

1. 다음 $27x^6y^{\square} \div xy^6 = 27x^5y^3$ 의 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하면?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$27x^6y^{\square} \div xy^6 = \frac{27x^6y^{\square}}{xy^6} = 27x^5y^3 \text{ 이므로}$$

$$y^{\square-6} = y^3$$

$$\therefore \square = 9$$

2. $(x^3)^a = x^{16} \div x$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(x^3)^a = x^{16} \div x, \quad x^{3a} = x^{15}$$

$$3a = 15$$

$$\therefore a = 5$$

3. $a^3x^2y^3 \times (-xy)^b = -8x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $ab - 2c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} a^3x^2y^3 \times (-xy)^b &= a^3 \times (-1)^b \times x^{2+b} \times y^{3+b} \\ &= -8x^cy^6 \end{aligned}$$

$$a^3 \times (-1)^b = -8, 2 + b = c, 3 + b = 6 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 5$$

$$\therefore ab - 2c = 2 \times 3 - 2 \times 5 = -4$$

4. 다음 식을 계산한 결과가 3 이 되는 것은?

① $10a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right)$

② $\left(\frac{1}{3}a^2\right)^2 \div 9a^3$

③ $\frac{1}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{5}a\right)^2$

④ $6a^2b \div \left(\frac{1}{2}ab^2\right)$

⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right)$

해설

⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right) = \left(-\frac{12}{7}a^2\right) \times \left(-\frac{7}{4a^2}\right) = 3$

5. $12xy^3 \div 4x^3y \times 5xy$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{3y^2}{x}$ ② $\frac{15y^3}{x}$ ③ $\frac{1^3}{x}$ ④ $\frac{3y^2}{x^3}$ ⑤ $\frac{9}{x^2y}$

해설

$$12xy^3 \times \frac{1}{4x^3y} \times 5xy = \frac{15y^3}{x}$$

6. $3ab^2 \div \square = 4a^3b$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식을 골라라.

- ① $12a^2bc$
- ② $\frac{bc}{12a^2}$
- ③ $\frac{3b}{4a^2}$
- ④ $\frac{4b}{3a^2c}$
- ⑤ $\frac{12b}{a^2c}$

해설

$$3ab^2 \times \frac{1}{\square} = 4a^3b$$
$$\square = \frac{1}{4a^3b} \times 3ab^2 = \frac{3b}{4a^2}$$

7. $(4xy^2)^2 \div \square \times (-3x^2y^5) = 6x^5y^2$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

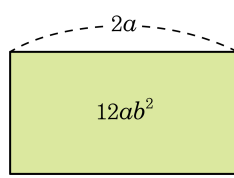
- ① $5x^5$ ② $\frac{2}{xy}$ ③ $3x^3y^2$ ④ $\frac{x^2y}{4}$ ⑤ $-\frac{8y^7}{x}$

해설

$$\begin{aligned}\square &= (4xy^2)^2 \times (-3x^2y^5) \div 6x^5y^2 \\ &= 16x^2y^4 \times (-3x^2y^5) \times \frac{1}{6x^5y^2} \\ &= -\frac{8y^7}{x}\end{aligned}$$

8. 다음 그림과 같이 가로 길이 $2a$, 넓이가 $12ab^2$ 인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 세로의 길이는?

- ① $6a$ ② $6a^2$ ③ $6b$
④ $6b^2$ ⑤ $6ab^2$



해설

(직사각형의 넓이) = (가로) $\times$ (세로) 이므로
세로의 길이를 x 라고 하면

$$12ab^2 = 2a \times x$$

$$x = \frac{12ab^2}{2a} = 6b^2$$

9. $5^{x+3} = 5^x \times \square$ 에서 $\square$ 의 값은?

① 25

② 5

③ 625

④ 125

⑤ 75

해설

$$5^{x+3} = 5^x \times 5^3$$

10. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$x^{3b}y^{ab}z^b = x^{12}y^{16}z^c$$

i) $3b = 12, b = 4$

ii) $ab = 16, 4a = 16, a = 4$

iii) $b = c, c = 4$

따라서 $a + b + c = 12$ 이다.

11. $5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2$ 을 계산하면?

① $(5^2)^7$

② $(5^7)^2$

③ 5×7^2

④ $(5 \times 7)^2$

⑤ 7×5^2

해설

$5^2 = x$ 라 하면 $x \times 7 = 7x$ 이다.
 $7x$ 에 x 의 값 5^2 을 대입하면 7×5^2 이다.

12. 지수법칙을 이용하여 $2^7 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 6자리 수

해설

$$2^7 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^2 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 4 = 4 \times 10^5$$

13. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 12자리 수

해설

$$\begin{aligned} & 2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\ &= 36 \times (10)^{10} \end{aligned}$$

14. $1 \leq \left(\frac{n}{4}\right)^{200} \leq \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

각 항의 지수를 통일하면

$$1^{100} \leq \left(\frac{n^2}{16}\right)^{100} \leq \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$$

$$1 \leq \frac{n^2}{16} \leq \frac{27}{16}$$

$$16 \leq n^2 \leq 27$$

따라서 $16 \leq n^2 \leq 27$ 를 만족하는 자연수 $n = 4, 5$ 이다.

15. $27^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(3^3)^{x-2} = 3^{-x+6}$$

$$\text{지수 : } 3x - 6 = -x + 6, 4x = 12, x = 3$$

16. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2}$$

$$-2x + 1 = 3x + 6, x = -1$$

17. $3^{2x+1} = 27^{x-2}$ 이 성립할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$3^{2x+1} = (3^3)^{x-2}, 2x+1 = 3(x-2) \\ \therefore x = 7$$

18. 다음 대화에서 선생님의 질문에 답하여라.

선생님 : 제가 여러분에게 카드를 4 장 나눠드리고 제가 한 장은 가지고 있겠습니다. 5 장 카드의 곱은 $2^9 \times 3^8$ 입니다.
제가 가지고 있는 카드의 값을 맞춰보세요.
영수 : 내 카드에는 2^2 이 적혀 있어.
인호 : 내 카드에는 $(3^2)^2$ 이 적혀 있네.
민수 : 내 것은 $(2^3)^2$ 이 적혀 있어.
익수 : 내 것은 3^3 이네.
이제 한번 풀어보자.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

영수 2^2 , 인호 $(3^2)^2 = 3^4$, 민수 $(2^3)^2 = 2^6$, 익수 3^3 , 선생님 x
 $2^2 \times 3^4 \times 2^6 \times 3^3 \times x = 2^9 \times 3^8$
 $2^{2+6} \times 3^{4+3} \times x = 2^8 \times 3^7 \times x = 2^9 \times 3^8$
 $x = 2 \times 3 = 6$
선생님이 가지고 있는 카드의 값은 6 이다.

19. 다음 ㉠ ~ ㉣ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2z^{\boxed{\text{㉠}}}}{\boxed{\text{㉡}}y^5}\right)^{\boxed{\text{㉢}}}=\frac{x^8z^{12}}{16y^{20}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠: 3

▷ 정답 : ㉡: 2

▷ 정답 : ㉢: 4

해설

$2 \times \boxed{\text{㉢}} = 8, \therefore \boxed{\text{㉢}} = 4$

$\boxed{\text{㉠}} \times 4 = 12, \therefore \boxed{\text{㉠}} = 3$

$\boxed{\text{㉡}}^4 = 16, \therefore \boxed{\text{㉡}} = 2$

20. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$$

21. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라.

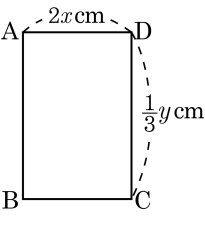
▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 11자리의 수

해설

$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$
 $\therefore x = -2x + 2y + 3$
 $25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$
 $\therefore 2x + 2y = 3y + 3$
두 식을 연립하면
 $x = 3, y = 3$
 $32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3$
 $\qquad\qquad\qquad = 2^{15} \times 5^9$
 $\qquad\qquad\qquad = (10)^9 \times 2^6$
 $\qquad\qquad\qquad = 64 \times 10^9$
따라서 11 자리의 수이다.

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2x\text{ cm}$, $\overline{CD} = \frac{1}{3}y\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. $\overline{AD}$ 를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피는 $\overline{CD}$ 를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



- ① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배 ④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.
 (원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로
 $\overline{AD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

$\overline{CD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2y$$

$$\therefore \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2y} = \frac{y}{6x} \text{ (배)}$$

23. 다음 식이 성립하는 x, y 에 대하여 $2xy$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{1}{25}, \frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{1}{27}$$

- ① 0
- ② -2
- ③ -4
- ④ -6
- ⑤ -8

해설

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{5^{(4x+2y)}}{5^{(3x-2y)}} = 5^{4x+2y-(3x-2y)} = 5^{x+4y}$$
$$\therefore x + 4y = -2 \cdots \textcircled{㉠}$$
$$\frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{3^{(x+y)}}{3^{(4x+4y)}} = 3^{-3x-3y}$$
$$\therefore -3x - 3y = -3, \ x + y = 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

이제 ㉠과 ㉡을 연립하면 $x = 2, y = -1$ 이므로
따라서 $2xy = -4$ 이다.

24. 음이 아닌 수 a, b 에 대하여 $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다. $a + b + c = 4$ 일 때, $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $c \geq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + 2^{a+b} + 2^c$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a + b = 0$ 또는 $c = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^4)$

$2^a + 2^b + 2^c \leq 18$

따라서 최댓값은 18 ($a = 0, b = 0$ 또는 $b = 0, c = 0$ 또는 $c = 0, a = 0$ 일 때)

25. 자연수 n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & \frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} \\ &= \frac{(-1)^n(-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} \\ & (-1)^n(-1)^{n+1} \text{ 은 } n \text{ 이 짝수, 홀수일 때 모두 } -1 \text{ 이다. 따라서} \\ & \frac{(-1)^n(-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} \\ &= \frac{(-1) \times x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} = -\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = 0 \end{aligned}$$