

1.  $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가  $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3$

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -2, b = -1$$

2. 실수  $x$ 에 대하여,  $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$  이 성립할 때,  $|x+1| + |x-2|$ 의 값을 구하면? (단,  $(x+1)(x-2) \neq 0$ )

①  $2x-1$

②  $-2x+1$

③ 3

④  $-3$

⑤  $x+1$

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 을 만족하려면,}$$

$a < 0, b \geq 0$  이다.

따라서  $x+1 \geq 0, x-2 < 0, -1 \leq x < 2, x \neq -1, x \neq 2$

$$\therefore -1 < x < 2$$

$$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1 - x+2 = 3$$

3.  $x$ 에 대한 이차식  $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때,  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

4.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을  $(x-1)^2$ 을 나누었을 때 나머지가  $2x + 1$ 이 되도록 상수  $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로  
 $x^3 + ax^2 + bx + 3$   
 $= (x-1)^2(x+k) + 2x + 1$   
 $= x^3 + (k-2)x^2 + (3-2k)x + k + 1$   
양변의 계수를 비교하면  
 $a = k - 2, b = 3 - 2k, 3 = k + 1$   
 $k = 2$ 이므로  $a = 0, b = -1$   
 $\therefore a - b = 0 - (-1) = 1$

5. 다항식  $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가  $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때,  $a - b$ 의 값은?

①  $-4$       ②  $-2$       ③  $2$       ④  $3$       ⑤  $5$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 + ax^2 + x + b \\ &= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\ &= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\ \therefore & a = c - 2, 1 = 2 - c, b = c \\ & c = 1 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \\ \therefore & a - b = -2 \end{aligned}$$

6.  $x$ 에 관한 항등식  $(x^2+x+1)^5 = a_{10}(x+1)^{10} + a_9(x+1)^9 + \cdots + a_1(x+1) + a_0$ 에서  $a_0 + a_1 + \cdots + a_9 + a_{10}$ 의 값은?

① 0      ② 1      ③ 16      ④ 32      ⑤ 64

해설

주어진 식에  $x = 0$ 을 대입하면

$$(0 + 0 + 1)^5 = a_{10} + a_9 + \cdots + a_1 + a_0$$

$$\therefore a_0 + a_1 + \cdots + a_9 + a_{10} = 1$$

7.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x + 1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x - 2$ 로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때,  $m + n$ 의 값은?

- ①  $-\frac{19}{3}$       ②  $-\frac{25}{6}$       ③  $-\frac{29}{6}$       ④  $-\frac{14}{3}$       ⑤  $-\frac{7}{2}$

해설

$$f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$$

$$f(x) = (x + 1)Q_1(x) + 5 \text{ 으로 놓으면 } f(-1) = 5$$

$$f(x) = (x - 2)Q'(x) \text{ 으로 놓으면 } f(2) = 0$$

$$\text{따라서, } f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } m = \frac{1}{6}, \quad n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m + n = -\frac{28}{6} = -\frac{14}{3}$$

8.  $x^3$ 의 계수가 1인 삼차다항식  $f(x)$ 를  $x-1, x-2, x-3$ 으로 나누는 나머지가 각각 2, 4, 6일 때,  $f(x)$ 를  $x-4$ 로 나누는 나머지를 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 11

⑤ 14

해설

$$f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 6$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$$

$$a + b + c = 2, 4a + 2b + c = 4, 9a + 3b + c = 6$$

$$a = 0, b = 2, c = 0$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + 2x$$

$$f(4) = 3 \times 2 \times 1 + 8 = 14$$

9. 다항식  $f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눈 나머지가  $-3$ 이고,  $x-3$ 으로 나눈 나머지가  $5$ 이다.  $f(x)$ 를  $(x+1)(x-3)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $2x-1$

해설

$$f(-1) = -3, f(3) = 5$$

$$f(x) = (x+1)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = -3, 3a + b = 5$$

$$a = 2, b = -1$$

$$\therefore ax + b = 2x - 1$$

10.  $x$  에 대한 다항식  $f(x)$  를  $x+1, x+2$  로 나누었을 때의 나머지가 각각 4,  $-18$  이라고 한다.  $f(x)$  를  $(x+1)(x+2)$  로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

①  $x+4$

②  $x-4$

③  $22x+26$

④  $22x-26$

⑤  $x-18$

해설

$$f(-1) = 4, f(-2) = -18$$

$$f(x) = (x+1)(x+2)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = 4, -2a + b = -18$$

$$\therefore a = 22, b = 26$$

11. 다항식  $f(x)$ 를 일차식  $ax + b(a \neq 0)$ 으로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라 할 때,  $xf(x)$ 를  $ax + b$ 로 나눈 나머지를 구하면?

- ①  $R$       ②  $aR$       ③  $bR$       ④  $-\frac{b}{a}R$       ⑤  $\frac{R}{a}$

해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R \quad \therefore R = f\left(-\frac{b}{a}\right)$$

$g(x) = xf(x)$ 를  $ax + b$ 로 나눈 나머지는

$$g\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}R$$

12.  $(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$ 의 인수를 구하면?

①  $x - 2y + 3$

②  $x - 2y - 3$

③  $x + 2y - 3$

④  $x + 3y - 7$

⑤  $x - 3y + 7$

해설

$x+1=a$ ,  $y+2=b$  라 하면

$$(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$$

$$= a^2 + ab - 6b^2$$

$$= (a-2b)(a+3b)$$

$$= \{(x+1) - 2(y+2)\}\{(x+1) + 3(y+2)\}$$

$$= (x+1-2y-4)(x+1+3y+6)$$

$$= (x-2y-3)(x+3y+7)$$

13.  $\frac{2010^3 - 1}{2010 \times 2011 + 1}$  의 값을 구하면?

① 2007

② 2008

③ 2009

④ 20010

⑤ 2011

해설

$a = 2010$  로 놓으면,

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} \\&= \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} = a - 1 \\&= 2009\end{aligned}$$

14. 이차항의 계수가 1인 두 이차식의 최대공약수가  $x-2$ , 최소공배수가  $x^3-7x+6$ 일 때, 두 이차식의 합은?

- ①  $2x^2-2x-4$       ②  $2x^2-7x+4$       ③  $2x^2+3x+6$   
④  $2x^2-5x-4$       ⑤  $2x^2+6x+4$

해설

두 이차식을  $A, B$ 라 하고

$A = (x-2)a, B = (x-2)b$ 라 하자.

$L = x^3 - 7x + 6 = (x-2)(x+3)(x-1)$  이므로

$A = (x-2)(x+3), B = (x-2)(x-1)$ 로 볼 수 있다.

$\therefore A + B = 2x^2 - 2x - 4$

15. 복소수  $(1 - xi)(1 - i)$ 가 순허수가 되도록 실수  $x$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 1$

해설

$(1 - xi)(1 - i) = (1 - x) + (-1 - x)i$   
순허수이려면 실수부가  $0 \Rightarrow 1 - x = 0,$   
 $x = 1$

16. 복소수  $z$  와 그 켤레복소수  $\bar{z}$  에 대하여  $z - \bar{z} = 2i$  ,  $\frac{\bar{z}}{z} = -i$  가 성립할 때,  $z \cdot \bar{z}$  의 값은?

① 1      ② 2      ③ 5      ④ 8      ⑤ 13

해설

$z = a + bi$  ( $a, b$  는 실수) 로 놓으면  $\bar{z} = a - bi$   
 $z - \bar{z} = 2i$  에서  $a + bi - (a - bi) = 2i$  ,  $2bi = 2i$   
 $\therefore b = 1$   
 $\frac{\bar{z}}{z} = -i$  에서  $\frac{a-i}{a+i} = -i$   
 $\frac{(a-i)^2}{a^2+1} = -i$  ,  $\frac{a^2-1-2ai}{a^2+1} = -i$   
복소수가 서로 같을 조건에 의하여  
(i) 실수부분이 0이어야 하므로  
 $\frac{a^2-1}{a^2+1} = 0$  ,  $a^2-1 = 0$   
 $\therefore a = \pm 1$       ... ㉠  
(ii) 허수부분이 -1이어야 하므로  
 $\frac{-2a}{a^2+1} = -1$  ,  $a^2+1 = 2a$   
 $a^2-2a+1 = 0$  ,  $(a-1)^2 = 0$   
 $\therefore a = 1$       ... ㉡  
따라서 ㉠, ㉡에 의하여  $a = 1$   
 $\therefore z \cdot \bar{z} = (1+i)(1-i) = 1+1 = 2$

17.  $z$ 를 입력시키면  $zi$ 가 출력되는 컴퓨터 프로그램이 있다. 어떤 수를 이 프로그램에 입력시켜 나온 결과를 다시 프로그램에 입력시키는 과정을 100번 반복하니  $2^{100}$ 이 나왔다. 처음에 입력된 수는 무엇인가?  
(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

①  $1+i$       ②  $1-i$       ③  $2i$       ④  $2$       ⑤  $2^{100}$

해설

$$\begin{aligned} z &\rightarrow zi \rightarrow zi^2 \rightarrow zi^3 \rightarrow \dots \rightarrow zi^{100} \\ \therefore zi^{100} &= 2^{100} \\ \therefore z &= 2^{100} \end{aligned}$$

18.  $f(x) = x^{2008} + x^{2010}$  일 때,  $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$  의 값을 구하면?

- ①  $1+i$       ②  $1-i$       ③ 0      ④ 2      ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}\frac{1-i}{1+i} &= \frac{2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \\ f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) &= f(-i) = (-i)^{2008} + (-i)^{2010} \\ &= ((-i)^4)^{502} + ((-i)^4)^{502} \cdot (-i)^2 \\ &= 1 + (-1) \\ &= 0\end{aligned}$$

19.  $\alpha = 1+i$  일 때,  $\overline{\left(\frac{1-\alpha}{a\bar{a}+1}\right)}$  의 값은? (단,  $\bar{\alpha}$  는  $\alpha$  의 켤레복소수이다.)

①  $\frac{i}{3}$

②  $i$

③  $-i$

④  $1+i$

⑤  $1-i$

해설

$\alpha = 1+i$ ,  $\bar{\alpha} = 1-i$  를 대입하면

$$\overline{\left(\frac{1-\alpha}{a\bar{a}+1}\right)} = \overline{\left\{\frac{1-(1+i)}{(1+i)(1-i)+1}\right\}} = \overline{\left(\frac{-i}{3}\right)} = \frac{i}{3}$$

20. 두 복소수  $\alpha = a - 2i$ ,  $\beta = 5 + bi$ 에 대하여  $\alpha + \bar{\beta} = 3 - 2i$ 를 만족하는 실수  $a, b$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a + b = -6$

해설

$$\alpha + \bar{\beta} = 3 - 2i$$

$$(a - 2i) + (5 - bi) = 3 + 2i$$

$$(a + 5) - (2 + b)i = 3 + 2i$$

$$\therefore a = -2, b = -4$$

$$\therefore a + b = -6$$

21.  $z = \frac{-2}{1 + \sqrt{3}i}$  일 때,  $z^4 - \bar{z}$  의 값을 구하면?(단,  $i = \sqrt{-1}$  )

①  $\sqrt{3}i$

②  $-\sqrt{3}i$

③  $2\sqrt{3}i$

④  $-2\sqrt{3}i$

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} z &= \frac{-2}{1 + \sqrt{3}i} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{(1 + \sqrt{3}i)(1 - \sqrt{3}i)} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{1 - (\sqrt{3}i)^2} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{1 - (-3)} \\ &= \frac{-2(1 - \sqrt{3}i)}{4} \\ &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \end{aligned}$$

$\therefore 2z + 1 = \sqrt{3}i \dots ①$

①의 양변을 제곱하여 정리하면

$$4z^2 + 4z + 1 = -3 \Leftrightarrow z^2 + z + 1 = 0 \dots ②$$

②의 양변에  $z - 1$  을 곱해주면

$$(z - 1)(z^2 + z + 1) = 0 \Leftrightarrow z^3 = 1$$

$\therefore z^3 = 1$  이므로  $z^4 = z$

$\therefore z^4 - \bar{z} = z - \bar{z}$

$$\begin{aligned} &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} - \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \\ &= \sqrt{3}i \end{aligned}$$

22.  $|x+1|+|x-2|=x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i)  $x < -1$ 일 때,  
 $-x-1-x+2=x+3$   
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$  (모순)  
ii)  $-1 \leq x < 2$ 일 때,  
 $x+1-x+2=x+3$   
 $\therefore x = 0$   
iii)  $x \geq 2$ 일 때,  
 $x+1+x-2=x+3$   
 $\therefore x = 4$

23. 이차방정식  $x^2 + ax + 2b = 0$ 의 한 근이  $2 + ai$ 일 때 실수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은? (단  $a \neq 0$ )

① -9

② -5

③ 3

④ 6

⑤ 12

해설

한 근이  $2 + ai$ 이므로 다른 한 근은  $2 - ai$ 이다.

$\therefore$  두 근의 합  $-a = 4 \quad \therefore a = -4$

두 근의 곱  $(2 - 4i)(2 + 4i) = 4 + 16 = 2b$

$\therefore b = 10$

$\therefore a + b = 10 - 4 = 6$

24.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2(m - 2)x + 2m - 1 = 0$ 의 두 근이 모두 음수일 때, 실수  $m$ 의 값의 범위를 구하면?

- ①  $m > 5$
- ②  $m \geq 5$
- ③  $m < 5$
- ④  $m \leq 5$
- ⑤  $-5 \leq x \leq 5$

해설

주어진 이차방정식이 두 실근을 가져야 하므로  
 $D/4 = (m - 2)^2 - 2m + 1 \geq 0$   
즉  $m^2 - 4m + 4 - 2m + 1 = m^2 - 6m + 5 \geq 0$   
따라서  $(m - 5)(m - 1) \geq 0$ 이므로  
 $m \leq 1$  또는  $m \geq 5$   
또 두근의 합  $-2(m - 2) < 0$ 이어야 하므로  $m > 2$   
또 두근의 곱  $2m - 1 > 0$ 이어야 하므로  $m > \frac{1}{2}$   
따라서  $m \geq 5$

25.  $x^2 + x + 1 = 0$  일 때,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$x^2 + x + 1 = 0$  에서 양변을  $x$  로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -1 - 3 \cdot (-1) = 2$$

26. 어떤 일차식  $g(x)$  에 대하여

$x^4 + 2x^3 - 3x^2 - g(x) = \{(x - \alpha)(x - \beta)\}^2$  가 성립한다. 이 때,  $\alpha\beta$  의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

(우변) =  $\{(x - \alpha)(x - \beta)\}^2$   
=  $\{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\}^2$   
=  $x^4 - 2(\alpha + \beta)x^3$   
+  $\{(\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta\}x^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta)x + \alpha^2\beta^2$   
=  $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - g(x)$

$g(x)$  가 일차식이므로 양변의 계수를 비교하면

$-2(\alpha + \beta) = 2, (\alpha + \beta)^2 + 2\alpha\beta = -3$

$\therefore \alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -2$

27. 1985년부터 1995년까지 5년 간격으로 조사한 우리나라의 농가인구 비율  $P$ 는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

|           |      |      |      |
|-----------|------|------|------|
| 연도        | 85   | 90   | 95   |
| 인구비율 (%)  | 20.9 | 15.5 | 10.8 |
| 인구(1000명) | 8521 | 6661 | 4851 |

$P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$

이 때,  $t = 0$ 은 1985년을 나타낸다. 이 식을  $t = 0$ 이 1990년을 나타내도록 변형하면?

- ①  $P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$
- ②  $P = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$
- ③  $P = 0.35(t - 1)^2 - 5.75(t - 1) + 20.9$
- ④  $P = 0.35(t + 2)^2 - 5.75(t + 2) + 20.9$
- ⑤  $P = 0.35(t - 2)^2 - 5.75(t - 2) + 20.9$

해설

$P_1(t) = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$ 일 때,  
 $t = 0 \rightarrow 1985$ 년,  $t = 1 \rightarrow 1990$ 년,  $t = 2 \rightarrow 1995$ 년  
 $P_2(t) = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$ 이면,  
 $P_2(0) = P_1(1)$ 이므로  $P_2(t)$ 에서  
 $t = 0 \rightarrow 1990$ 년임을 알 수 있다.

28.  $x$ 에 대한 항등식  $(x^2 - x - 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_6x^6$ 에서  $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은?

①  $-2$

②  $-1$

③  $0$

④  $1$

⑤  $2$

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,

$$-1 = a_0 + a_1 + \cdots + a_6 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에  $x = -1$ 을 대입하면,

$$1 = a_0 - a_1 + \cdots + a_6 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}: -2 = 2(a_1 + a_3 + a_5)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 = -1$$

29. 다항식  $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$  가  $x - \alpha$  로 나누어떨어질 때,

$f(f(x))$ 를  $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는?

- ① 0
- ②  $a_0$
- ③  $a_1$
- ④  $a_5$
- ⑤  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

해설

나머지 정리에 의해  $f(\alpha) = 0$

$\therefore f(f(x))$ 를  $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는  $f(f(\alpha))$

$f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$

30. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 + x + 1$ 로 나누면  $3x + 2$ 가 남고, 그 몫을  $x - 1$ 로 나누면 2가 남는다. 이 다항식  $f(x)$ 를  $x^3 - 1$ 로 나눈 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $\frac{1}{2}R(2)$ 의 값을 구하면?

① 41      ② 31      ③ 21      ④ 11      ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + x + 1)Q(x) + 3x + 2 \\ &= (x^2 + x + 1)((x - 1)p(x) + 2) + 3x + 2 \\ &= (x^3 - 1)p(x) + 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore R(x) &= 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore \frac{1}{2}R(2) &= 11 \end{aligned}$$

31.  $x^4 - 11x^2 + 1$  이  $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$ 로 인수분해될 때,  $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\&= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$

32. 다음 중 다항식  $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ①  $a-b$
- ②  $b-c$
- ③  $c-a$
- ④  $a+b+c$
- ⑤  $a-b+c$

해설

주어진 식을  $a$ 에 관하여 정리하면  
(준식) $=a^3(b-c)-a(b^3-c^3)+bc(b^2-c^2)$   
 $=(b-c)\{a^3-a(b^2+bc+c^2)+bc(b+c)\}$   
 $=(b-c)\{b^2(c-a)+b(c^2-ca)-a(c^2-a^2)\}$   
 $=(b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$   
 $=(b-c)(c-a)\{c(b-a)+(b^2-a^2)\}$   
 $=(b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

33.  $x, y, z$ 가 삼각형의 세 변의 길이이고,  $xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$ 을 만족할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ①  $z$ 가 빗변인 직각삼각형

②  $x$ 가 빗변인 직각삼각형

③  $x = y$ 인 이등변삼각형

④  $y = z$ 인 이등변삼각형

⑤  $z = x$ 인 이등변삼각형

해설

$$xz^2 - yz^2 + yx^2 + zx^2 - zy^2 - xy^2 = 0$$
$$(x - y)z^2 + (x^2 - y^2)z + (x - y)xy = 0$$
$$(x - y)\{z^2 + (x + y)z + xy\} = 0$$
$$(x - y)(z + x)(z + y) = 0 \therefore x = y \text{ (}\because x, y, z \text{는 모두 양수)}$$
$$\therefore x = y \text{인 이등변삼각형}$$

34.  $a + b + c = 1$ 을 만족하는 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $x = a - 2b + 3c$ ,  $y = b - 2c + 3a$ ,  $z = c - 2a + 3b$ 라 할 때,  $(x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$a + b + c = 1$ 이므로

$$x + y + z = 2a + 2b + 2c = 2(a + b + c) = 2$$

$$\therefore (x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 3$$

$$= (x + y + z)^2 + 3$$

$$= 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

35. 두 다항식  $2x^3 + (a-2)x^2 + ax - 2a$ ,  $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수  $a$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -2$

해설

$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+1)(x+2)$   
 $f(x) = 2x^3 + (a-2)x^2 + ax - 2a$ 라 하면  
 $f(1) = 0$ 이므로  $f(x)$ 는  $x-1$ 을 인수로 갖는다.  
최대공약수가 이차식이므로  $f(x)$ 는  $x+1$   
또는  $x+2$ 를 인수로 가져야 한다.  
 $f(-2) = -8 - 4a - 8 - 4a \neq 0$ 이므로  
 $x+1$ 이 인수이다.  
 $\therefore f(-1) = 0$ 일 때  $a = -2$

36.  $f(2) = -15$ ,  $g(-2) = 5$  인 두 이차식  $f(x)$ ,  $g(x)$  의 곱이  $(x+3)^2(x^2 + 2x - 35)$ , 최소공배수가  $(x+3)(x^2 + 3x - 35)$  일 때,  $f(-2) + g(2)$  의 값은?

① 8

② 18

③ 28

④ 38

⑤ 48

해설

곱이  $(x+3)^2(x^2 + 2x - 35)$  이고,  
최소공배수가  $(x+3)(x^2 + 3x - 35)$  이므로  
두 이차식은  $(x+3)(x-5)$ ,  $(x+3)(x+7)$   
 $f(2) = -15$  이므로  $f(x) = (x+3)(x-5)$   
 $g(-2) = 5$  이므로  $g(x) = (x+3)(x+7)$   
 $\therefore f(-2) + g(2) = (-2+3)(-2-5) + (2+3)(2+7)$   
 $\qquad\qquad\qquad = (-7) + 45 = 38$

37.  $x$ 에 관한 이차방정식  $a(1-i)x^2 + (3+2ai)x + (2a+3i) = 0$ 이 실근을 갖기 위한 실수  $a$ 의 값을 구하면?

① 1                      ② -1                      ③ 2                      ④ -2                      ⑤ 3

해설

$a(1-i)x^2 + (3+2ai)x + (2a+3i) = 0$ 의 실근 조건은 복소수 계수 이차방정식이므로 판별식을 쓸 수 없다. 근이 실수라는 것은  $x$ 가 실수임을 뜻하므로 복소수의 상등정리에서

$$(ax^2 + 3x + 2a) + (-ax^2 + 2ax + 3)i = 0 \text{ 이어야 하므로}$$

$$ax^2 + 3x + 2a = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$-ax^2 + 2ax + 3 = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}}$  하면

$$(2a+3)x + (2a+3) = 0, (2a+3)(x+1) = 0$$

$$2a+3 = 0 \text{ 또는 } x+1 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

i)  $a = -\frac{3}{2}$ 일 때

$$\textcircled{\text{㉠}}\text{식에서 } -\frac{3}{2}x^2 + 3x - 3 = 0, x^2 - 2x + 2 = 0$$

이므로 허근을 가진다.  $\therefore a \neq -\frac{3}{2}$

ii)  $x = -1$ 일 때  $\textcircled{\text{㉠}}$ 에 대입하면,

$$a - 3 + 2a = 0, 3a = 3 \quad \therefore a = 1$$

38. 방정식  $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때  $a^3 + b^3 - 3ab$ 의 값을 구하면 ? (단,  $a, b$ 는 실수)

- ① 1      ② -1      ③ 2      ④ -2      ⑤ 0

해설

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - \{1 + (a + b)^2\} \cdot 2 \geq 0$$

$$-(a + b)^2 - 2(a + b) - 1 \geq 0$$

양변에  $-1$ 을 곱하면

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\{ (a + b) + 1 \}^2 \leq 0$$

그런데  $a, b$ 가 실수이므로  $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 + b^3 - 3ab &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) - 3ab \\ &= (-1)^3 - 3ab(-1) - 3ab \\ &= -1 \end{aligned}$$

39.  $x$ 에 대한 이차방정식  $3x^2 - (2k + 5)x + 3 = 0$ 의 두 근 중 한 근을  $\alpha$ 라 할 때,  $\alpha + \frac{1}{\alpha} = k^2$ 이 성립한다. 이때, 양수  $k$ 의 값을 구하면?

- ① 2      ②  $\frac{5}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤ 3

해설

두 근의 곱이 1이므로 한 근이  $a$ 이면

다른 한 근은  $\frac{1}{a}$ 이다.

$$\therefore a + \frac{1}{a} = k^2 = \frac{2k+5}{3}$$

$$\therefore 3k^2 - 2k - 5 = 0$$

$$k = \frac{5}{3} \text{ 또는 } -1$$

$$\therefore \text{양수 } k = \frac{5}{3}$$

40.  $a - b = 1$  이고,  $a^2 + b^2 = -1$  일 때,  $a^{14} + b^{20}$  의 값을 구하면?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$b = a - 1$  을  $a^2 + b^2 = -1$  에 대입하면

$a^2 - a + 1 = 0$  에서  $a^3 = -1$

$a = b + 1$  을  $a^2 + b^2 = -1$  에 대입하면

$b^2 + b + 1 = 0$  에서  $b^3 = 1$

$a^{14} + b^{20} = (a^3)^4 \times a^2 + (b^3)^6 \times b^2$

$= a^2 + b^2 = -1$

41.  $a+b+c=0$ ,  $abc \neq 0$  일 때,  $\frac{a^2+b^2+c^2}{a^3+b^3+c^3} + \frac{2}{3} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \\ &= 0 (\because a+b+c=0) \\ \therefore a^3 + b^3 + c^3 &= 3abc \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{a^2+b^2+c^2}{3abc} + \frac{2}{3} \left( \frac{bc+ca+ab}{abc} \right) \\ &= \frac{(a+b+c)^2}{3abc} = 0 \end{aligned}$$

42. 정수  $a, b$ 에 대하여 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + b = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 할 때,  $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ 의 값에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 무리수이다.
- ② 정수가 아닌 유리수이다.
- ③ 정수이다.
- ④ 홀수인 자연수이다.
- ⑤ 짝수인 자연수이다.

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= -a(\text{정수}), \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0, \alpha\beta\gamma = -b \\ \therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 &= (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) \\ &= a^2(\text{정수}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 \\ &= (\alpha + \beta + \gamma)\{(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) - (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)\} + 3\alpha\beta\gamma \\ & \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = -a(a^2 - 0) - 3b = -a^3 - 3b(\text{정수}) \end{aligned}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = -a(a^2 - 0) - 3b = -a^3 - 3b \quad (\text{정수})$$

그러나  $a > 0, b > 0$ 이면

$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ 은 자연수가 되지 않는다.