1. $x \neq 0$일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2x}$　② $\frac{1}{6x}$　③ $\frac{5}{6x}$　④ $\frac{11}{6x}$　⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

2. 분수함수 $y=\dfrac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선이 $x=1,\ y=6$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -5 ② 5 ③ -7 ④ 7 ⑤ $\dfrac{3}{4}$

해설

$y=\dfrac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선은 $x=1,\ y=6$ 이므로

$y=\dfrac{6(x-1)+9}{x-1}=\dfrac{9}{x-1}+6$

$\therefore\ a=-1,\ b=6$

$\therefore\ a+b=5$

3. 무리식 $\sqrt{x-2}$의 값이 실수가 되도록 x의 값의 범위를 정하시오.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $x \geq 2$

해설

$x-2 \geq 0 \quad \therefore x \geq 2$

4. $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면 $a+b\sqrt{c}$ 이다.
$a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=13$

해설

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$
$$=\frac{3+2\sqrt{6}+2}{3-2}$$
$$=5+2\sqrt{6}$$

$\therefore a=5, b=2, c=6$ 이므로

$a+b+c=5+2+6=13$

5. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x}+1$　② $y = \sqrt{x}-1$

③ $y = \sqrt{x-1}+3$　④ $y = -\sqrt{-x+2}+2$

⑤ $y = \sqrt{-2x+1}-1$

해설

⑤ $y = \sqrt{ax+b}+c$에서 a의 계수가 다르면
평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

6. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 6 또는 8 이 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

두 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면 눈의 합이 6 인 경우, 즉 $x+y=6$ 인 경우는

$(1,5)$, $(2,4)$, $(3,3)$, $(4,2)$, $(5,1)$ $\cdots 5$ 가지

눈의 합이 8 인 경우, 즉 $x+y=8$ 인 경우는

$(2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$ $\cdots 5$ 가지이고

이들은 동시에 일어나지 않으므로 구하는 경우의 수는 $5+5=10$ (가지)

7. x, y 가 $-2 \le x \le 2$, $-3 \le y \le 3$ 인 정수일 때, (x, y) 를 좌표로 하는 점의 개수를 구하시오.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 35 가지

해설

x 가 될 수 있는 정수는 $2, -1, 0, 1, 2$ 즉 5 개이고 y 가 될 수 있는 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 즉, 7 개이다.
위의 x 와 y 로 만들 수 있는 순서쌍의 수는 $5 \times 7 = 35$ (가지) 이다.

8. 서로 다른 다섯 종류의 구슬이 있다. 이것을 일직선 위에 배열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 120 가지

해설

$5! = 120$ (가지)

9. $\dfrac{x+1}{x(x-1)}=\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{x-1}$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)}=\frac{(a+b)x-a}{x(x-1)}$$

따라서, $a+b=1,\quad a=-1$

$\therefore\ a=-1,\quad b=2$

$\therefore a^2+b^2=(-1)^2+2^2=5$

10. 분수식 $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\dfrac{2}{x(x+1)}$ ② $\dfrac{1}{x(x+2)}$ ③ $\dfrac{1}{x(x+1)}$

④ $\dfrac{2}{x(x+2)}$ ⑤ $\dfrac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{(x+1)-x}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)$$
$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$$

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)}$$
$$=\frac{1}{(x+2)-(x+1)}\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)$$
$$=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$$

$$\therefore (\text{준식})=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$$
$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}=\frac{2}{x(x+2)}$$

11. 분수식 $\dfrac{x+1+\dfrac{1}{x-1}}{x-1-\dfrac{1}{x-1}}$ 을 간단히 한 식은?

① $\dfrac{x}{x+2}$ ② $\dfrac{x}{x-2}$ ③ $\dfrac{x}{x+1}$ ④ $\dfrac{x}{x-1}$ ⑤ $\dfrac{2x}{x-1}$

해설

$$(\text{준 식}) = \frac{\dfrac{x^2-1+1}{x-1}}{\dfrac{x^2-2x+1-1}{x-1}} = \frac{x^2}{x(x-2)}$$

$$= \frac{x}{x-2}$$

12. $x^2 - 3x + 1 = 0$에서 $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0,\ x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

13. $x : y = 4 : 3$일 때, $\dfrac{x^2+xy}{x^2-y^2}$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x : y = 4 : 3$

$3x = 4y$

$\therefore\ x = \dfrac{4}{3}y$

$$\frac{x^2+xy}{x^2-y^2} = \frac{\frac{16}{9}y^2 + \frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 - y^2} = \frac{28}{7} = 4$$

해설

$x : y = 4 : 3 \Rightarrow x = 4k, y = 3k$

$$\frac{x^2+xy}{x^2-y^2} = \frac{16k^2+12k^2}{16k^2-9k^2} = \frac{28k^2}{7k^2} = 4$$

14. 함수 $y = \dfrac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \dfrac{k}{x}$ 의 그래프를 x축 방향으로 a만큼, y축 방향으로 b만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$의 값은?

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y = \dfrac{-3}{x}$ 의

그래프를 x축의 방향으로 2만큼,

y축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$k=-3,\ a=2,\ b=-2$

$\therefore\ k+a+b = -3+2-2 = -3$

15. 유리함수 $f(x)=\dfrac{ax}{3x+2}$ 와 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -1 ⑤ -2

해설

역함수의 식은 $x=\dfrac{ay}{3y+2}$

$3xy+2x=ay$

$\therefore y=\dfrac{-2x}{3x-a}$

$\therefore f^{-1}(x)=\dfrac{-2x}{3x-a}$

모든 실수 x 에 대하여

$f(x)=f^{-1}(x)$ 이므로

$\dfrac{ax}{3x+2}=\dfrac{-2x}{3x-a}$

$\therefore a=-2$

16. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3},\ 0\right)$ 에서 만난다.

② 정의역은 $\{x|x \le -3\}$ 이다.

③ 치역은 $\{y|y \ge -1\}$ 이다.

④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$y = \sqrt{14} - 2$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3},\ \sqrt{14} - 2\right)$ 를 지난다.

② $9 + 3x \ge 0$ 에서 $x \ge -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \ge -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \ge 0$ 이므로 치역은

$\{y|y \ge -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

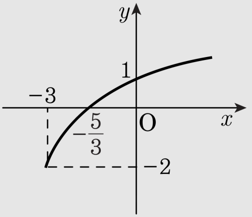
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

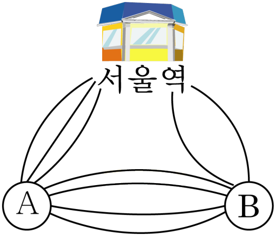
⑤ $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



17. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A와 B를 왕복하는 방법의 수를 구하시오.(단, A에서 출발한다.)



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

(i) $A \to$ 서울역 $\to B \to A$

: $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

(ii) $A \to B \to$ 서울역 $\to A$

: $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

(i), (ii) 이므로

$24 + 24 = 48$ (가지)

18. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$ ② ${}_{n}P_4$ ③ ${}_{n}C_4$ ④ ${}_{n}P_5$ ⑤ ${}_{n}C_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_{n}P_5$

19. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지

④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

20. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지 ② 98가지 ③ 132가지

④ 162가지 ⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는모두 3가지이다.

$\therefore\ 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162$가지

21. 10종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

${}_{10}C_3 = 120$

22. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36　② 40　③ 44　④ 48　⑤ 52

해설

오렌지 9개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$\therefore\ {}_9C_2 = 36$

23. 등식 $\dfrac{225}{157}=a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{d+\cfrac{1}{e}}}}$을 만족시키는 자연수 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=1$

▷ 정답 : $b=2$

▷ 정답 : $c=3$

▷ 정답 : $d=4$

▷ 정답 : $e=5$

해설

$$\frac{225}{157}=1+\frac{68}{157}=1+\cfrac{1}{\cfrac{157}{68}}$$

$$=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{21}{68}}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{5}{21}}}$$

$$=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}}$$

$\therefore a=1,\ b=2,\ c=3,\ d=4,\ e=5$

24. $a : b = c : d$일 때 다음 등식 중 성립하지 않는 것은?(단, 분모는 모두 0 이 아니다.)

① $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{c+d}{c-d}$ ② $\dfrac{a+d}{a-d} = \dfrac{b+c}{b-c}$

③ $\dfrac{a+c}{a-c} = \dfrac{b+d}{b-d}$ ④ $\dfrac{c}{d} = \dfrac{a+c}{b+d}$

⑤ $\dfrac{c}{d} = \dfrac{a-c}{b-d}$

해설

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$에서

$\dfrac{a-b}{b} = \dfrac{c-d}{d} \cdots$ ㉠

$\dfrac{a+b}{b} = \dfrac{c+d}{d} \cdots$ ㉡

㉡ ÷ ㉠하면

$\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{c+d}{c-d}$

$\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$에서

$\dfrac{a-c}{c} = \dfrac{b-d}{d} \cdots$ ㉢

$\dfrac{a+c}{c} = \dfrac{b+d}{d} \cdots$ ㉣

㉣ ÷ ㉢하면

$\dfrac{a+c}{a-c} = \dfrac{b+d}{b-d}$

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$에서 가비의 리를 이용하면

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = \dfrac{a+c}{b+d} = \dfrac{a-c}{b-d}$

$\therefore \dfrac{c}{d} = \dfrac{a+c}{b+d} = \dfrac{a-c}{b-d}$

25. 분수함수 $y=\dfrac{x+k-1}{x-1}\ (k\neq 0)$ 에 대한 설명으로 다음 중 옳지 않은 것은?

① 치역은 1을 제외한 실수 전체집합이다.

② $(1,\ 1)$에 대하여 대칭이다.

③ $|k|$가 클수록 곡선은 $(1,\ 1)$에 가까워진다.

④ 점근선은 $x=1,\ y=1$ 이다.

⑤ $y=-x+2$ 에 대하여 대칭이다.

해설

① 정의역은 $x\neq 1$ 인 실수, 치역은 $y\neq 1$ 인 실수
② 점근선의 교점인 $(1,\ 1)$ 에 대해 대칭이다.
③ $|k|$가 커질 수록 $(1,\ 1)$에 멀어진다.
⑤ 기울기가 ± 1이고 $(1,\ 1)$을 지나는 직선에 대칭이다.

26. 나란히 놓인 10개의 의자에 A, B, C, D 의 4명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

해설

10 개의 의자에 네 사람이 앉으므로 빈 의자는 6 개이다. 이 6 개의 의자 사이 및 양 끝의 7 자리에 의자에 앉은 네 사람을 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\Rightarrow {}_7P_4 = 840$

27. IMPORT의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, I와 T가 양 끝에 오는 경우의 수는?

① 36 ② 42 ③ 48 ④ 54 ⑤ 60

해설

I와 T를 양 끝에 오게 하는 경우의 수 : 2
나머지 문자를 배열하는 경우의 수 : 4!
$4! \times 2 = 48$

28. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는?

① 12　　② 20　　③ 24　　④ 30　　⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

29. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 적혀 있는 7 개의 카드 중에서 서로 다른 5 개의 카드를 뽑아 나열한다. 이 때, 위의 그림의 예와 같이 첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이 면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상이 되도록 나열하는 방법의 수는?

2	5	7	3	6

① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

해설

첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상인 경우는
$1-7, 2-6, 3-5, 5-3$ 의 4가지이다.
이 4가지 경우에 대하여 각각 중앙에 남은 세 자리에 5개의 수 중에서
3개를 택하여 나열하는 방법의수는
${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 60 = 240$ (가지)

30. $6 \cdot {}_{n}C_{2} = 5 \cdot {}_{n+1}C_{2}$ 를 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 11$

해설

$6 \cdot {}_{n}C_{2} = 5 \cdot {}_{n+1}C_{2}$ 에서

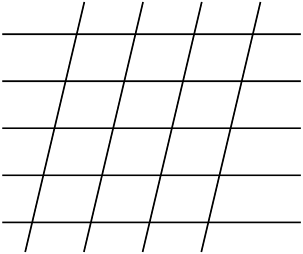
$6 \cdot \dfrac{n(n-1)}{2!} = 5 \cdot \dfrac{(n+1)n}{2!}$

$6n^2 - 6n - 5n^2 - 5n = 0$

$n^2 - 11n = 0, \ n(n-11) = 0$

$\therefore \ n = 11(\because n \geq 2)$

31. 그림과 같이 5개의 평행선과 4개의 평행선이 서로만날 때, 이 평행선으로 만들어지는 평행사변형의개수는?



① 30　② 40　③ 50　④ 60　⑤ 70

해설

가로줄에서 2 개, 세로줄에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 된다.

$\therefore\ {}_4C_2 \times {}_5C_2 = 60$

32. 서로 다른 과일 6 개에 대하여 1 개, 2 개, 3 개로 나누는 경우의 수를 구하여라.

▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 60 가지

해설

$$_6C_1 \times_5 C_2 \times_3 C_3 = 60$$

33. 목욕통에 세 개의 수도꼭지 A, B, C로 물을 채우려고 한다. 세 개를 모두 틀어 물을 채우면 1시간이 걸리고, A와 C를 틀어 채우면 1.5시간, B와 C를 틀어 채우면 2시간이 걸린다. A와 B를 틀어 채울 때 걸리는 시간은?

① 1.2　② 1.25　③ 1.3　④ 1.35　⑤ 1.5

해설

물의 양을 1로 보고 수도꼭지 A, B, C가 시간 당 채우는 양을 각각 a, b, c라 하면

$$\frac{1}{a+b+c}=1,\ \frac{1}{a+c}=\frac{3}{2},\ \frac{1}{b+c}=2$$

연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$

따라서 A와 B를 틀어 채울 때 걸리는 시간은

$$\frac{1}{a+b}=\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=\frac{6}{5}=1.2(\text{시간})$$

34. 분수함수 $y = \dfrac{x-4}{x-3}$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을 바르게 구한 것은?

① $\left\{y \mid -\dfrac{4}{3} < y < 1\right\}$

② $\left\{y \mid \dfrac{4}{3} \leq y < -1\right\}$

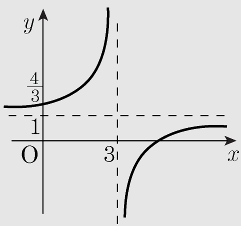
③ $-1 \leq y < \dfrac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체

④ $1 \leq y < \dfrac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체

⑤ $-\dfrac{4}{3} \leq y \leq 1$ 을 제외한 실수 전체

해설

$$y = \frac{x-4}{x-3} = \frac{x-3-1}{x-3} = 1 + \frac{-1}{x-3}$$



$x = 0$ 일 때, $y = \dfrac{-4}{-3} = \dfrac{4}{3}$ 이므로,

치역은 $1 \leq y < \dfrac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체

35. 함수 $f_1(x) = \dfrac{2x+3}{-x-1}$ 에 대하여 $f_{n+1} = f_1 \circ f_n (n = 1, 2, 3, \cdots)$ 이라 할 때, $f_{100}(1)$ 의 값은?

① -1　　② $-\dfrac{5}{2}$　　③ $-\dfrac{4}{3}$　　④ 1　　⑤ 2

해설

$f_1(x) = \dfrac{2x+3}{-x-1}$ 에서 $f_1(1) = -\dfrac{5}{2}$

$$f_2(1) = (f_1 \circ f_1)(1) = f_1\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$= \frac{-\dfrac{10}{2}+3}{\dfrac{5}{2}-1} = -\frac{4}{3}$$

$$f_3(1) = (f_1 \circ f_2)(1) = f_1\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{-\dfrac{8}{3}+3}{\dfrac{4}{3}-1} = 1$$

$$f_4(1) = (f_1 \circ f_3)(1) = f_1(1) = -\frac{5}{2}$$

$\therefore f_4 = f_1,\ f_5 = f_2,\ f_6 = f_3, \cdots$

$\therefore f_{3n+1} = f_1,\ f_{3n+2} = f_2,\ f_{3n} = f_3$

$100 = 3 \times 33 + 1$ 이므로

$\therefore\ f_{100}(1) = f_1(1) = -\dfrac{5}{2}$

36. $a = \sqrt{2+\sqrt{3}}$, $b = \sqrt{2-\sqrt{3}}+1$일 때, a^2+b^2-ab-a의 값을 구하면?

① 1　　② -1　　③ 2

④ $4-2\sqrt{2}$　　⑤ $2-\sqrt{2}$

해설

$$a = \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

$$b = \sqrt{2-\sqrt{3}}+1 = \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}}+1$$
$$= \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}+1 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}+1$$

$$b-1 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned} a^2+b^2-ab-a &= (a-b)^2+ab-a \\ &= (a-b)^2+a(b-1) \\ &= (\sqrt{2}-1)^2+1 \\ &= 4-2\sqrt{2} \end{aligned}$$

37. $x = \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}}$일 때, $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\sqrt{49} - \sqrt{48}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} \\ &= \sqrt{(4+3) - 2\sqrt{4 \times 3}} \\ &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

$x = 2 - \sqrt{3}$ 에서 $(x-2)^2 = (-\sqrt{3})^2$

$x^2 - 4x + 4 = 3$

$\therefore\ x^2 - 4x + 1 = 0$

$x^4 - 3x^3 - 3x^2 + x + 1$

$= x^2(x^2 - 4x + 1) + x^3 - 4x^2 + x + 1$

$= x^3 - 4x^2 + x + 1 = x(x^2 - 4x + 1) + 1 = 1$

38. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P 의 좌표를 구하면?

① $(1,\ -2)$ ② $(-3,\ -1)$

③ $(1,\ 1)$ ④ $(-2,\ -2)$

⑤ $(1,\ 1)$, $(-2,\ -2)$

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x좌표는

$f(x) = x$의 해와 같다. $\sqrt{x+3} - 1 = x$에서

$x^2 + x - 2 = 0$

$x = 1, -2$

$x = 1(\because\ x \geq -1)$

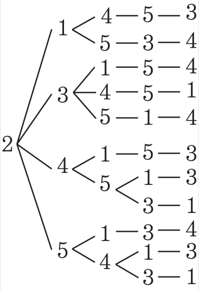
$\therefore\ \mathrm{P} = (1, 1)$

39. $1, 2, 3, 4, 5$ 를 일렬로 배열할 때 i 번째 숫자를 $a_i (1 \leq i \leq 5)$ 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4)(a_5 - 5) \neq 0$ 인 경우의 수는 몇 가지인지 구하시오.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 44 가지

해설



$(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4)(a_5 - 5) \neq 0$ 인 것은 $a_1 \neq 1, a_2 \neq 2, a_3 \neq 3, a_4 \neq 4, a_5 \neq 5$ 인 것을 뜻한다.

$a_1 \neq 1$ 이므로 $a_1 = 2, 3, 4, 5$ 인 경우에 따라서 조사한다.

$a_2 \neq 2$ 인 경우 $a_2 = 1, 3, 4, 5$ 의 네 가지 경우가 있으며, 위 수형도와 같이 조사해 보면 모두 11 가지가 있다.

$a_1 = 3, 4, 5$ 인 경우도 마찬가지이므로 구하는 모든 경우의 수는 $4 \times 11 = 44$ (가지)

40. '국회의사당'의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$