

1. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

2. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$$

① 4 개

② 6 개

③ 8 개

④ 9 개

⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

3. 다음 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 40} \\ \square \overline{) \quad 8 \quad 20} \\ \square \overline{) \quad \square \quad 10} \\ \quad 2 \quad \square \end{array}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 40} \\ 2 \overline{) \quad 8 \quad 20} \\ 2 \overline{) \quad 4 \quad 10} \\ \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80$

4. 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

두 수 3, 4의 공배수는 의 배수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

3 과 4 의 공배수는 3 과 4 최소공배수인 12 의 배수와 같다.

5. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는
 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

6. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

① 오전 9 시 30 분

② 오전 10 시

③ 오전 10 시 30 분

④ 오후 9 시

⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10, 15, 18 의 최소공배수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 10 \quad 15 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \quad 2 \quad 3 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \quad 1 \quad 3 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

7. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

① 4 바퀴

② 5 바퀴

③ 6 바퀴

④ 7 바퀴

⑤ 8 바퀴

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2, 48 = 2^4 \times 3 \text{ 의}$$

최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$$\therefore A \text{ 가 돈 회수는 } \frac{144}{36} = 4(\text{바퀴}) \text{ 이다.}$$

8. 세 자연수 3, 4, 5 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 모두 2인 자연수 중에서 가장 작은 세 자리 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 122

해설

구하는 수는 $(3, 4, 5 \text{의 공배수}) + 2$

3, 4, 5의 최소공배수는 60이고 60의 배수는
60, 120, 180, ... 이다.

따라서 가장 작은 세 자리의 수는
 $120 + 2 = 122$ 이다.

9. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로, } a = 1, b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

10. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

① 7개

② 8개

③ 9개

④ 10개

⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$ 이므로

(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$

$2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는

$2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로

$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

11. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 5^2$, $2 \times 3^4 \times 7$ 의 최소공배수를 구하면, $2^A \times 3^B \times 5^C \times 7^D$ 이다.

$A + B + C + D$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 와 $2 \times 3^4 \times 7$ 의 최소공배수는

$2^2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 이므로

$A = 2$, $B = 4$, $C = 2$, $D = 1$ 이고,

$A + B + C + D = 9$ 이다.

12. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

13. 자연수 n 에 대하여 $n + 3$ 은 5 의 배수이고 $n + 5$ 는 3 의 배수일 때, $n + 8$ 을 15 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n + 3$ 은 5 의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n + 5$ 는 3 의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n + 8 \text{ 을 } 15 \text{ 로 나눈 나머지}) = 0$

14. 가로 길이 15, 세로 길이 21, 높이 6인 상자를 x cm인 정육면체로 채우려고 한다. 이 때, 가장 큰 정육면체로 상자를 채우려면 몇 개의 정육면체가 필요한가?

① 40개

② 50개

③ 60개

④ 70개

⑤ 80개

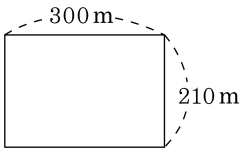
해설

15, 21, 6의 최대공약수를 구하면 3이다.

따라서 필요한 벽돌의 개수는

$$(15 \div 3) \times (21 \div 3) \times (6 \div 3) = 70(\text{개}) \text{이다.}$$

15. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 300m, 세로의 길이가 210m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루

② 34 그루

③ 36 그루

④ 38 그루

⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 30m 라 할 때,

가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$

세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는

$(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

16. 두 수의 곱이 504 이고 최소공배수가 168 일 때, 이 두 자연수의 최대 공약수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

$$504 = (\text{최대공약수}) \times 168$$

최대공약수는 3 이다.

17. 두 분수 $\frac{81}{n}$, $\frac{72}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

n 은 81, 72 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
81 와 72 의 최대공약수는 9 이다.

9 의 약수는 1, 3, 9 이다.

따라서 13 이다.

18. 두 수 $2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$, 60 의 공약수들의 합은?

①

28

② 35

③ 48

④ 51

⑤ 64

해설

$2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$ 과 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 따라서 두 수의 공약수는 $2^2 \times 3$ 의 약수이다.

주어진 두 수의 공약수의 합은 $1 + 2 + 3 + 2^2 + 2 \times 3 + 2^2 \times 3 = 28$

19. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

- ① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권
- ③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권
- ④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대공약수이므로
231

볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)

지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$

연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$

공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

20. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

21. 가로와 세로의 길이, 높이가 각각 4cm, 12cm, 8cm인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개 있다. 이것을 빈틈없이 쌓아서 될 수 있는 대로 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

① 24 개

② 36 개

③ 48 개

④ 60 개

⑤ 72 개

해설

4, 12, 8의 최소공배수는 24이므로
(필요한 나무토막의 개수)

$$= (24 \div 4) \times (24 \div 12) \times (24 \div 8)$$

$$= 6 \times 2 \times 3 = 36(\text{개})$$

22. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A + B$ 를 계산하여라.

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.

분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.

$A = 18$, $B = 5$ 이므로

$A + B = 23$ 이다.

23. 1188 의 약수 중에서 11 과 서로소인 약수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 280

해설

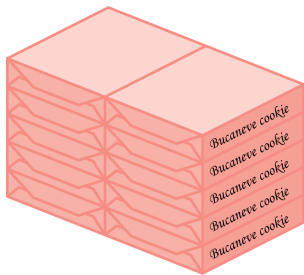
$$1188 = 11 \times 108 = 11 \times 4 \times 27 = 2^2 \times 3^3 \times 11$$

11 과 서로소인 약수는 1188 의 약수 중 인수가 2 와 3 으로 이루어진 수이다.

→ 즉, $2^2 \times 3^3$ 의 약수이다.

$$\therefore (11 \text{ 과 서로소인 약수들의 총합}) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 + 27 + 36 + 54 + 108 = 280$$

24. 과자 상자 105 개를 진열대 위에 직육면체 모양으로 최대한 높게 쌓으려고 한다. 맨 아래줄에 상자를 가로와 세로로 각각 몇 개씩 놓으면 정확하게 직육면체 모양으로 쌓을 수 있는지 구하여라. (단, 가로, 세로, 높이에 과자 상자를 2개 이상 놓는다.)



▶ 답 : 개

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

▷ 정답 : 5 개

해설

가로, 세로, 높이에 105의 약수개만큼 놓으면 상자를 직육면체 모양으로 쌓을 수 있다.

$105 = 3 \times 5 \times 7$ 에서 최대한 높게 쌓으려고 하므로 높이를 7개로 쌓으면 가로와 세로에는 3개, 5개 또는 5개, 3개만큼 놓을 수 있다.

25. $(x-1) : y = 3 : 4$ 일 때, x, y 의 최소공배수가 56 이다. x, y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1) : y = 3 : 4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

x, y 의 최소공배수가 $56 = 2^3 \times 7$

위 두 조건을 만족시키는 x, y 의 값은 $x = 7, y = 8$ 이다.

$$\therefore (x, y \text{ 의 최대공약수}) = 1$$