

1. $x \neq 0$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2x}$

② $\frac{1}{6x}$

③ $\frac{5}{6x}$

④ $\frac{11}{6x}$

⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

2. 분수함수 $y = \frac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선이 $x=1, y=6$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -5

② 5

③ -7

④ 7

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$y = \frac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선은 $x=1, y=6$ 이므로

$$y = \frac{6(x-1)+9}{x-1} = \frac{9}{x-1} + 6$$

$\therefore a = -1, b = 6$

$\therefore a+b = 5$

3. 무리식 $\sqrt{x-2}$ 의 값이 실수가 되도록 x 의 값의 범위를 정하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x \geq 2$

해설

$$x-2 \geq 0 \quad \therefore x \geq 2$$

4. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면 $a + b\sqrt{c}$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 13$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{3 + 2\sqrt{6} + 2}{3 - 2} \\ &= 5 + 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$\therefore a = 5, b = 2, c = 6$ 이므로

$$a + b + c = 5 + 2 + 6 = 13$$

5. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x} + 1$

② $y = \sqrt{x} - 1$

③ $y = \sqrt{x-1} + 3$

④ $y = -\sqrt{-x+2} + 2$

⑤ $y = \sqrt{-2x+1} - 1$

해설

⑤ $y = \sqrt{ax+b} + c$ 에서 a 의 계수가 다르면
평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

6. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 6 또는 8 이 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

두 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x,y) 로 나타내면 눈의 합이 6 인 경우, 즉 $x+y=6$ 인 경우는

$(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1) \cdots 5$ 가지

눈의 합이 8 인 경우, 즉 $x+y=8$ 인 경우는

$(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2) \cdots 5$ 가지이고

이들은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의 수는 $5+5=10$ (가지)

7. x, y 가 $-2 \leq x \leq 2$, $-3 \leq y \leq 3$ 인 정수일 때, (x, y) 를 좌표로 하는 점의 개수를 구하시오.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 35가지

해설

x 가 될 수 있는 정수는 $2, -1, 0, 1, 2$ 즉 5 개이고 y 가 될 수 있는 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 즉, 7 개이다.
위의 x 와 y 로 만들 수 있는 순서쌍의 수는 $5 \times 7 = 35$ (가지) 이다.

8. 서로 다른 다섯 종류의 구슬이 있다. 이것을 일직선 위에 배열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 120 가지

해설

5! = 120 (가지)

9. $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x-a}{x(x-1)}$$

따라서, $a+b=1$, $a=-1$

$\therefore a=-1$, $b=2$

$\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$

10. 분수식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+1)}$

② $\frac{1}{x(x+2)}$

③ $\frac{1}{x(x+1)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \\ \frac{1}{(x+1)(x+2)} &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}\end{aligned}$$

11. 분수식 $\frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}}$ 을 간단히 한 식은?

- ① $\frac{x}{x+2}$ ② $\frac{x}{x-2}$ ③ $\frac{x}{x+1}$ ④ $\frac{x}{x-1}$ ⑤ $\frac{2x}{x-1}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(준 식)} &= \frac{\frac{x^2-1+1}{x-1}}{\frac{x^2-2x+1-1}{x-1}} = \frac{x^2}{x(x-2)} \\ &= \frac{x}{x-2} \end{aligned}$$

12. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

13. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x : y = 4 : 3$$

$$3x = 4y$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}y$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{16}{9}y^2 + \frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 - y^2} = \frac{28}{7} = 4$$

해설

$$x : y = 4 : 3 \Rightarrow x = 4k, y = 3k$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{16k^2 + 12k^2}{16k^2 - 9k^2} = \frac{28k^2}{7k^2} = 4$$

14. 함수 $y = \frac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$$k = -3, a = 2, b = -2$$

$$\therefore k+a+b = -3+2-2 = -3$$

15. 유리함수 $f(x) = \frac{ax}{3x+2}$ 와 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -1 ⑤ -2

해설

역함수의 식은 $x = \frac{ay}{3y+2}$

$$3xy + 2x = ay$$

$$\therefore y = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x}{3x-a}$$

모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = f^{-1}(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{ax}{3x+2} = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore a = -2$$

16. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14}-2$$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14}-2\right)$ 를 지난다.

② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은

$\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x}-2 = \sqrt{3(x+3)}-2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

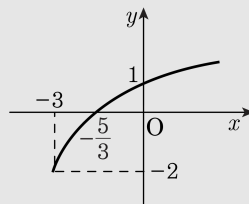
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

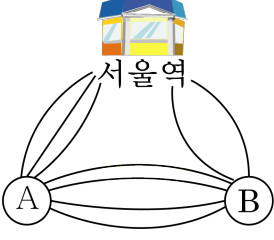
⑤ $y = \sqrt{9+3x}-2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



17. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A 와 B 를 왕복하는 방법의 수를 구하시오.(단, A 에서 출발한다.)



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

- (i) $A \rightarrow$ 서울역 $\rightarrow B \rightarrow A$
 : $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)
(ii) $A \rightarrow B \rightarrow$ 서울역 $\rightarrow A$
 : $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)
(i), (ii) 이므로
 $24 + 24 = 48$ (가지)

18. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$ ② ${}_nP_4$ ③ ${}_nC_4$ ④ ${}_nP_5$ ⑤ ${}_nC_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_5$

19. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여
서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지

② 120 가지

③ 180 가지

④ 240 가지

⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음
으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음
안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로,
구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

20. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지

② 98가지

③ 132가지

④ 162가지

⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는 모두 3가지이다.

$\therefore 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162$ 가지

21. 10 종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

- ① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

$${}_{10}C_3 = 120$$

22. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\therefore {}_9C_2 = 36$$

23. 등식 $\frac{225}{157} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e}}}}$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e

를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 2$

▷ 정답 : $c = 3$

▷ 정답 : $d = 4$

▷ 정답 : $e = 5$

해설

$$\begin{aligned} \frac{225}{157} &= 1 + \frac{68}{157} = 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{21}{68}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}} \\ \therefore a &= 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5 \end{aligned}$$

24. $a : b = c : d$ 일 때 다음 등식 중 성립하지 않는 것은?(단, 분모는 모두 0 이 아니다.)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \\ \textcircled{3} \quad & \frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d} \\ \textcircled{5} \quad & \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{a+d}{a-d} = \frac{b+c}{b-c} \\ \textcircled{4} \quad & \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \end{aligned}$$

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2} \div \textcircled{1}$ 하면

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d} \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d} \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{4} \div \textcircled{3}$ 하면

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서 가비의 리를 이용하면}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\therefore \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

25. 분수함수 $y = \frac{x+k-1}{x-1}$ ($k \neq 0$) 에 대한 설명으로 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 치역은 1을 제외한 실수 전체집합이다.
 - ② (1, 1)에 대하여 대칭이다.
 - ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 (1, 1)에 가까워진다.
 - ④ 점근선은 $x = 1, y = 1$ 이다.
 - ⑤ $y = -x + 2$ 에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 정의역은 $x \neq 1$ 인 실수, 치역은 $y \neq 1$ 인 실수
- ② 점근선의 교점인 (1, 1) 에 대해 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 커질 수록 (1, 1)에 멀어진다.
- ⑤ 기울기가 ± 1 이고 (1, 1)을 지나는 직선에 대칭이다.

26. 나란히 놓인 10개의 의자에 A, B, C, D 의 4명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

- ① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

해설

10 개의 의자에 네 사람이 앉으므로 빈 의자는 6 개이다. 이 6 개의 의자 사이 및 양 끝의 7 자리에 의자에 앉은 네 사람을 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\Rightarrow {}_7P_4 = 840$

27. IMPORT의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, I와 T가 양 끝에 오는 경우의 수는?

① 36

② 42

③ 48

④ 54

⑤ 60

해설

I와 T를 양 끝에 오게 하는 경우의 수 : 2

나머지 문자를 배열하는 경우의 수 : 4!

$4! \times 2 = 48$

28. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는 ?

① 12

② 20

③ 24

④ 30

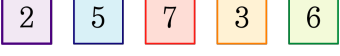
⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

29. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 적혀 있는 7 개의 카드 중에서 서로 다른 5 개의 카드를 뽑아 나열한다. 이 때, 위의 그림의 예와 같이 첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이 면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상이 되도록 나열하는 방법의 수는?



- ① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

해설

첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상인 경우는 $1-7, 2-6, 3-5, 5-3$ 의 4가지이다.
이 4가지 경우에 대하여 각각 중앙에 남은 세 자리에 5개의 수 중에서 3개를 택하여 나열하는 방법의수는 ${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 60 = 240$ (가지)

30. $6 \cdot {}_n C_2 = 5 \cdot {}_{n+1} C_2$ 를 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 11$

해설

$6 \cdot {}_n C_2 = 5 \cdot {}_{n+1} C_2$ 에서

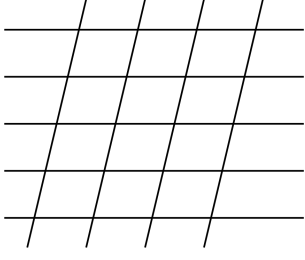
$$6 \cdot \frac{n(n-1)}{2!} = 5 \cdot \frac{(n+1)n}{2!}$$

$$6n^2 - 6n - 5n^2 - 5n = 0$$

$$n^2 - 11n = 0, \quad n(n-11) = 0$$

$$\therefore n = 11 (\because n \geq 2)$$

31. 그림과 같이 5개의 평행선과 4개의 평행선이 서로만날 때, 이 평행선으로 만들어지는 평행사변형의개수는?



- ① 30
- ② 40
- ③ 50
- ④ 60
- ⑤ 70

해설

가로줄에서 2 개, 세로줄에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 된다.

$\therefore {}_4C_2 \times {}_5C_2 = 60$

32. 서로 다른 과일 6 개에 대하여 1 개, 2 개, 3 개로 나누는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 60가지

해설

$${}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 = 60$$

33. 목욕통에 세 개의 수도꼭지 A, B, C로 물을 채우려고 한다. 세 개를 모두 틀어 물을 채우면 1시간이 걸리고, A와 C를 틀어 채우면 1.5시간, B와 C를 틀어 채우면 2시간이 걸린다. A와 B를 틀어 채울 때 걸리는 시간은?

- ① 1.2 ② 1.25 ③ 1.3 ④ 1.35 ⑤ 1.5

해설

물의 양을 1로 보고 수도꼭지 A, B, C가 시간 당 채우는 양을 각각 a, b, c 라 하면

$$\frac{1}{a+b+c} = 1, \frac{1}{a+c} = \frac{3}{2}, \frac{1}{b+c} = 2$$

연립하여 풀면 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}$

따라서 A와 B를 틀어 채울 때 걸리는 시간은

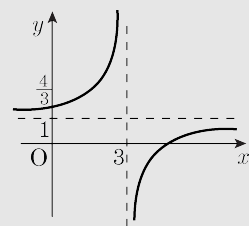
$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{6}{5} = 1.2(\text{시간})$$

34. 분수함수 $y = \frac{x-4}{x-3}$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을
바르게 구한 것은?

- ① $\left\{y \mid -\frac{4}{3} < y < 1\right\}$
- ② $\left\{y \mid \frac{4}{3} \leq y < -1\right\}$
- ③ $-1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체
- ④ $1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체
- ⑤ $-\frac{4}{3} \leq y \leq 1$ 을 제외한 실수 전체

해설

$$y = \frac{x-4}{x-3} = \frac{x-3-1}{x-3} = 1 + \frac{-1}{x-3}$$



$x = 0$ 일 때, $y = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$ 이므로,

치역은 $1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체

35. 함수 $f_1(x) = \frac{2x+3}{-x-1}$ 에 대하여 $f_{n+1} = f_1 \circ f_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이라 할 때, $f_{100}(1)$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \frac{2x+3}{-x-1} \text{ 에서 } f_1(1) = -\frac{5}{2} \\ f_2(1) &= (f_1 \circ f_1)(1) = f_1\left(-\frac{5}{2}\right) \\ &= \frac{-\frac{10}{2}+3}{\frac{5}{2}-1} = -\frac{4}{3} \\ f_3(1) &= (f_1 \circ f_2)(1) = f_1\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{-\frac{8}{3}+3}{\frac{4}{3}-1} = 1 \\ f_4(1) &= (f_1 \circ f_3)(1) = f_1(1) = -\frac{5}{2} \\ \therefore f_4 &= f_1, f_5 = f_2, f_6 = f_3, \dots \\ \therefore f_{3n+1} &= f_1, f_{3n+2} = f_2, f_{3n} = f_3 \\ 100 &= 3 \times 33 + 1 \text{ 이므로} \\ \therefore f_{100}(1) &= f_1(1) = -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

36. $a = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$, $b = \sqrt{2 - \sqrt{3}} + 1$ 일 때, $a^2 + b^2 - ab - a$ 의 값을 구하면?

① 1

② -1

③ 2

④ $4 - 2\sqrt{2}$

⑤ $2 - \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \\ b &= \sqrt{2 - \sqrt{3}} + 1 = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} + 1 \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} + 1 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} + 1 \\ b - 1 &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \\ a^2 + b^2 - ab - a &= (a - b)^2 + ab - a \\ &= (a - b)^2 + a(b - 1) \\ &= (\sqrt{2} - 1)^2 + 1 \\ &= 4 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

37. $x = \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}}$ 일 때, $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} \\&= \sqrt{(4+3) - 2\sqrt{4 \times 3}} \\&= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} \\x &= 2 - \sqrt{3} \text{ 에서 } (x-2)^2 = (-\sqrt{3})^2 \\x^2 - 4x + 4 &= 3 \\\therefore x^2 - 4x + 1 &= 0 \\x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1 &= x^2(x^2 - 4x + 1) + x^3 - 4x^2 + x + 1 \\&= x^3 - 4x^2 + x + 1 = x(x^2 - 4x + 1) + 1 = 1\end{aligned}$$

38. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① (1, -2)

② (-3, -1)

③ (1, 1)

④ (-2, -2)

⑤ (1, 1), (-2, -2)

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x 좌표는

$f(x) = x$ 의 해와 같다. $\sqrt{x+3} - 1 = x$ 에서

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1, -2$$

$$x = 1 (\because x \geq -1)$$

$$\therefore P = (1, 1)$$

40. ‘국회의사당’의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

- ① 36
- ② 48
- ③ 60
- ④ 72
- ⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$