

1. 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 수를 모두 구하여라. (단, m, n 은 정수이고 $m \neq 0$ 이다.)

㉠ 3.14

㉡ -10

㉢ π

㉣ 0

㉤ 30

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$m \neq 0$, m, n 은 정수일 때, 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 수는 유리수를 말한다. 즉, 이런 꼴로 나타낼 수 없는 수는 유리수가 아니다.

㉠ 유한소수이므로 유리수이다.

㉡ 정수이므로 유리수이다.

㉢ 원주율 π 는 순환하지 않는 무한소수로, 분수로 나타낼 수 없다. 즉, 유리수가 아니다.

㉣ 정수이므로 유리수이다.

㉤ 자연수이므로 유리수이다.

2. 유리수는 유한소수와 (가)로 나누어진다. 다음 중 (가)에 속하는 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\frac{2}{5}$

㉡ -3.141592

㉢ $0.4272727 \dots$

㉣ $\frac{7}{28}$

㉤ $-\frac{5}{6}$

㉥ $-\frac{108}{2 \times 3^2}$

㉦ $\frac{27}{2 \times 3^2 \times 5}$

㉧ $\frac{10}{2 \times 5 \times 7}$

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉤

③ ㉢, ㉤, ㉧

④ ㉣, ㉤, ㉧

⑤ ㉤, ㉥, ㉦

해설

유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.

㉠ 유한소수

㉡ 유한소수

㉢ 순환소수

㉣ 유한소수

㉤ 순환소수

㉥ 유한소수

㉦ 유한소수

㉧ 순환소수

3. 다음 분수 $\frac{5}{27}$ 을 순환소수로 나타내었을 때 순환마디는?

① 5

② 27

③ 15

④ 58

⑤ 185

해설

$5 \div 27 = 0.185185 \dots$, 순환마디 185

4. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것은?

① $0.121212\cdots = 0.\dot{1}\dot{2}$

② $0.405405\cdots = 0.\dot{4}0\dot{5}$

③ $1.234234\cdots = 1.\dot{2}\dot{3}\dot{4}$

④ $1.06666\cdots = 1.0\dot{6}$

⑤ $-2.5555\cdots = -2.\dot{5}$

해설

① $0.\dot{1}\dot{2}$

② $0.\dot{4}0\dot{5}$

③ $1.\dot{2}\dot{3}\dot{4}$

④ $1.0\dot{6}$

⑤ $-2.\dot{5}$

5. $x = 1.222\cdots$ 일 때, $10x - x$ 의 값은?

① 1.1

② 1.2

③ 11

④ 12

⑤ 12.22

해설

10 을 곱하면 $10x = 12.222\cdots$

$x = 1.222\cdots$ 이므로

$10x - x = 11$ 이다.

6. 다음 중 옳은 것은?

① $1.\dot{3} > 1.\dot{3}\dot{2}$

② $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{179}{99}$

③ $0.\dot{5} = 0.\dot{5}\dot{0}$

④ $3.\dot{9} < 4$

⑤ $10.0\dot{4} = \frac{994}{90}$

해설

② $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{179 - 1}{99}$

③ $0.\dot{5} > 0.\dot{5}\dot{0}$

④ $3.\dot{9} = 4$

⑤ $10.0\dot{4} = \frac{1004 - 100}{90} = \frac{904}{90}$

7. $0.\dot{4}\dot{3} - 0.\dot{1}\dot{5}$ 를 계산하면?

① $0.\dot{2}$

② $0.\dot{2}\dot{8}$

③ $0.2\dot{8}$

④ $0.3\dot{8}$

⑤ $0.\dot{2}0\dot{8}$

해설

$$0.\dot{4}\dot{3} - 0.\dot{1}\dot{5} = \frac{43}{99} - \frac{15}{99} = \frac{28}{99} = 0.\dot{2}\dot{8}$$

8. 순환소수 $0.4\dot{6}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 3

② 5

③ 15

④ 40

⑤ 99

해설

$$0.4\dot{6} = \frac{46 - 4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

따라서 A 는 15의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 있는 것은 15이다.

9. $\frac{13}{20}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은?

① 67

② 68

③ 69

④ 70

⑤ 71

해설

$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{10^2}$, $a = 65$, $n = 2$ 이므로 $a+n$ 의 최솟값은 67이다.

10. 다음 두 조건을 모두 만족하는 자연수 a 의 값들의 합을 구하면?

(가) $1 < a < 10$

(나) $\frac{1}{a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수이다.

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

해설

$\frac{1}{a}$ 이 유한소수가 되려면, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.

$1 < a < 10$ 조건을 만족해야 하므로 $a = 2, 4, 5, 8$ 이 된다.

따라서, 자연수 a 의 값들의 합은 19가 된다.

11. 분수 $\frac{1}{2^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. 10 보다 작은 자연수 중 a 의 값으로 적당한 수의 합은?

① 10

② 14

③ 16

④ 19

⑤ 25

해설

무한소수가 되기 위해서는 2, 5 이외의 소인수가 분모에 존재해야 하므로, 3, 6, 7, 9 가 될 수 있다.

$$\therefore 3 + 6 + 7 + 9 = 25$$

12. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

① $0.\dot{9}$

② $2.\dot{1}$

③ $4.\dot{0}\dot{9}$

④ $0.\dot{9}$

⑤ $2.\dot{8}$

해설

$$\textcircled{1} \quad 0.\dot{9} = \frac{9-0}{9} = \frac{9}{9} = 1 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} \quad 2.\dot{1} = \frac{21-2}{9} = \frac{19}{9}$$

$$\textcircled{3} \quad 4.\dot{0}\dot{9} = \frac{409-4}{99} = \frac{405}{99} = \frac{45}{11}$$

$$\textcircled{4} \quad -0.\dot{9} = -\frac{9-0}{9} = -\frac{9}{9} = -1 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} \quad 2.\dot{8} = \frac{28-2}{9} = \frac{26}{9}$$

13. $x = 1.3\bar{2}$ 일 때, $100x - 10x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 119

해설

100을 곱하면 $100x = 132.222\dots$

10을 곱하면 $10x = 13.222\dots$

$100x - 10x = 119$ 이다.

14. 다음은 순환소수를 분수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

$$\begin{aligned} 1.4\overline{59} &= 1 + \text{} \times 0.\overline{001} \\ &= 1 + \text{} \times \frac{1}{999} \\ &= \frac{\text{}}{37} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 459

▷ 정답 : 459

▷ 정답 : 54

해설

$$\begin{aligned} 1.4\overline{59} &= 1 + 459 \times 0.\overline{001} \\ &= 1 + 459 \times \frac{1}{999} \\ &= \frac{54}{37} \end{aligned}$$

15. 부등식 $\frac{3}{10} < x \leq 2.\dot{9}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$2.\dot{9} = \frac{27}{9} = 3$$

$$\frac{3}{10} < x \leq 3$$

$$\therefore x = 1, 2, 3$$

즉, 3개

16. 어떤 수에 $4.\dot{2}$ 를 곱해야 할 것을 잘못 보고 4.2 를 곱하였더니 계산 결과가 정답보다 0.6 이 작게 나왔다. 바른 답은?

① 108

② 112

③ 114

④ 118

⑤ 123

해설

어떤 수 : x

$$4.\dot{2}x - 4.2x = 0.6$$

$$\frac{2}{90}x = \frac{54}{90} \quad \therefore x = 27$$

$$\text{바른 계산 : } 4.\dot{2} \times 27 = 114$$

17. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 이린이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}1$ 이 되었고, 나연이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{4}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{10}{99}$

② $\frac{11}{99}$

③ $\frac{12}{99}$

④ $\frac{13}{99}$

⑤ $\frac{14}{99}$

해설

$$\text{이린 : } 0.\dot{3}1 = \frac{31}{99},$$

$$\text{나연 : } 0.1\dot{4} = \frac{14 - 1}{90} = \frac{13}{90}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{나연이가 본 분자})}{(\text{이린이가 본 분모})} = \frac{13}{99} = A \text{ 이다.}$$

18. $\frac{a}{140}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$ 과 같을 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $90 < a < 100$)

▶ 답:

▷ 정답: 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7이 있으므로 a 는 $7 \times 7 = 49$ 이다.
조건에서 a 가 $90 < a < 100$ 이므로
 $a = 2 \times 7^2 = 98$ 이다.

$$\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10} \text{ 에서 } b = 10$$

$$\therefore a + b = 98 + 10 = 108$$

19. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{1}{6}$ 을 만족하는 x 의 값을 순환소수로 나타내면?

① 0.83

② $0.8\dot{3}$

③ $0.8\dot{3}$

④ 0.88

⑤ 0.88

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} \\ &= -x + 1 \end{aligned}$$

이므로 주어진 방정식은 $-x + 1 = \frac{1}{6}$ 이다.

따라서 $x = \frac{5}{6} = 0.83333\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $0.8\dot{3}$ 이다.

20. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라고 한다. x_{103} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{6}{7} = 0.85714\dot{2} \text{ 이다.}$$

$$103 = 6 \times 17 + 1 \text{ 이므로 } x_{103} = 8$$

21. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

① 15

② 16

③ 18

④ 21

⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

22. [A는 모두 B이다.]라는 문장이 있다. 이 문장의 A와 B에 아래에서 각각 알맞은 단어를 골라 넣어 참이 되게 하려고 한다. 참이 되는 경우는 모두 몇 가지인가? (단 A와 B에는 서로 같은 단어가 들어갈 수 없다.)

A	B
	소수
유리수	유한소수
정수가 아닌 유리수	무한소수
	유리수
	정수가 아닌 유리수

▶ 답:

▶ 정답: 2가지

해설

참이 되는 경우는

A : 유리수 → 참이 되는 B는 없다.

A : 정수가 아닌 유리수 → B : 소수, 유리수

23. 자연수 n 에 대하여 $\frac{n}{42}$ 을 유한소수로 나타낼 수 없을 때, 이 중 100번째로 작은 수를 기약분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{52}{21}$

해설

$\frac{n}{42} = \frac{n}{2 \times 3 \times 7}$ 이므로 분모가 42 이고, 분자가 자연수인 분수

중에서 유한소수가 아닌 수는 분자가 21의 배수가 아닌 수이다.

1에서 104까지의 자연수 중 21의 배수는 4개 이므로 21의 배수가 아닌 수는 $104 - 4 = 100$ (개)

즉, 분자가 104인 분수가 100번째 유한소수가 아닌 수이므로

$\frac{104}{42} = \frac{52}{21}$ 이다.

24. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b, c, d 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b} = 0.cd\dot{}$ 일 때, a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라. (단, $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 6$

▷ 정답 : $c = 8$

▷ 정답 : $d = 3$

해설

$0.cd\dot{}$ 를 분수로 고치면 분모가 90 이므로 b 는 90 의 약수 중 한 자리인 2, 3, 5, 6, 9 이다.

그런데 $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니므로 2, 5 는 만족하지 않는다.

또한 분모가 3, 9 이면 $0.x\dot{}$ 의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.

$\therefore b = 6$

$\frac{a}{b} = 0.cd\dot{} < 1$ 이므로 $a < b$

$b = 6$ 일 때, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 이고, a 와 b 는 서로소이어야 하므로 $a = 1, 5$ 이다.

$a = 1$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.cd\dot{}$ 에서 $a = c, b = d$ 이므로 성립하지 않는다.

$a = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.cd\dot{}$ 에서 a, b, c, d 는 모두 다른 수이므로 성립한다.

따라서 $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$ 이다.

25. 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$ 와 분수 $\frac{6}{5}$ 의 곱은 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$ 이고, 두 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$ 와 $0.\dot{b}\dot{a}$ 의 합은 1이다. 이때, $0.\dot{b}\dot{a} - 0.\dot{a}\dot{b}$ 의 값을 순환소수로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $0.\dot{0}\dot{9}$

해설

$$0.\dot{a}\dot{b} \times \frac{6}{5} = 0.\dot{b}\dot{a}, \quad \frac{10a+b}{99} \times \frac{6}{5} = \frac{10b+a}{99}$$

$$6(10a+b) = 5(10b+a), \quad 5a = 4b \cdots \textcircled{1}$$

$$0.\dot{a}\dot{b} + 0.\dot{b}\dot{a} = 1, \quad \frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99} = 1$$

$$a+b = 9 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = 4, b = 5$$

$$\therefore 0.\dot{b}\dot{a} - 0.\dot{a}\dot{b} = 0.\dot{5}\dot{4} - 0.\dot{4}\dot{5} = 0.\dot{0}\dot{9}$$