1. 다음 $27x^6y^{\square} \div xy^6 = 27x^5y^3$ 의 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하면?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$27x^6y^a \div xy^6 = \dfrac{27x^6y^{\square}}{xy^6} = 27x^5y^3$ 이므로

$y^{\square-6} = y^3$

$\therefore \square = 9$

2. $(x^3)^a = x^{16} \div x$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(x^3)^a = x^{16} \div x,\ x^{3a} = x^{15}$

$3a = 15$

$\therefore\ a = 5$

3. $a^3x^2y^3 \times (-xy)^b = -8x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $ab - 2c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} a^3x^2y^3 \times (-xy)^b &= a^3 \times (-1)^b \times x^{2+b} \times y^{3+b} \\ &= -8x^cy^6 \end{aligned}$$

$a^3 \times (-1)^b = -8$, $2 + b = c$, $3 + b = 6$ 이므로

$\therefore\ a = 2,\ b = 3,\ c = 5$

$\therefore\ ab - 2c = 2 \times 3 - 2 \times 5 = -4$

4. 다음 식을 계산한 결과가 3 이 되는 것은?

① $10a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right)$

② $\left(\frac{1}{3}a^2\right)^2 \div 9a^3$

③ $\frac{1}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{5}a\right)^2$

④ $6a^2b \div \left(\frac{1}{2}ab^2\right)$

⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right)$

해설

⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right) = \left(-\frac{12}{7}a^2\right) \times \left(-\frac{7}{4a^2}\right) = 3$

5. $12xy^3 \div 4x^3y \times 5xy$ 를 간단히 하면?

① $\frac{3y^2}{x}$ ② $\frac{15y^3}{x}$ ③ $\frac{1}{x}^3$ ④ $\frac{3y^2}{x^3}$ ⑤ $\frac{9}{x^2y}$

해설

$$12xy^3 \times \frac{1}{4x^3y} \times 5xy = \frac{15y^3}{x}$$

6. $3ab^2 \div \square = 4a^3b$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식을 골라라.

① $12a^2bc$ ② $\dfrac{bc}{12a^2}$ ③ $\dfrac{3b}{4a^2}$

④ $\dfrac{4b}{3a^2c}$ ⑤ $\dfrac{12b}{a^2c}$

해설

$$3ab^2 \times \frac{1}{\square} = 4a^3b$$

$$\square = \frac{1}{4a^3b} \times 3ab^2 = \frac{3b}{4a^2}$$

7. $(4xy^2)^2 \div \square \times (-3x^2y^5) = 6x^5y^2$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

① $5x^5$ ② $\frac{2}{xy}$ ③ $3x^3y^2$ ④ $\frac{x^2y}{4}$ ⑤ $-\frac{8y^7}{x}$

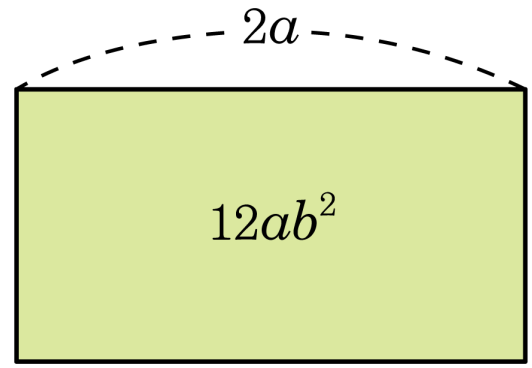
해설

$$\square = (4xy^2)^2 \times (-3x^2y^5) \div 6x^5y^2$$

$$= 16x^2y^4 \times (-3x^2y^5) \times \frac{1}{6x^5y^2}$$

$$= -\frac{8y^7}{x}$$

8. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 $2a$, 넓이가 $12ab^2$ 인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 세로의 길이는?



① $6a$ ② $6a^2$ ③ $6b$

④ $6b^2$ ⑤ $6ab^2$

해설

(직사각형의 넓이) = (가로) × (세로) 이므로
세로의 길이를 x 라고 하면

$12ab^2 = 2a \times x$

$$x = \frac{12ab^2}{2a} = 6b^2$$

9. $5^{x+3} = 5^x \times \square$ 에서 $\square$의 값은?

① 25 ② 5 ③ 625 ④ 125 ⑤ 75

해설

$5^{x+3} = 5^x \times 5^3$

10. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$x^{3b}y^{ab}z^b = x^{12}y^{16}z^c$

i) $3b = 12,\ b = 4$

ii) $ab = 16,\ 4a = 16,\ a = 4$

iii) $b = c,\ c = 4$

따라서 $a+b+c = 12$ 이다.

11. $5^2+5^2+5^2+5^2+5^2+5^2+5^2$을 계산하면?

① $(5^2)^7$ ② $(5^7)^2$ ③ 5×7^2

④ $(5\times 7)^2$ ⑤ 7×5^2

해설

$5^2=x$라 하면 $x\times 7=7x$이다.

$7x$에 x의 값 5^2을 대입하면 7×5^2이다.

12. 지수법칙을 이용하여 $2^7 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 6자리 수

해설

$2^7 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^2 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 4 = 4 \times 10^5$

13. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 12자리 수

해설

$2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$

$= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10}$

$= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10}$

$= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10}$

$= 36 \times (10)^{10}$

14. $1 \le \left(\frac{n}{4}\right)^{200} \le \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

각 항의 지수를 통일하면

$1^{100} \le \left(\frac{n^2}{16}\right)^{100} \le \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$

$1 \le \frac{n^2}{16} \le \frac{27}{16}$

$16 \le n^2 \le 27$

따라서 $16 \le n^2 \le 27$ 를 만족하는 자연수 $n = 4,\ 5$ 이다.

15. $27^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}$ 일 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(3^3)^{x-2} = 3^{-x+6}$

지수 : $3x - 6 = -x + 6, 4x = 12, x = 3$

16. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2}$

$-2x + 1 = 3x + 6, x = -1$

17. $3^{2x+1} = 27^{x-2}$ 이 성립할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$3^{2x+1} = (3^3)^{x-2}$, $2x + 1 = 3(x - 2)$

$\therefore x = 7$

18. 다음 대화에서 선생님의 질문에 답하여라.

선생님 : 제가 여러분에게 카드를 4 장 나눠드리고 제가 한 장은 가지고 있겠습니다. 5 장 카드의 곱은 $2^9 \times 3^8$ 입니다. 제가 가지고 있는 카드의 값을 맞춰보세요.
영수 : 내 카드에는 2^2 이 적혀 있어.
인호 : 내 카드에는 $(3^2)^2$ 이 적혀 있네.
민수 : 내 것은 $(2^3)^2$ 이 적혀 있어.
익수 : 내 것은 3^3 이네.
이제 한번 풀어보자.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

영수 2^2, 인호 $(3^2)^2 = 3^4$, 민수$(2^3)^2 = 2^6$, 익수 3^3, 선생님 x
$2^2 \times 3^4 \times 2^6 \times 3^3 \times x = 2^9 \times 3^8$
$2^{2+6} \times 3^{4+3} \times x = 2^8 \times 3^7 \times x = 2^9 \times 3^8$
$x = 2 \times 3 = 6$
선생님이 가지고 있는 카드의 값은 6 이다.

19. 다음 ㉠ ~ ㉢ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2z^{\boxed{㉠}}}{\boxed{㉡}y^5}\right)^{\boxed{㉢}} = \frac{x^8z^{12}}{16y^{20}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠: 3

▷ 정답 : ㉡: 2

▷ 정답 : ㉢: 4

해설

$2 \times \boxed{㉢} = 8, \quad \therefore \boxed{㉢} = 4$

$\boxed{㉠} \times 4 = 12, \quad \therefore \boxed{㉠} = 3$

$\boxed{㉡}^4 = 16, \quad \therefore \boxed{㉡} = 2$

20. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$

21. $\dfrac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\dfrac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 11자리의 수

해설

$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$

$\therefore\ x = -2x + 2y + 3$

$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$

$\therefore\ 2x + 2y = 3y + 3$

두 식을 연립하면

$x = 3,\ y = 3$

$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3$

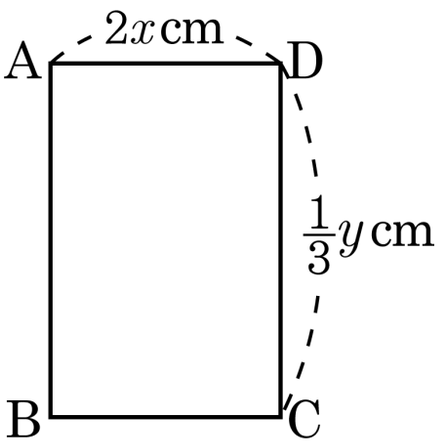
$= 2^{15} \times 5^9$

$= (10)^9 \times 2^6$

$= 64 \times 10^9$

따라서 11 자리의 수이다.

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2x\,\text{cm}$, $\overline{CD} = \frac{1}{3}y\,\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. $\overline{AD}$를 축으로 1회 전시켜서 생긴 회전체의 부피는 $\overline{CD}$를 축으로 1회 회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배 ④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.
(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) × (높이) 이므로
$\overline{AD}$를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

$\overline{CD}$를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2 y$$

$$\therefore\ \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2 y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2 y} = \frac{y}{6x}\ (\text{배})$$

23. 다음 식이 성립하는 $x,\ y$ 에 대하여 $2xy$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{1}{25},\ \frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{1}{27}$$

① 0 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$$\frac{25^{(2x+y)}}{5^{(3x-2y)}} = \frac{5^{(4x+2y)}}{5^{(3x-2y)}} = 5^{4x+2y-(3x-2y)} = 5^{x+4y}$$

$\therefore x+4y=-2 \cdots$ ㉠

$$\frac{3^{(x+y)}}{81^{(x+y)}} = \frac{3^{(x+y)}}{3^{(4x+4y)}} = 3^{-3x-3y}$$

$\therefore -3x-3y=-3,\ x+y=1 \cdots$ ㉡

이제 ㉠과 ㉡을 연립하면 $x=2,\ y=-1$ 이므로

따라서 $2xy=-4$ 이다.

24. 음이 아닌 수 a, b에 대하여 $2^a+2^b \le 1+2^{a+b}$ (단, 등호는 $a=0$ 또는 $b=0$일 때 성립)이 성립한다. $a+b+c=4$일 때, $2^a+2^b+2^c$의 최댓값을 구하여라. (단, $c \ge 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a+2^b+2^c \le 1+2^{a+b}+2^c$ (단, 등호는 $a=0$ 또는 $b=0$일 때 성립)

$2^a+2^b+2^c \le 1+(1+2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a+b=0$ 또는 $c=0$ 일 때 성립)

$2^a+2^b+2^c \le 1+(1+2^4)$

$2^a+2^b+2^c \le 18$

따라서 최댓값은 18 ($a=0$, $b=0$ 또는 $b=0$, $c=0$ 또는 $c=0$, $a=0$ 일 때)

25. 자연수 n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{(-x)^n \times (-x)^{n+1} + x^{2n+1}}{27x^{2n+1}}$$

$$= \frac{(-1)^n(-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27}$$

$(-1)^n(-1)^{n+1}$ 은 n 이 짝수, 홀수일 때 모두 -1 이다. 따라서

$$\frac{(-1)^n(-1)^{n+1} \times x^n x^{n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27}$$

$$= \frac{(-1) \times x^{2n+1}}{27x^{2n+1}} + \frac{1}{27} = -\frac{1}{27} + \frac{1}{27} = 0$$