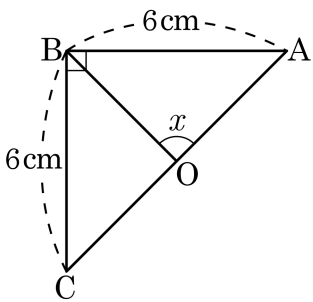
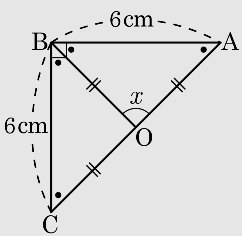
1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle$ABC 는 직각이등변삼각형

$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC 이고, $\angle$B $= 90°$ 이므로

$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC $= 45°$

직각삼각형 $\triangle$ABC 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.

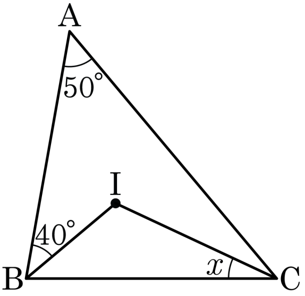
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$

$\triangle$OAB 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$\angle$OAB $=$ $\angle$OBA $= 45°$

따라서 $\angle$AOB $= 90°$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAB = 50°$, $\angle ABI = 40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $5°$ ② $10°$ ③ $15°$ ④ $20°$ ⑤ $25°$

해설

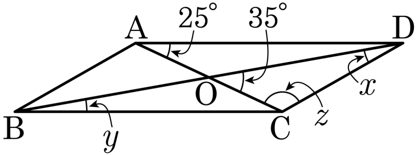
삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle ABI = \angle IBC$, $\angle ICB = \angle ICA$

$2\angle x = 180° - (50° + 80°)$

$\therefore \angle x = 25°$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x - \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하면?

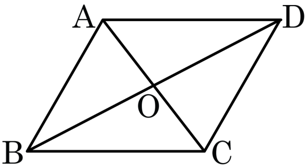


① 105° ② 115° ③ 125° ④ 135° ⑤ 145°

해설

$\angle COD = \angle OAD + \angle ADB$, $\angle ADB = 35° - 25° = 10°$, $\angle ADB = \angle DBC = 10° = y$ 이다. $\angle x + \angle z = 180° - 35° = 145°$ 이다.
따라서 $\angle x - \angle y + \angle z = 145° - 10° = 135°$ 이다.

4. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



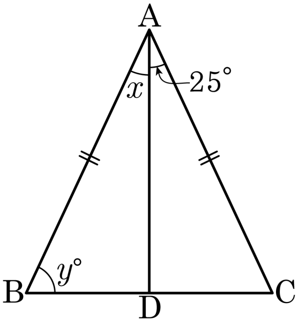
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡,
$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA ② ∠OAB ③ ∠CDO
④ ∠OBC ⑤ ∠BCO

해설

△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 하자. $\angle CAD = 25°$일 때, $x + y$의 값은?



① 80°　② 90°　③ 100°　④ 110°　⑤ 120°

해설

x는 $\angle A$를 이등분한 각이므로

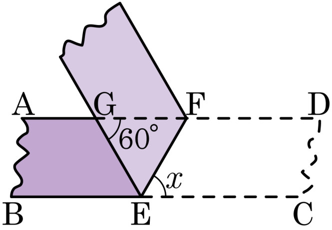
$x = 25°$

$\triangle ABC$에서

$y = \frac{1}{2}(180° - 50°) = 65°$

$\therefore\ x + y = 25° + 65° = 90°$

6. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle \mathrm{FGE} = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 크기는?

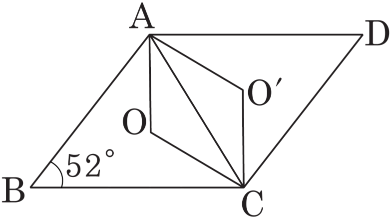


① 30°　② 40°　③ 50°　④ 60°　⑤ 80°

해설

$\angle \mathrm{GFE} = \angle \mathrm{FEC} = \angle x$ (엇각), 종이를 접었으므로 $\angle \mathrm{GEF} = \angle \mathrm{FEC} = \angle x$ 이다.
따라서 $\triangle \mathrm{GEF}$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이고
$60^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ$, $\angle x = 60^\circ$ 이다.

7. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?

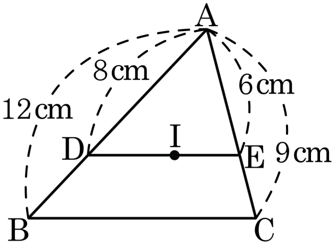


① 52°　② 52°　③ 76°　④ 104°　⑤ 116°

해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$
이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$
따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

8. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DI}+\overline{IE}$ 를 고르면?

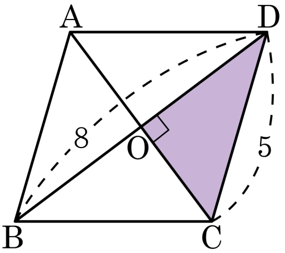


① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=\overline{DB}+\overline{EC}$ 이다. 따라서 $x=\overline{DI}+\overline{IE}=\overline{DE}=(12-8)+(9-6)=4+3=7(\text{cm})$ 이다.

9. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BD}=8$, $\overline{CD}=5$ 이고, $\triangle COD$ 의 넓이가 6 일 때, $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

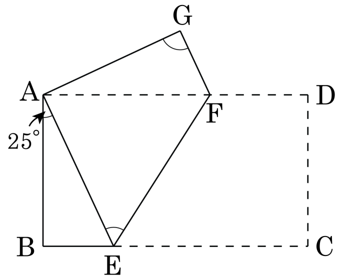
해설

$\triangle COD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{OD}\times\overline{OC}$ 이므로

$\frac{1}{2}\times4\times\overline{CO}=6$, $\overline{CO}=3$ 이다.

$\therefore\ \overline{AO}=3$

10. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 꼭짓점 C가 점 A에 오도록 $\overline{EF}$를 접는 선으로 하여 접은 것이다. $\angle BAE = 25°$일 때, $\angle AGF + \angle AEF$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $147.5°$

해설

직사각형의 한 내각의 크기는 $90°$이므로

$\angle AGF = \angle D = 90°$(접은각)

$\triangle ABE$에서 $\angle B = 90°$이므로

$\angle AEB = 90° - 25° = 65°$

또한, $\angle AEF = \angle FEC$(접은각)

$\angle BEC$가 평각이므로

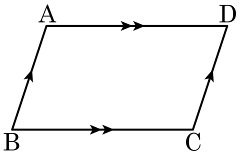
$\angle AEB + \angle AEF + \angle FEC = 180°$

$65° + 2\angle AEF = 180°$

$\therefore\ \angle AEF = 57.5°$

$\therefore\ \angle AGF + \angle AEF = 147.5°$

11. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 가 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 를 만족할 때, 직사각형이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\angle A = \angle C$ 이다.

② $\angle A = \angle D$ 이다.

③ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{AO} \perp \overline{DO}$ 이다.

④ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

⑤ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이다.

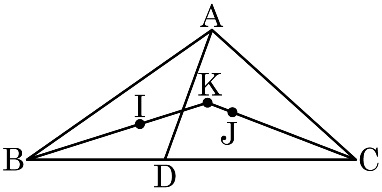
해설

한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

② $\angle A = \angle D = 90°$

④ $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

12. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70°$, $\angle C = 42°$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 141.5°

해설

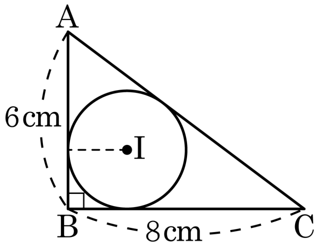
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ADC = 35°$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5°$

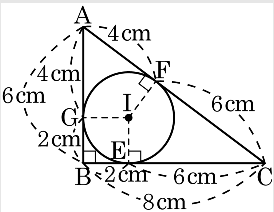
따라서 $\angle IKJ = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



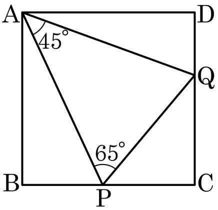
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 $2\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AD} = 4\,\text{cm}, \overline{EC} = 6\,\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\,\text{cm})$ 이다.

14. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이다. $\angle APQ = 65^\circ$, $\angle PAQ = 45^\circ$ 일 때, $\angle AQD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 70 °

해설

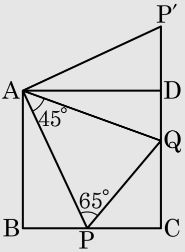
$\triangle ABP$ 를 $\overline{AD}$ 위에 붙이면

$\angle PAQ = \angle P'AQ = 45^\circ$ 이다.

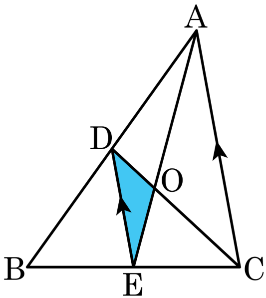
$\overline{AP} = \overline{AP'}$, $\overline{AQ}$ 는 공통

$\triangle APQ \equiv \triangle AP'Q$(SAS합동)

$\therefore \angle AQD = 180^\circ - 65^\circ - 45^\circ = 70^\circ$



15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고, $\triangle BCD = 90\text{cm}^2$, $\triangle OEC = 25\text{cm}^2$ 이다. $\overline{DE}$ 가 $\triangle ABE$ 의 넓이를 이등분할 때, $\triangle DEO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm^2

▷ 정답 : $20\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{DE}$ 가 $\triangle ABE$ 의 넓이를 이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{DA}$

$\overline{DE} // \overline{AC}$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{DA} = \overline{BE} : \overline{EC}$

따라서 $\overline{BE} = \overline{EC}$

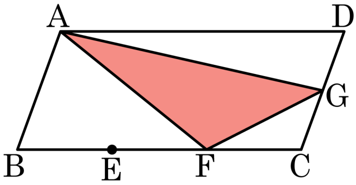
$\triangle DBE$ 와 $\triangle DEC$ 에서 밑변과 높이가 같으므로

$$\triangle DBE = \triangle DEC = \frac{90}{2} = 45(\text{cm}^2)$$

$\therefore\ \triangle DEO = \triangle DEC - \triangle OEC = 45 - 25$

$= 20(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 240cm^2이고 $\overline{BC}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$의 중점을 G라 할 때, $\triangle AFG$의 넓이는?



① 20 cm^2 ② 40 cm^2 ③ 60 cm^2

④ 80 cm^2 ⑤ 100 cm^2

해설

$\triangle ABF$와 $\triangle AFC$에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \frac{2}{3} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD = 80(\text{cm}^2)$

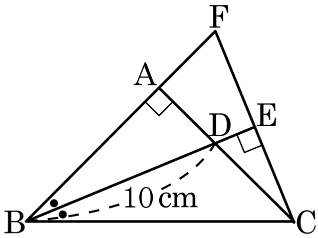
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \frac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD = 20(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 60(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 240 - 80 - 60 - 20 = 80(\text{cm}^2)$

17. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAC = \angle CEB = 90°$, $\overline{BE}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이고, $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACF$ 에서

$\angle BAD = \angle CAF = 90°$ $\cdots$ ㉠

$\overline{AB} = \overline{AC}$ $\cdots$ ㉡

$\angle ABD = 22.5°$, $\angle ADB = 67.5°$

$\angle ADB = \angle CDE = 67.5°$ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로

$\angle ACF = 22.5°$

즉, $\angle ABD = \angle ACF$ $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABD \equiv \triangle ACF$(ASA합동)

$\therefore$ $\overline{BD} = \overline{CF} = 10\text{cm}$

$\angle BCF = 45° + 22.5° = 67.5° = \angle BFC$

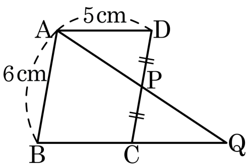
즉, $\triangle BCF$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이고

$\angle B$ 의 이등분선과 밑변 $\overline{CF}$ 의 교점이 E 이므로

$\overline{CE} = \overline{EF}$ 이다.

$\therefore$ $\overline{EF} = \dfrac{1}{2}\overline{CF} = \dfrac{1}{2} \times 10 = 5$ (cm)

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 점 P 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AP}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 Q 라고 할 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\triangle APD$ 와 $\triangle QPC$ 에서 $\overline{DP} = \overline{CP}$

$\angle APD = \angle QPC$ (맞꼭지각)

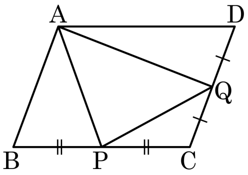
$\angle ADP = \angle QCP$ (엇각)

$\therefore\ \triangle APD \equiv \triangle QPC$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{CQ} = \overline{AD} = 5$ (cm)

$\overline{BQ} = \overline{BC} + \overline{CQ} = 5 + 5 = 10$ (cm)

19. 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q 는 각각 변 BC, CD 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 64cm^2 일 때, △APQ 의 넓이는?



① 16cm^2 ② 20cm^2 ③ 24cm^2

④ 28cm^2 ⑤ 32cm^2

해설

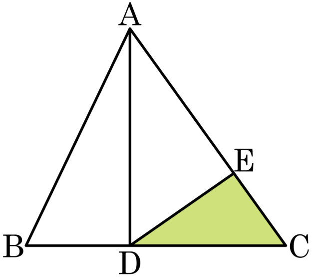
$$\triangle ABP = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 64 = 16\ (\text{cm}^2)$$

$$\triangle AQD = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 64 = 16\ (\text{cm}^2)$$

$$\triangle PCQ = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 64 = 8\ (\text{cm}^2)$$

$$\triangle APQ = 64 - (16 + 16 + 8) = 24\ (\text{cm}^2)$$

20. 다음 그림에서 $\overline{BD}:\overline{DC}=2:3$, $\overline{CE}:\overline{EA}=1:2$이다. $\triangle ABC=15$일 때, $\triangle DCE$의 넓이는?



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\triangle ADC=3\triangle DCE$

$\triangle ABD=\dfrac{2}{3}\triangle ADC=2\triangle DCE$이므로

$\triangle ABC=5\triangle DCE=15$이다.

$\therefore\ \triangle DCE=3$