

1. 다음에서 일차부등식은 몇 개인가?

- ㉠

$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{3}x$
- ㉡

$3 - x^2 > -5 + x - x^2$
- ㉢

$0.1x - 0.7y \geq 0.2(x - y)$
- ㉣

$x - 4 \leq 5 - 3(x + 1)$
- ㉤

$\frac{1}{3}x - \frac{1}{7}y = -\frac{1}{12}$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉠ 부등식이 아니다.
㉡ $-x + 8 > 0$ 의 꼴이므로 일차부등식이다.
㉢ $-0.1x - 0.5y \geq 0$ 의 꼴이므로 일차부등식이다.
㉣ $4x - 6 \leq 0$ 의 꼴이므로 일차부등식이다.
㉤ 부등식이 아니다.
따라서 ㉡, ㉢, ㉣의 3 개이다.

2. 다음 중 일차부등식인 것은?

① $x + 4 \geq -1$

② $2x + 4 = 6$

③ $x - 5x < 3 - 4x$

④ $2 > x - x^2$

⑤ $6 + x - (1 + 3x)$

해설

① $x + 4 \geq -1 \rightarrow x + 5 \geq 0$

② 일차방정식

③ 부등식

④ 이차부등식

⑤ 다항식

3. $-3 < a \leq 7$ 일 때, $A \leq -4a - 1 < B$ 라고 한다. 이 때, $A + B$ 의 값은?

① 10

② -10

③ 18

④ -18

⑤ 21

해설

$-3 < a \leq 7$ 의 각각의 변에 -4 를 곱하면 $-28 \leq -4a < 12$,
각각의 변에 1 을 빼면 $-29 \leq -4a - 1 < 11$ 이다.
따라서 $A = -29$, $B = 11$ 이므로 $A + B = (-29) + 11 = -18$
이다.

4. $-2 < a \leq 3$ 일 때, $A \leq -\frac{1}{2}a - 3 < B$ 라고 한다. 이때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{2}$

해설

$-2 < a \leq 3$ 의 각각의 변에 $-\frac{1}{2}$ 를 곱하면 $-\frac{3}{2} \leq -\frac{1}{2}a < 1$, 각각의 변에 3을 빼면 $-\frac{9}{2} \leq -\frac{1}{2}a - 3 < -2$ 이다.

따라서 $A = -\frac{9}{2}$, $B = -2$ 이므로 $A + B = (-\frac{9}{2}) + (-2) = -\frac{13}{2}$ 이다.

5. 다음 중 일차부등식인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3x + 2 = 4$

② $2x(3 - x) + 1 < 2$

③ $0.5x - 2 \geq 6 - 0.3x$

④ $\frac{x}{2} + 1 < 5 + \frac{x}{2}$

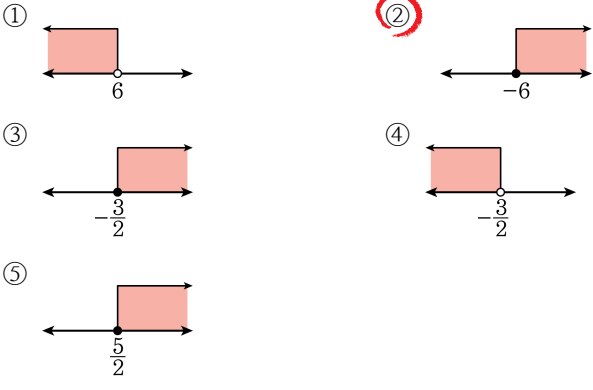
⑤ $2x - \frac{2}{3} \geq -2x + \frac{2}{3}$

해설

③ $0.5x - 2 \geq 6 - 0.3x$
 $8x - 80 \geq 0$

⑤ $2x - \frac{2}{3} \geq -2x + \frac{2}{3}$
 $4x - \frac{4}{3} \geq 0$

6. 일차부등식 $-\frac{1}{2}x \leq 3$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?



해설

$$-\frac{1}{2}x \leq 3$$
$$x \geq -6$$

7. 부등식 $x - 3(x - 2) > 2(x - 3)$ 을 만족하는 자연수의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$x - 3(x - 2) > 2(x - 3)$$

$$x - 3x + 6 > 2x - 6$$

$$-4x > -12$$

$$x < 3$$

따라서 만족하는 자연수는 1, 2 의 2 개이다.

8. 두 일차부등식 $3 > x + 7$ 와 $-2x + a > 9$ 의 해가 같을 때, $2a$ 의 값은?
(단, a 는 상수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$3 > x + 7$ 와 $-2x + a > 9$ 의 해가 같으므로 두 부등식을 정리하여 비교하여 보자.

$$x < \frac{a-9}{2} \text{ 와 } 3 > x + 7 \Rightarrow x < -4$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$\frac{a-9}{2} = -4$$

$$a = 1$$

$$\therefore 2a = 2$$

9. 다음 중 부등식 $3x - 4 < 2$ 의 해가 아닌 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x - 4 < 2$ 에서

⑤ $x = 2$ 이면 $3 \times 2 - 4 < 2$ (거짓)

10. x 가 자연수이고, 부등식 $4 + 8x < a + 5x$ 의 해의 개수가 5개일 때, 상수 a 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$4 + 8x < a + 5x$ 를 정리하면 $3x < a - 4$

$$\therefore x < \frac{a-4}{3}$$

자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 5개이므로 $5 <$

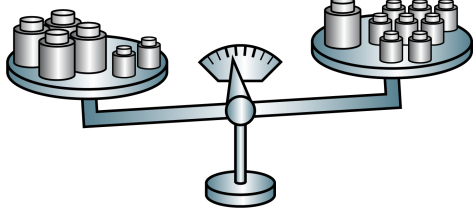
$$\frac{a-4}{3} \leq 6 \text{이 되어야 한다.}$$

$$15 < a - 4 \leq 18$$

$$19 < a \leq 22$$

따라서 상수 a 의 최댓값은 22이다.

11. 저울에 올려 놓은 추를 이용해서 부등식을 푸는 과정이다. 옳지 않은 말을 한 사람을 골라라.



창현 : 큰 추를 x 라 놓고 작은 추를 1 로 놓는다면 왼쪽으로 기울어져 있으니까 $4x + 2 > x + 8$ 로 놓을 수 있어
순환 : 그럼 추의 양쪽에서 작은 추를 2 개씩 빼면 양변에 2 씩 뺀거랑 같네.
택현 : 그럼 식이 $4x > x + 6$ 이 나오겠네.
원석 : 큰 추도 같은 방식으로 1 개씩 빼도 똑같겠네. 그럼 식은 $3x > 6$ 이 되겠네.
운현 : 그럼 양쪽에 큰 추랑 작은 추랑 3 개씩 빼도 지금이랑 같겠다. 그럼 왼쪽 추에는 아무것도 안 남겠네.

▶ 답 :

▷ 정답 : 운현

해설

창현 : ○ 큰 추를 x 라 놓고 작은 추를 1 로 놓는다면 왼쪽으로 기울어져 있으니까 $4x + 2 > x + 8$ 로 놓을 수 있어.
순환 : ○ 그럼 추의 양쪽에서 작은 추를 2 개씩 빼면 양변에 2 씩 뺀거랑 같네.
택현 : ○ 그럼 식이 $4x > x + 6$ 이 나오겠네.
원석 : ○ 큰 추도 같은 방식으로 1 개씩 빼도 똑같겠네. 그럼 식은 $3x > 6$ 이 되겠네.
운현 : × 그럼 양쪽에 큰 추랑 작은 추랑 3 개씩 빼도 지금이랑 같겠다. 그럼 왼쪽 추에는 아무것도 안 남겠네.
(큰 추를 x 라 하고 작은 추를 1 이라 했을 때 서로 다른 무게이므로 같은 개수를 빼면 같은 무게가 빠지지 않는다.)

12. 부등식 $-3(x+2)-1 > 2(x-12)-3$ 을 풀었을 때 부등식의 해에 포함되는 자연수의 합을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$-3(x+2)-1 > 2(x-12)-3$$

$$-3x-6-1 > 2x-24-3$$

$$-3x-2x > -24-3+6+1$$

$$-5x > -20$$

$$x < 4$$

이므로 부등식을 만족하는 자연수는 1, 2, 3 이다.

$$\therefore \text{자연수의 합} = 1+2+3=6$$

13. 두 부등식 $2x + 3 < 3x$, $5x + 1 > 6x - a$ 의 공통해가 존재할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq 2$ ② $a > 2$ ③ $a < 3$ ④ $a \leq 3$ ⑤ $a > 3$

해설

두 부등식의 공통해 즉, 연립부등식의 해가 존재한다는 뜻이다.

$$2x + 3 < 3x, 3 < x$$

$$5x + 1 > 6x - a, 1 + a > x$$

$$1 + a > 3$$

$$\therefore a > 2$$

14. 다음은 학생들이 문제를 풀이하며 나눈 이야기 과정이다. 다음 중 틀린 말을 한 학생을 모두 골라라.

$a < 0$ 일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$ 를 계산한다.
정민 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.
민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$ 가 되겠네.
지현 : a 는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.
지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$ 를 양변으로 나누면 $x < -\frac{18a}{a}$ 가 나오겠네.
정희 : 그렇다면 $x < -18$ 이 되는구나.

- ① 정민 ② 민호 ③ 지현 ④ 지윤 ⑤ 정희

해설

학생들이 올바른 대화를 했다면 다음과 같다.

$a < 0$ 일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$ 를 계산한다.
정민 : 우선 이항을 해야겠네. x 가 있는 항과 없는 항으로.
민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$ 가 되겠네.
지현 : a 는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.
지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$ 를 양변으로 나누면 $x > -\frac{18a}{a}$ 가 나오겠네.
정희 : 그렇다면 $x > -18$ 이 되는구나.

지윤은 $a < 0$ 임을 알고 있었지만 $-a > 0$ 를 생각하지 못하고 부등호의 방향을 바꾸어 버렸다. 또 정희는 지윤의 말을 그대로 받아 $x > -18$ 이 아닌 $x < -18$ 이라고 하였다.

15. 다음 부등식을 푼 것으로 틀린 것은?

- ① $a > 0$ 일 때, $ax > 2a \Rightarrow x > 2$
- ② $a > 0$ 일 때, $ax > -4a \Rightarrow x > -4$
- ③ $a < 0$ 일 때, $ax > -4a \Rightarrow x < 4$
- ④ $a > 0$ 일 때, $-ax > 5a \Rightarrow x < -5$
- ⑤ $a < 0$ 일 때, $-ax > 5a \Rightarrow x > -5$

해설

③ $a < 0$ 이므로, $ax > -4a$ 의 양변을 a 로 나누어 주면 부등호의 부호가 바뀜으로 $x < -4$ 이다.

16. 다음은 민수, 영희, 진호가 $a < 0$ 일 때, 부등식 $3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 각각 풀이한 과정이다.

다음 중 옳게 푼 학생은 누구인지 골라라.

<민수>
 $a < 0$ 일 때,
 $3ax - 9a > 4ax - 11a$
 $3ax + 4ax > -11a + 9a$
 $7ax > -2a$
 $x < \frac{-2}{7}$

<영희>
 $a < 0$ 일 때,
 $3ax - 9a > 4ax - 11a$
 $3ax - 4ax > -11a + 9a$
 $-ax > -2a$
 $x > 2$

<진호>
 $a < 0$ 일 때,
 $3ax - 9a > 4ax - 11a$
 $3ax - 4ax > -11a + 9a$
 $-ax > -2a$
 $x < 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : 영희

해설

$3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 정리하면 $3ax - 4ax > -11a + 9a$ 이고 정리하면 $-ax > -2a$ 이다. $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이고 양변을 $-a$ 로 나누어도 부등호의 방향은 변하지 않는다. 따라서 $x > 2$ 이다. 영희의 풀이 과정이 올바른 풀이다.

민수는 $3ax - 9a > 4ax - 11a$ 를 정리하는 과정에서 $4ax$ 가 좌변으로 넘어갈 때 부호가 변하지 않았다.

진호는 $-ax > -2a$ 를 $-a$ 로 나누어 줄 때, $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이고 양변을 $-a$ 로 나누어도 부등호의 방향은 변하지 않아야 하는데 부등호의 방향이 변하였다.

17. 두 부등식 $3x - 4 \geq 2(4x + 3)$, $0.1x - a \geq \frac{1}{5} + \frac{1}{2}x$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

해설

$3x - 4 \geq 2(4x + 3)$ 에서

$$3x - 4 \geq 8x + 6 \Rightarrow -5x \geq 10$$

$$\therefore x \leq -2$$

$0.1x - a \geq \frac{1}{5} + \frac{1}{2}x$ 에서

$$x - 10a \geq 2 + 5x \Rightarrow -4x \geq 2 + 10a$$

$$\therefore x \leq \frac{-1 - 5a}{2}$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$-2 = \frac{-1 - 5a}{2} \Rightarrow -3 = -5a \quad \therefore a = \frac{3}{5}$$

18. $x < \frac{5-2a}{3}$ 를 만족하는 가장 큰 정수가 4 일 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-5 \leq a < -\frac{7}{2}$

해설

$$4 < \frac{5-2a}{3} \leq 5$$

$$12 < 5-2a \leq 15$$

$$7 < -2a \leq 10$$

$$\therefore -5 \leq a < -\frac{7}{2}$$

19. $a - b > 0$, $a + b < 0$, $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > b$

② $|a| < |b|$

③ $b < 0$

④ $a^2 > b^2$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

해설

$a + b < 0$, $a > 0$ 에서 $b < 0$ 이고 $|a| < |b|$ 임을 알 수 있다.
따라서 틀린 것은 ④번이다.

20. 다음 부등식을 만족하는 x 중에서 절댓값이 1 이하인 정수의 개수를 구하여라.

$$0.5(x+2) - \frac{1}{6}x > \frac{4}{3}x$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$15x + 30 - 5x > 40x$$
$$30 > 30x$$
$$x < 1$$

절댓값이 1 이하인 정수는 $-1, 0$ (2 개)이다.

21. 부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 만족하는 정수 중 가장 큰 수는 -16 이라고 할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 정리하면

$$5x - 20a \geq 12x - 8 \text{ 에서 } -7x \geq 20a - 8$$

$$\therefore x \leq \frac{-20a+8}{7}$$

부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 -16 이므로

$$\frac{-20a+8}{7} = -16$$

$$-20a + 8 = -112$$

$$-20a = -120$$

$$\therefore a = 6$$

22. 부등식 $-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 만족하는 x 의 개수가 n 개일 때,
상수 a 의 값의 범위는 $2 \leq a < \frac{13}{3}$ 이다. 이때, n 의 값을 구하여라.
(단, x 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$-x + 7 \geq 2\left(3x - \frac{1}{2}\right) - 3a$ 를 정리하면

$$-x + 7 \geq 6x - 1 - 3a$$

$$\therefore x \leq \frac{8 + 3a}{7}$$

위 부등식을 만족하는 x 가 n 개라면

$$n \leq \frac{8 + 3a}{7} < n + 1 \text{ 이 } 2 \leq a < \frac{13}{3} \text{ 이므로}$$

$$7n \leq 8 + 3a < 7n + 7$$

$$7n - 8 \leq 3a < 7n - 1$$

$$\frac{7n - 8}{3} \leq a < \frac{7n - 1}{3}, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{7n - 8}{3} = 2, \frac{7n - 1}{3} = \frac{13}{3}$$

$$7n - 8 = 6, 7n - 1 = 13$$

$$\therefore n = 2$$

23. 연속하는 세 수 a, b, c 에 대하여 $98 \leq ac - ab \leq 100$ 를 만족할 때, 세 수 a, b, c 를 각각 구하여라.

(단, $a < b < c \leq 100$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 98$

▷ 정답 : $b = 99$

▷ 정답 : $c = 100$

해설

연속하는 세 수를 크기가 작은 순서대로 $b-1, b, b+1$ 로 놓으면

$$a = b - 1, c = b + 1$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } ac - ab &= (b - 1)(b + 1) - (b - 1)b \\ &= b^2 - 1 - b^2 + b \\ &= b - 1 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } 98 \leq b - 1 \leq 100$$

$$99 \leq b \leq 101$$

그런데 b 는 100 보다 작은 수이므로 99 이다.

따라서 세 수는 98, 99, 100 이다.

$$\therefore a = 98, b = 99, c = 100$$

24. 일차부등식 $a(x-2) < 3(5x-3) + 12$ 의 해를 구하면? (단, $a < 15$)

- ① $x > \frac{2a-3}{a+15}$ ② $x < \frac{a-15}{2a+3}$ ③ $x > \frac{2a+3}{a-15}$
④ $x > \frac{a-15}{2a+3}$ ⑤ $x < \frac{2a+3}{a-15}$

해설

$$a(x-2) < 3(5x-3)+12, ax-2a < 15x-9+12, (a-15)x < 2a+3$$

$$\therefore x > \frac{2a+3}{a-15}$$

25. 부등식 $(a-b)x-2a>4b$ 의 해가 $x<-10$ 일 때, 부등식 $(2a+3b)x+a-5b<0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x<\frac{9}{8}$

해설

$$(a-b)x>2a+4b$$

$$x<\frac{2a+4b}{a-b}=-10(a-b<0)$$

$$2a+4b=-10a+10b$$

$$12a=6b, 2a=b$$

$$a-b<0 \text{ 에서 } -a<0 \quad \therefore a>0$$

$$(2a+6a)x<-a+5\times 2a$$

$$8ax<9a$$

$$\therefore x<\frac{9}{8}$$