1. 모서리의 수가 30 개인 각뿔이 있다. 이 입체도형의 옆면의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 15 개

해설

n 각뿔의 모서리의 개수는 $2n$ 개이므로 $2n = 30$, $n = 15$ 이다.
따라서 십오각뿔의 옆면의 개수는 15 개이다.

2. 다음 중 다면체와 그 꼭짓점의 개수가 바르게 짝지어진 것은?

① 육각기둥 : 6 개
② 사각뿔 : 8 개
③ 오각뿔대 : 15 개
④ 칠각뿔대 : 7 개
⑤ 사각기둥 : 8 개

해설
① $2 \times 6 = 12$(개)
② $4 + 1 = 5$(개)
③ $2 \times 5 = 10$(개)
④ $2 \times 7 = 14$(개)
⑤ $2 \times 4 = 8$(개)
따라서 바르게 짝지어진 것은 ⑤이다.

3. 삼각뿔대의 옆면의 모양은?

① 삼각형 ② 삼각형 ③ 평행사변형
④ 사다리꼴 ⑤ 정사각형

해설

각뿔대의 옆면의 모양은 사다리꼴이다.

4. 다음 중 각뿔대에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 두 밑면은 합동이다.

② 옆면은 이등변삼각형이다.

③ 마주보는 옆면끼리 평행하다.

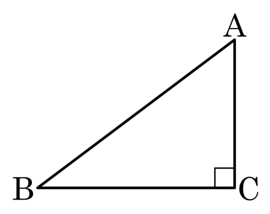
④ 사각뿔대는 사각뿔보다 면의 개수가 1 개 더 많다.

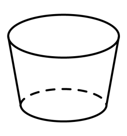
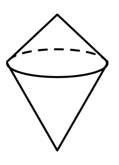
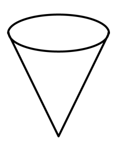
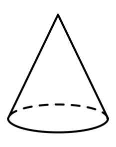
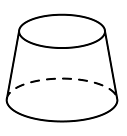
⑤ 육각뿔대는 칠면체이다.

해설

① 두 밑면은 서로 닮음이다
③ 옆면은 사다리꼴이다.
③ 두 밑면은 평행하다.
⑤ 육각뿔대는 팔면체이다.

5. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 를 변 AB 를 지나는 직선을 축으로 하여 회전시켰을 때 생기는 입체도형은?

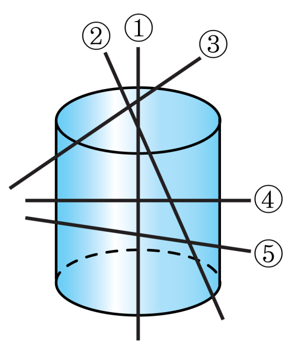


① 
② 
③ 
④ 
⑤ 

해설

변 AB 를 축으로 하여 회전했을 때 생기는 도형은 ②이다.

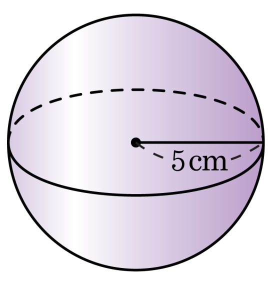
6. 원기둥을 다음과 같이 잘랐을 때, 생기는 단면의 모양으로 알맞지 않은 것은?



① 직사각형　　② 이등변삼각형　　③ 반원모양
④ 원　　⑤ 타원

해설
이등변삼각형 모양의 단면은 나오지 않는다.

7. 반지름의 길이가 5cm 인 구를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이는?

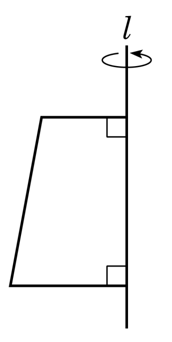


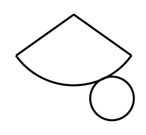
① πcm^2 ② $4\pi\text{cm}^2$ ③ $9\pi\text{cm}^2$
④ $16\pi\text{cm}^2$ ⑤ $25\pi\text{cm}^2$

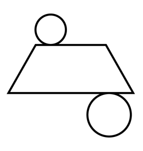
해설

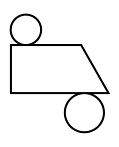
구를 회전축을 포함하는 평면으로 자르면 반지름이 5cm 인 원의 모양이므로 단면의 넓이는 $\pi r^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

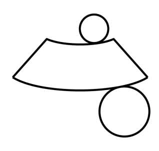
8. 다음 그림과 같은 사다리꼴을 직선 l 을 축으로 하여 한 바퀴 회전시킬 때 생기는 입체도형의 전개도는?

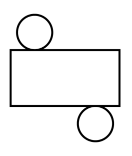


①


②


③


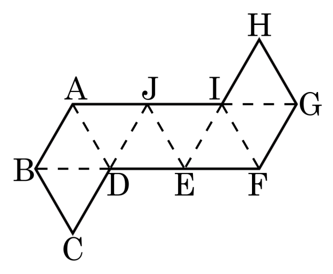
④


⑤


해설

주어진 사다리꼴을 직선 l 을 축으로 하여 회전시킨 입체도형은 원뿔대이다.

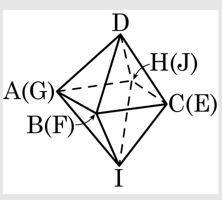
9. 다음 그림과 같은 전개도로 만들어지는 입체도형에서 꼭짓점 A 와 겹치는 꼭짓점은?



① 점 H ② 점 G ③ 점 F ④ 점 C ⑤ 점 B

해설

주어진 전개도로 입체도형을 만들면,



정팔면체가 만들어진다.

점 A = 점 G , 점 B = 점 F

점 C = 점 E , 점 H = 점 J

10. 다음 조건을 모두 만족하는 회전체의 이름을 말하여라.

ㄱ. 밑면은 하나이고, 원이다. ㄴ. 직각삼각형의 빗변을 제외한 변을 회전축으로 하여 1 회전시킨 회전체이다.

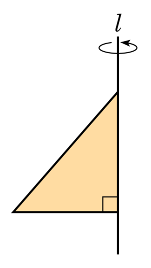
▶ 답 :

▷ 정답 : 원뿔

해설

주어진 조건을 모두 만족하는 회전체는 원뿔이다.

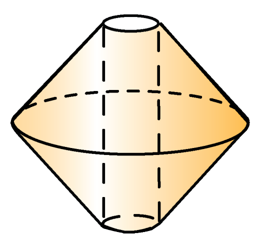
11. 다음 그림과 같이 직각삼각형을 직선 l 을 축으로 회전시켜 생기는 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 어떤 도형인가?



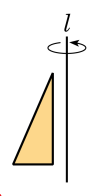
① 원　② 직각삼각형　③ 사다리꼴
④ 이등변삼각형　⑤ 정이십면체

해설
직선 l 을 축으로 회전시켜 생기는 회전체는 원뿔이다.

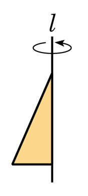
12. 다음 입체도형은 어떤 도형을 회전시킨 것인가?



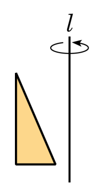
①



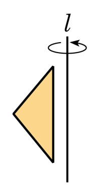
②



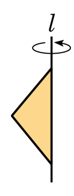
③



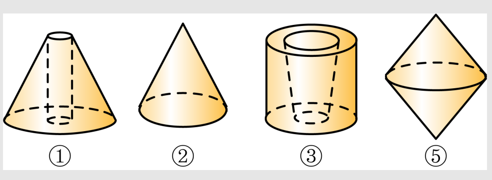
④



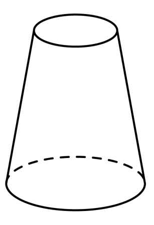
⑤

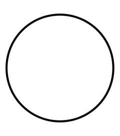


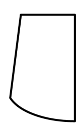
해설

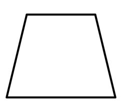


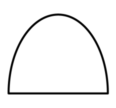
13. 다음 그림과 같이 원뿔대를 평면으로 잘랐을 때, 다음 중 그 단면의 모양으로 나올 수 없는 것은?

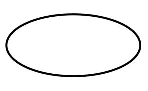


① 

② 

③ 

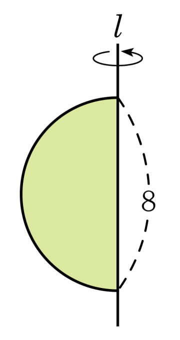
④ 

⑤ 

해설

다른 모양은 나오지만 ②와 같은 단면은 나올 수 없다.

14. 다음 그림과 같이 지름이 8 인 반원을 직선 l 을 축으로 하여 회전시켰을 때, 생기는 입체도형을 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 넓이는?

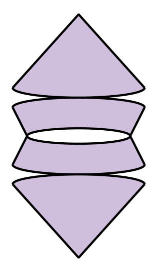


① 4π ② 8π ③ 16π ④ 24π ⑤ 64π

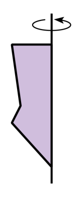
해설

회전축을 포함하는 평면으로 자르면 반지름의 길이가 4 인 원 모양이므로 단면의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi$ 이다.

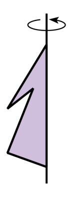
15. 다음 그림은 어느 회전체의 전개도이다. 다음 중 어느 평면도형을 회전시켜서 얻어진 것인가?



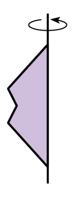
①



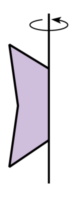
②



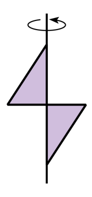
③



④

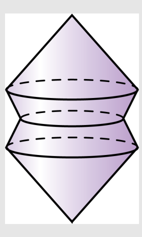


⑤



해설

주어진 전개도로 입체도형을 만들면 다음과 같으므로 삼각형과 사다리꼴이 2 개씩 합쳐진 ③ 번을 회전시킨 것이다.



16. 구에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

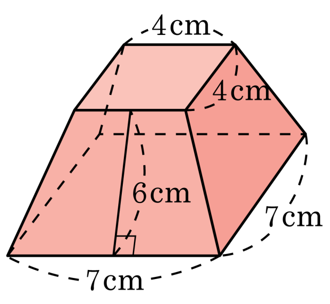
㉠ 전개도를 그릴 수 있다. ㉡ 평면으로 자른 단면은 모두 원이다. ㉢ 회전축은 단 하나뿐이다. ㉣ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 항상 직사각형이다. ㉤ 구의 단면이 가장 큰 경우는 구의 중심을 지나도록 잘랐을 때이다

① ㉠,㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉢　④ ㉡, ㉣　⑤ ㉡, ㉤

해설

㉠ 전개도를 그릴 수 없다.
㉢ 회전축은 무수히 많다.
㉣ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 항상 원이다. 따라서 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

17. 다음 사각뿔대의 겉넓이는?



① 98cm^2　② 104cm^2　③ 197cm^2　④ 221cm^2　⑤ 232cm^2

해설

사각뿔대의 옆면은 사다리꼴이므로, 사각뿔대의 겉넓이는 두 밑면과 네 개의 옆면의 넓이이다.

$\therefore$ (겉넓이) $= (4\times4)+(7\times7)+4\times\left\{\frac{1}{2}\times(4+7)\times6\right\} = 197(\text{cm}^2)$

18. 정육면체에서 각 모서리를 삼등분한 점을 이어서 만들어지는 삼각뿔을 각 꼭짓점에서 잘라내었다. 이 때 남은 입체도형의 대각선의 개수를 구하여라.(단, 입체도형의 대각선은 두 꼭짓점을 잇는 선분 중에서 입체도형의 면 위에 있지 않은 선분이다.)

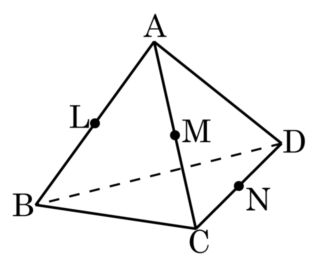
▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 120 개

해설

정육면체에서 각 모서리를 삼등분한 점을 이어서 만들어지는 삼각뿔을 각 꼭짓점에서 잘라내고 남은 입체도형은 팔각형 6 개, 정삼각형 8 개로 이루어진 십사면체이다. 이 십사면체의 꼭짓점의 개수는 24 개이다. 이 십사면체의 한 꼭짓점에 모이는 면은 팔각형 2 개와 정삼각형 1 개로 총 3 개이고, 한 꼭짓점에서 다른 꼭짓점으로 선분을 연결할 때 면에 포함되는 경우는 13 개이다. 또한 자기 자신에는 선분을 연결할 수 없으므로 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $24-(13+1)=10$ 개다. 따라서 구하고자 하는 대각선의 개수는 $\frac{24\times10}{2}=120$ (개) 이다.

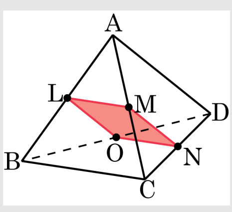
19. 다음 그림과 같이 정사면체의 모서리 AB , AC , CD 의 중점을 각각 L , M , N 이라 하자. 세 점 L , M , N 을 지나는 평면으로 자를 때 단면의 둘레의 길이를 구하여라. (단, $\overline{\mathrm{LM}} = 3$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설



세 점 L, M, N 을 지나는 평면은 모서리 BD 의 중점을 지나는 평면이다.
모서리BD 의 중점을 O 라고 할 때,
$\overline{\mathrm{LM}} = \overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{NO}} = \overline{\mathrm{LO}}$ 이고,
$\overline{\mathrm{LN}} = \overline{\mathrm{MO}}$ 이다.
즉, □LMNO 는 네 변의 길이가 같고, 대각선의 길이도 같으므로 정사각형이다.
따라서, 한 변의 길이가 3 인 정사각형이므로 둘레는 12 이다.

20. 다음 중 옳지 않은 것은?

㉠ 삼각뿔대	㉡ 구	㉢ 사각기둥
㉣ 원뿔	㉤ 원뿔대	㉥ 정육면체
㉦ 오각뿔	㉧ 정사면체	㉨ 원기둥

① 다면체는 ㉠, ㉢, ㉥, ㉦, ㉧ 이다.

② 회전체는 ㉡, ㉣, ㉤, ㉨ 이다.

③ 옆면의 모양이 삼각형인 입체도형은 ㉦, ㉧이다.

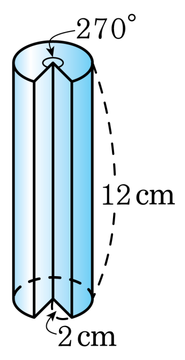
④ 두 밑면이 평행한 입체도형은 ㉠, ㉢, ㉤, ㉥, ㉨이다.

⑤ 각 면이 모두 합동이고, 각 꼭짓점에 모인 모서리의 개수가 같은 다면체는 ㉠, ㉥, ㉧이다.

해설

⑤ 정다면체인 것은 ㉥, ㉧이다.

21. 다음 그림은 원기둥의 일부분을 잘라낸 입체도형이다. 이 입체도형의 부피는?

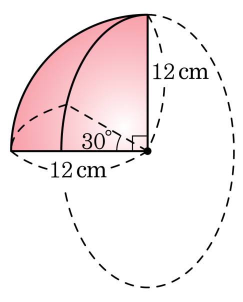


① $24\pi\mathrm{cm}^3$ ② $36\pi\mathrm{cm}^3$ ③ $44\pi\mathrm{cm}^3$
④ $48\pi\mathrm{cm}^3$ ⑤ $50\pi\mathrm{cm}^3$

해설

$\pi \times 2^2 \times \frac{270}{360} \times 12 = 36\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

22. 다음 그림은 반지름의 길이가 12 cm 인 구의 일부분이다. 이 입체도형의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm^3

▷ 정답 : $96\pi\,\text{cm}^3$

해설

$$\frac{1}{24} \times \left(\frac{4}{3}\pi \times 12^3\right) = 96\pi(\text{cm}^3)$$

23. 삼각형과 팔각형으로 이루어진 14 면체가 있다. 이 다면체의 한 꼭짓점에서 1 개의 삼각형과 n 개의 육각형이 만난다고 할 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

14 면체의 꼭짓점의 개수를 v , 모서리의 개수를 e , 면의 개수를 f 라 하면 오일러의 공식 $v-e+f=2$ 에서

$v-e+14=2 \therefore e=v+12\cdots$ ㉠

이때, 다면체에서 삼각형의 모서리의 개수는 v , 팔각형의 모서리의 개수는 nv 이고

모서리가 2 개씩 서로 중복되므로

$e=\frac{v+nv}{2}=\frac{v}{2}(1+n)\cdots$ ㉡

㉠ 을 ㉡ 에 대입하면, $v(n-1)=24\cdots$ ㉢

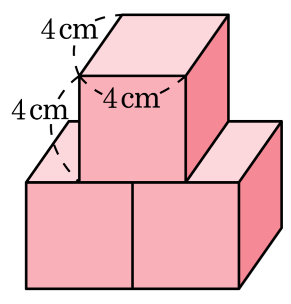
한편 삼각형의 개수는 $\frac{v}{3}$, 팔각형의 개수는 $\frac{nv}{8}$ 이므로

$\frac{v}{3}+\frac{nv}{8}=14$, $v=\frac{336}{3n+8}\cdots$ ㉣

㉣ 을 ㉢ 에 대입하여 풀면 $\frac{336}{3n+8}(n-1)=24$

$\therefore n=2$

24. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 4cm 인 정육면체 3 개를 겹쳐 만든 입체도형이다. 이 입체도형의 겉넓이를 구하여라.

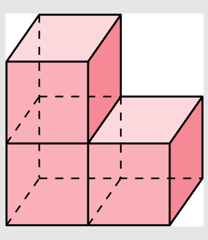


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 224 cm^2

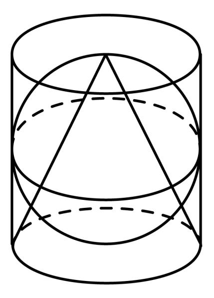
해설

맨 위의 정육면체를 한 쪽으로 옮겨서 생각하면 한 변의 길이가 4cm 인 정사각형 14 개로 둘러싸여 있다.



$\therefore$ (겉넓이) $= 4 \times 4 \times 14 = 224(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같이 원기둥에 내접하는 원뿔, 구가 있다. 원기둥의 부피가 $300\pi\text{cm}^3$ 라고 할 때, 구와 원뿔의 부피를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad}\ \text{cm}^3$

▶ 답 : $\underline{\qquad}\ \text{cm}^3$

▷ 정답 : $200\pi\ \text{cm}^3$

▷ 정답 : $100\pi\ \text{cm}^3$

해설

원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면 원기둥의 높이는 $2r\text{cm}$ 이므로 각각의 부피는 다음과 같다.

-원기둥의 부피 : $\pi \times r^2 \times 2r = 2\pi r^3$

-구의 부피 : $\frac{4}{3}\pi r^3$

-원뿔의 부피 : $\frac{1}{3}\pi \times r^2 \times 2r = \frac{2}{3}\pi r^3$

따라서 부피를 간단히 정리하면

$2\pi r^3 : \frac{4}{3}\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3 = 2 : \frac{4}{3} : \frac{2}{3} = 3 : 2 : 1$

즉, (원기둥의 부피) : (구의 부피) : (원뿔의 부피) $= 3 : 2 : 1$ 이다.

$\therefore$ (구의 부피) $= 200\pi(\text{cm}^3)$, (원뿔의 부피) $= 100\pi(\text{cm}^3)$