ y=1$

③ $x=-1,\ y=-2$

④ $x=4,\ y=-1$

⑤ $x=-2,\ y=4$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} x-2y=0 & \cdots ㉠ \\ x+y=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡ − ㉠을 하면 $3y=6 \quad \therefore y=2$

$y=2$ 를 ㉡에 대입하면 $x+2=6 \quad \therefore x=4$

6. $\frac{2x}{3}+\frac{3y}{4}=\frac{3}{4}$, $\frac{x}{6}+\frac{y}{3}=\frac{1}{2}$ 에 대하여 연립방정식의 해를 구하면?

① $\left(-\frac{9}{4},\frac{15}{4}\right)$ ② $\left(\frac{15}{7},-\frac{9}{7}\right)$ ③ $\left(-\frac{9}{7},\frac{15}{7}\right)$

④ $(-3,5)$ ⑤ $(5,-3)$

해설

$$\begin{cases} 8x+9y=9 \\ x+2y=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 8x+9y=9\cdots ㉠ \\ 8x+16y=24\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ − ㉡을 하면 $x=-\frac{9}{7}, y=\frac{15}{7}$ 이다.

따라서 $\left(-\frac{9}{7},\frac{15}{7}\right)$ 이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 5 \\ x : y = 1 : 6 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x = 2,\ y = 12$　　② $x = 1,\ y = 6$

③ $x = -2,\ y = -12$　　④ $x = 2,\ y = -12$

⑤ $x = -1,\ y = 6$

해설

$\begin{cases} 3x + 2y = 30 \\ y = 6x \end{cases}$ $y = 6x$를 $3x + 2y = 30$에 대입하여 $x = 2,\ y = 12$를 구한다.

8. 다음 연립방정식의 해를 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타낸 것은?

$$0.5x-0.1y-0.2=0.3x+0.1=1$$

① $(4,\ -2)$ ② $(2,\ 1)$ ③ $(-3,\ 1)$

④ $(3,\ 3)$ ⑤ $(1,\ 5)$

해설

$5x-y-2=3x+1=10$

$5x-y-2=10,\ 5x-y=12$

$3x+1=10,\ 3x=9,\ x=3$

따라서 $15-y=12,\ y=3$ 이다.

9. 연립방정식 $\begin{cases} 2x = y - 5 \\ 4x - ay = -3 \end{cases}$ 의 해가 $2x + y = 9$ 의 해일 때, 상수 a 의 값은?

① -3　② -1　③ 1　④ $\dfrac{3}{2}$　⑤ 2

해설

$\begin{cases} 2x - y = -5 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$ 를 먼저 연립하면 가감법에 의해 $x = 1,\ y = 7$ 의 해가 나온다. 이 해를 $4x - ay = -3$ 에 대입하면 $a = 1$ 의 값이 나온다.

10. x, y 에 대한 다음 두 연립방정식의 해가 같을 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ 5x + by = a(2y - x) + 15 \end{cases} \qquad \begin{cases} (x - 2y)\,a = 5y + bx + 25 \\ x + 3y = -9 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 24$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

$\begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ x + 3y = -9 \end{cases}$ 의 해를 구하면 네 식의 해가 된다.

두 번째 식 $x = -3y - 9$를 첫 번째 식에 대입하면

$3(-3y - 9) - 2y = -5$ 이므로

$-11y = 22 \qquad \therefore\ y = -2$

이 값을 $x = -3y - 9$에 대입하면 $x = -3$

$x = -3,\ y = -2$ 를 나머지 두 식에 대입하면

$$\begin{cases} a - 2b = 30 \\ a + 3b = 15 \end{cases}$$

$\therefore\ a = 24,\ b = -3$

11. 다음 네 개의 직선이 한 점에서 만날 때, 직선 $y = ax + b$ 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

$x - 2y = 3,\ ax + by = 8,\ ax - by = 2,\ x - y = 4$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$x - 2y = 3,\ x - y = 4$ 를 연립하여 풀면 $x = 5,\ y = 1$ 가 나온다.
따라서 네 직선의 교점은 $(5,\ 1)$ 이므로 나머지 두 직선에 $(5,\ 1)$ 을 대입하여 풀면 $a = 1,\ b = 3$ 이 나온다.
직선 $y = x + 3$ 의 x 절편은 -3, y 절편은 3 이므로 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는 $3 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$ 이다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} 3x+2(y-1)=3 \\ 3(x-2y)+5y=2 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 $(x+y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} 3x+2y=5 & \cdots ㉠ \\ 3x-y=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ − ㉡ 을 하면 $3y=3$ $\therefore y=1$

$y=1$ 을 ㉡에 대입하면 $3x-1=2$ $\therefore x=1$

$x=1,\ y=1$ 을 $(x+y)^2$ 에 대입하면

$(1+1)^2=2^2=4$

13. 다음 연립방정식의 해를 (x, y) 로 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 2(3x-y)+3y=13 \\ 4x-2(y-x)=10 \end{cases}$$

① $(-1,\ 2)$ ② $(9,\ 5)$ ③ $(-2,\ 1)$

④ $(2,\ 1)$ ⑤ $(3,\ 1)$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} 6x+y=13 & \cdots ㉠ \\ 6x-2y=10 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ − ㉡을 하면 $3y=3 \quad \therefore y=1$

$y=1$ 을 ㉠에 대입하면 $6x+1=13 \quad \therefore x=2$

$\therefore (2,\ 1)$

14. 다음 연립방정식의 해가 무수히 많을 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

$$\begin{cases} x-\dfrac{1}{2}ay=3 \\ 4bx-0.8y=1.2 \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=4$

▷ 정답 : $b=0.1$ 또는 $\dfrac{1}{10}$

해설

$3\times 0.4=1.2$ 이므로

$1\times 0.4=4b \rightarrow b=0.1$

$-\dfrac{1}{2}a\times 0.4=-0.8 \rightarrow a=4$

15. 다음 보기 중에서 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 만들었을 때, 해가 없는 것은?

보기

ㄱ. $0.2x - 0.6y = \frac{2}{5}$

ㄴ. $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -\frac{5}{2}$

ㄷ. $0.3x - 0.4y = -\frac{2}{7}$

ㄹ. $\frac{x}{6} - \frac{y}{2} = -\frac{1}{3}$

① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄷ, ㄹ ④ ㄱ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄹ

해설

ㄱ식에 $\times 10$을 한 $2x-6y=4$ 에서 ㄹ식에 $\times 12$ 를 한 $2x-6y=-4$ 를 빼면 $0 \cdot x = 8$이 되므로 이 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 없다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=7 \\ 3x+ay=1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\frac{1}{3}=\frac{2}{a}\neq\frac{7}{1} \quad \therefore a=6$$

17. x의 값이 20 이하의 자연수일 때, 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ px-qy=2 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않도록 하는 순서쌍 (p,q) 의 개수를 구하여라.

▶ **답 :** 개

▷ **정답 :** 5 개

해설

$3x-2y-1=0, px-qy-2=0$ 이 해를 갖지 않기 위해서는

$$\frac{3}{p}=\frac{-2}{-q}\neq\frac{-1}{-2}$$

$\therefore p\neq 6,\ q\neq 4,\ 2p=3q$

즉, $p:q=3:2$ 이므로

$(p,q)=(3,2),\ (9,6),\ (12,8),\ (15,10),\ (18,12)$

따라서 순서쌍 (p,q) 는 5 개이다.

18. $a+f=5$ 라 할 때, $a-b=\dfrac{b-c}{3}=\dfrac{c-d}{5}=\dfrac{d-e}{7}=\dfrac{e-f}{9}=11$ 이다. 이 때 $a-b-c-d-e-f$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 45

해설

$a-b=11$

$b-c=33$

$c-d=55$

$d-e=77$

$e-f=99$

변끼리 더하면

$a-f=275\cdots$ ①

$a+f=5\cdots$ ②

① + ② 하면 $2a=280, a=140, b=129, c=96, d=41, e=-36, f=-135$

$\therefore a-b-c-d-e-f=45$

19. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=-13 \\ bx+ay=-2 \end{cases}$ 에서 a, b 를 잘못 보고 바꾸어 놓고 풀었더니 $x=2$, $y=1$ 을 얻었다. 처음 주어진 연립방정식을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

▷ 정답 : $y=2$

해설

잘못된 식에 x, y 값을 대입하면

$$\begin{cases} bx+ay=-13 \\ ax+by=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+2b=-13 \\ 2a+b=-2 \end{cases}$$

$\therefore\ a=3,\ b=-8$

따라서

$$\begin{cases} ax+by=-13 \\ bx+ay=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-8y=-13 \\ -8x+3y=-2 \end{cases}$$

하면, $x=1$, $y=2$ 이다.

20. 연립방정식 $\begin{cases} 0.3x + 0.1y = k + 6.4 \\ 0.4x - y = k \end{cases}$ 를 만족시키는 y 의 값이 x 의 값의 3 배 일 때, $x + k$ 의 값을 구하면?

① -3.2 ② -2.2 ③ -1.2 ④ 0 ⑤ 1.2

해설

$y = 3x$ 를 각 식에 대입

$$\begin{cases} 3x + y = 10k + 64 & \rightarrow \; 6x = 10k + 64 \\ 4x - 10y = 10k & \rightarrow \; -26x = 10k \end{cases}$$

$\therefore \; x = 2, \; k = -5.2$

$\therefore \; x + k = -3.2$

21. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 7 \\ \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 9 \end{cases}$ 에서 $x - y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{11}{24}$

해설

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 5 & \cdots ㉠ \\ \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 13 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ − ㉡을 하면

$-\dfrac{1}{x} = -8,\ x = \dfrac{1}{8},\ y = -\dfrac{1}{3}$

$\therefore x - y = \dfrac{11}{24}$

22. 연립방정식 $\begin{cases} y = mx + 3 \\ y = (2m-1)x + 4 \end{cases}$ 을 만족하는 $(x,\ y)$가 적어도 한 쌍 존재하기 위한 실수 m 의 값은?

① 모든 실수

② $m \neq 0$

③ $m \neq \frac{1}{2}$ 인 모든 수

④ $m \neq 1$ 인 모든 수

⑤ m 의 값이 없다.

해설

연립방정식은 두 방정식의 그래프가 평행한 직선이 아니면 해를 갖는다.
두 직선이 평행인 경우는 기울기가 같아야 하므로 $m = 2m - 1$ 에서 $m = 1$ (두 직선은 m 에 관계없이 y절편이 다르므로 일치할 수 없다.)
따라서, 구하는 m 의 값은 $m \neq 1$ 인 모든 수

해설

두 식을 정리하면
$mx - y + 3 = 0,\ (2m-1)x - y + 4 = 0$
적어도 한쌍의 해를 가질 조건은
$\frac{m}{2m-1} \neq \frac{-1}{-1}$ 에서 $m \neq 1$ 인 모든 수

23. 연립방정식 $\begin{cases} 3x+4y=-7 \\ ax+2y=4 \end{cases}$ 의 해가 $x=m,\ y=n$ 일 때, 일차방정식 $12m-5n=14$ 를 만족시킨다. 이 때, $am-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$3x+4y=-7$ 의 해가 $x=m$, $y=n$ 이므로 $3m+4n=-7$

$$\begin{cases} 3m+4n=-7\cdots① \\ 12m-5n=14\cdots② \end{cases}$$

①$\times 4-$② 를 하면

$m=\frac{1}{3},\quad n=-2$

$ax+2y=4$ 에 $x=\frac{1}{3}$, $y=-2$ 를 대입

$\frac{1}{3}a-4=4$

$\frac{1}{3}a=8$

$a=24$

$\therefore\ am-n=24\times\frac{1}{3}+2=10$

24. 자연수 x, y에 대하여 $\frac{8^x}{2^{x+y}} = 4$, $\frac{3^{x+y}}{9^y} = 27$일 때, xy의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy = 4$

해설

$$\frac{(2^3)^x}{2^{x+y}} = 2^{3x-(x+y)} = 4 = 2^2$$

$\therefore\ 2x - y = 2 \ \cdots$ ㉠

$$\frac{3^{x+y}}{(3^2)^y} = 3^{(x+y)-2y} = 27 = 3^3$$

$\therefore\ x - y = 3 \ \cdots$ ㉡

㉠ + ㉡을 하면 $x = -1$

㉡에서 $-1 + y = 3$, $\quad \therefore\ y = -4$

$\therefore\ xy = (-1) \times (-4) = 4$

25. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=2 \\ ax-by=4 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 일차방정식 $y=ax+b$ 는 점 $(0,\ p)$, $(q,\ 0)$ 을 지난다고 한다. $p+q$ 의 값은?

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$\begin{cases} 2x+3y=2 \\ ax-by=4 \end{cases}$ 에서 $\frac{2}{a}=\frac{3}{-b}=\frac{2}{4}$

$\frac{2}{a}=\frac{2}{4}$

$\therefore a=4$

$\frac{3}{-b}=\frac{2}{4}$, $12=-2b$

$\therefore b=-6$

$\therefore y=4x-6$

$x=0$ 일 때, $y=-6$ 이므로 $p=-6$

$y=0$ 일 때, $x=\frac{3}{2}$ 이므로 $q=\frac{3}{2}$

$\therefore p+q=-\frac{9}{2}$