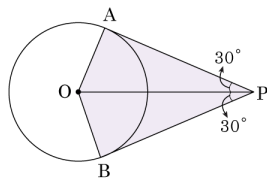


1. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{AP} = 4\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, 색칠한 도형의 둘레는?

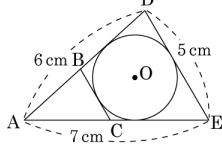


- ① 6cm ② $(6 + 6\sqrt{2})\text{cm}$ ③ $12\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $(4 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 + 8\sqrt{3})\text{cm}$

해설

$\sqrt{3} \overline{OA} = \overline{AP}$
 $\sqrt{3} \overline{OA} = 4\sqrt{3}$
 $\therefore \overline{OA} = 4\text{cm}$
 따라서 색칠된 도형의 둘레는
 $(8 + 8\sqrt{3})\text{cm}$

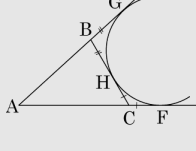
2. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ADE$ 의 내접원이고, $\overline{BC}$ 는 원 O에 접한다. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{DE} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 8cm

해설



원 O와 $\overline{AE}$ 의 접점을 F라 하면

$\triangle ABC$ 의 둘레 = $2\overline{AF}$

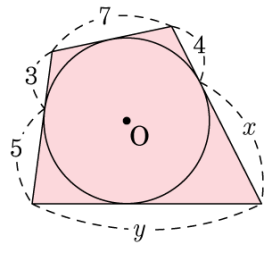
$\overline{AF}$ 의 길이를 x 라 하면

$$(7 - x) + (6 - x) = 5$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 둘레} = 8$$

3. 다음 그림에서 $y - x$ 의 값을 구하여라.



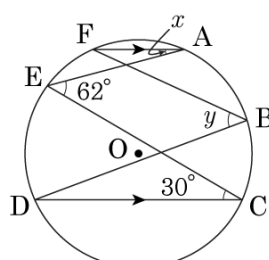
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$7 + y = 8 + 4 + x \therefore y - x = 5$$

4. 다음 그림에서 $\overline{AF} \parallel \overline{CD}$ 이고 $\angle AEC = 62^\circ$, $\angle DCE = 30^\circ$ 일 때, $\angle y - \angle x$ 의 크기를 구하여라.



(단, 단위는 생략)

▶ 답: ①

▶ 정답 : 30°

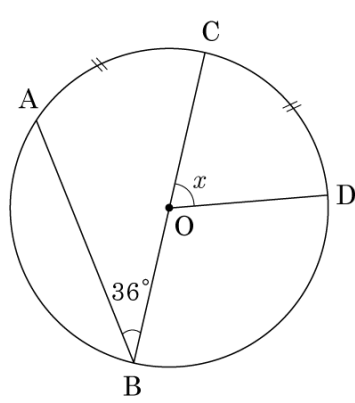
해설

$$y = x + 30^\circ, 62^\circ = x + 30^\circ (\because \text{엇각의 성질 이용})$$

$$\therefore x = 32^\circ, y = 62^\circ$$

$$\therefore y - x = 30^\circ$$

5. 다음 그림에서 $\angle COD = x^\circ$, $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 라고 할 때, x 의 크기는?



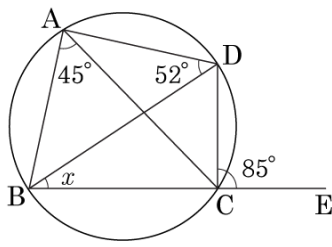
- ① 58° ② 62° ③ 68° ④ 72° ⑤ 76°

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 이므로 두 호에 대한 원주각 및 중심각의 크기는 같다.

$$\therefore x^\circ = 36^\circ \times 2 = 72^\circ$$

6. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 ▶ ○ —

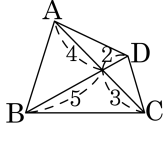
▶ 정답 : 40°

해설

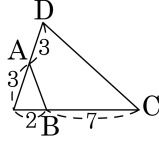
사각형 ABCD가 원에 내접하므로 $\angle BAD = \angle DCE$
 그러므로 $\angle CAD = 40^\circ$ 이고
 $\angle CBD$ 와 $\angle CAD$ 는 5.0pt $\widehat{CD}$ 의 원주각이므로 크기가 같다.
 $\therefore x = 40^\circ$

7. 다음 □ABCD 중에서 원에 내접하는 것을 모두 고르면?

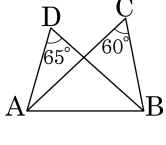
①



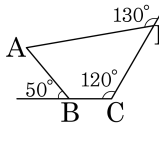
②



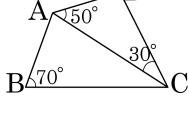
③



④



⑤

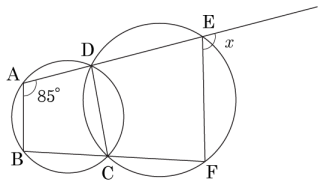


해설

② $3 \times 6 = 2 \times 9$

④ $50^\circ = 180^\circ - 130^\circ$

8. 다음 그림에서 $\angle A = 85^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



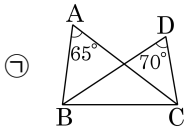
- ① 80° ② 85° ③ 90° ④ 95° ⑤ 100°

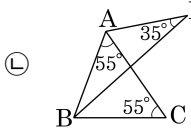
해설

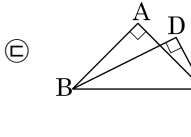
원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle DCF = \angle A = 85^\circ$ 이다.
 $\square CDEF$ 가 원에 내접하므로
 $\angle x = \angle DCF = 85^\circ$ 이다.

9. 다음 그림 중에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있게 되는 것을 찾아라.

보기

㉠ 

㉡ 

㉢ 

▶ 답 :

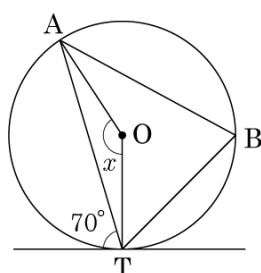
▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\angle BAC \neq \angle BDC$
㉡ $\angle ADB \neq \angle ACB$
㉢ $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$

10. 다음 그림에서 점 T가 원 O의 접점일 때,
 $\angle x$ 의 크기는?

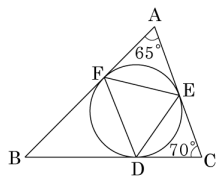
- ① 110° ② 120° ③ 130°
④ 140° ⑤ 150°



해설

$$\begin{aligned}\angle ABT &= 70^\circ \\ \angle AOT &= 2\angle ABT \\ \therefore x &= 140^\circ\end{aligned}$$

11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원이 $\triangle DEF$ 의 외접원이다.
 $\angle A = 65^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는?

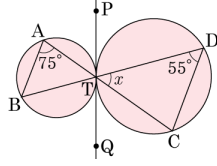


- ① 65° ② 65.5° ③ 66° ④ 67.5° ⑤ 68.5°

해설

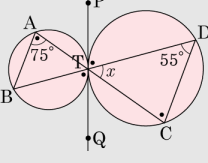
$\angle FBD = 180^\circ - (65^\circ + 70^\circ) = 45^\circ$
 $\overline{BF} = \overline{BD}$ 이므로
 $\therefore \angle DEF = \angle BDF = (180^\circ - 45^\circ) \div 2 = 67.5^\circ$

12. 다음 그림에서 두 원이 점 T에서 서로 접하고 $\angle BAT = 75^\circ$, $\angle CDT = 55^\circ$ 일 때, $\angle CTD$ 의 크기는?



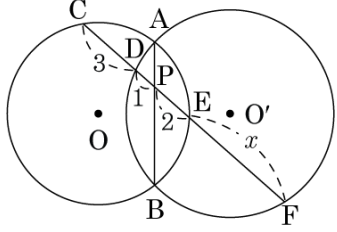
- ① 45° ② 50° ③ 55° ④ 65° ⑤ 75°

해설



접선과 현이 이루는 각의 성질과 맞꼭지각의 성질에 따라
 $\angle DCT = 75^\circ$, $\triangle DCT$ 에서 $\therefore x = 180^\circ - 75^\circ - 55^\circ = 50^\circ$

13. 다음 그림에서 $\overline{CD} = 3$, $\overline{DP} = 1$, $\overline{PE} = 2$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

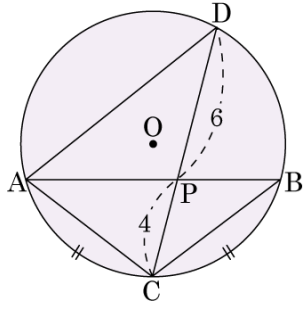


- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

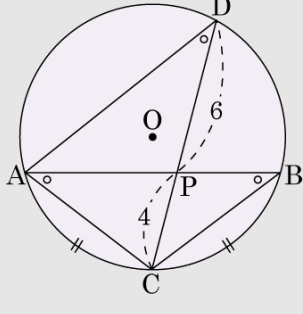
$\overline{AB}$ 가 두 원의 공통현이므로
원 O 에서 $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{CP} \cdot \overline{PE}$
원 O' 에서 $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{DP} \cdot \overline{PF}$
 $\therefore \overline{CP} \cdot \overline{PE} = \overline{DP} \cdot \overline{PF}$
 $(3 + 1) \times 2 = 1 \times (2 + x)$
 $\therefore x = 6$

14. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$, $\overline{PC} = 4$, $\overline{PD} = 6$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



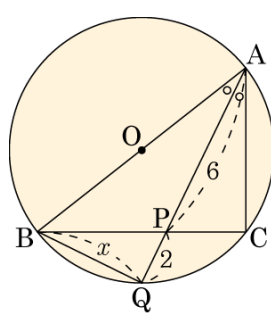
- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{10}$

해설



$$\begin{aligned} \triangle PAC \sim \triangle ADC \text{ 이므로 } \overline{AC} : \overline{DC} &= \overline{CP} : \overline{AC} \\ \overline{AC} : 10 &= 4 : \overline{AC} \\ \overline{AC}^2 &= 4 \times 10 \quad \therefore \overline{AC} = 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 지름이고, $\overline{AP} = 6$, $\overline{PQ} = 2$ 일 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

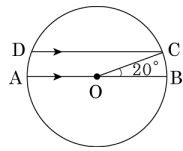
▶ 정답 : 4

해설

$\overline{AB}$ 가 지름이므로 $\angle ACB = \angle AQB = 90^\circ$ 이다.

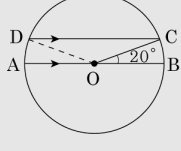
$$x^2 = 2(2 + 6) \quad \therefore x = 4$$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\angle BOC = 20^\circ$, $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 4\text{cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 의 길이는?



- ① 8cm ② 12cm ③ 20cm ④ 28cm ⑤ 32cm

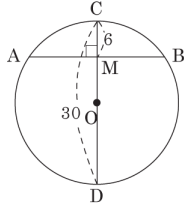
해설



$\angle BOC = \angle OCD = \angle ODC = 20^\circ$ (엇각과 이등변삼각형이므로)
 $\therefore \angle COD = 140^\circ$

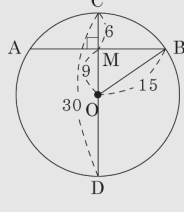
$$20 : 140 = 4 : 5.0\text{pt}\widehat{CD} \quad \therefore 5.0\text{pt}\widehat{CD} = 28$$

17. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 30 인 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{CM}$, $\overline{CM} = 6$ 일 때, 현 AB 의 길이는?



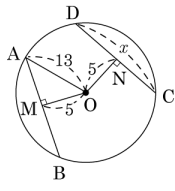
- ① 12 ② 16 ③ 24 ④ 34 ⑤ 36

해설



$\overline{OB} = 15$, $\overline{OM} = 9$ 이므로
 $\triangle OBM$ 에서 $\overline{BM} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$
 $\overline{BM} = \overline{AM}$ 이므로
 $\overline{AB} = 2 \times 12 = 24$

18. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



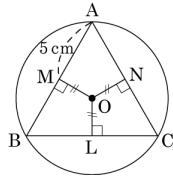
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\overline{AM} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ 이다.
따라서 $\overline{AB} = 2 \times 12 = 24$ 이다. $\overline{OM} = \overline{ON} = 5$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 24$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\overline{OL} = \overline{OM} = \overline{ON}$ 이고 $\overline{AM} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



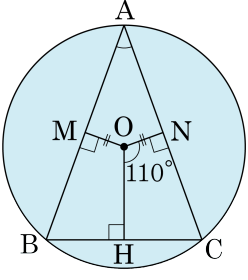
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 30 cm

해설

$\overline{OM} = \overline{ON} = \overline{OL}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 10\text{cm}$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $10 \times 3 = 30(\text{cm})$ 이다.

20. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고, $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle M = \angle N = \angle H = 90^\circ$, $\angle NOH = 110^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?



- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

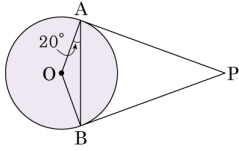
$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

따라서 $\angle B = \angle C$ 이다.

$$\angle C = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 110^\circ) = 70^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 70^\circ \times 2 = 40^\circ$$

21. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 은 접선이고, 두 점 A,B 은 접점이다.
 $\angle OAB = 20^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

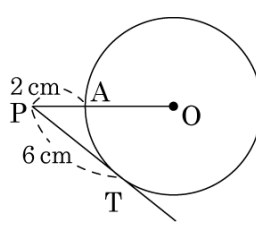


- ① 30° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 20°

해설

$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$, $\angle PAB = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$
 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle APB = 180^\circ - (70^\circ \times 2) = 40^\circ$

22. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 6\text{ cm}$, $\overline{PA} = 2\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?

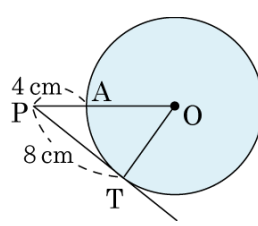


- ① 4 cm ② 6 cm ③ 7 cm
 ④ 8 cm ⑤ 12 cm

해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면,
 $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여
 $(r + 2)^2 = 36 + r^2 \therefore r = 8$

23. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 8\text{ cm}$, $\overline{PA} = 4\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?

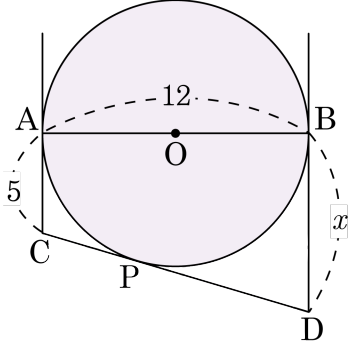


- ① $24\pi\text{ cm}^2$ ② $36\pi\text{ cm}^2$
 ③ $49\pi\text{ cm}^2$ ④ $60\pi\text{ cm}^2$
 ⑤ $65\pi\text{ cm}^2$

해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면, $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여
 $(r+4)^2 = 64 + r^2$
 $\therefore r = 6$
 따라서 원의 넓이는 $\pi r^2 = 36\pi\text{ cm}^2$ 이다.

24. 다음 그림에서 세 점 A, B, P 는 원 O 의 접점이다. 이 때, x 값은?

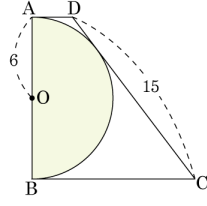


- ① 5 ② $\frac{16}{3}$ ③ 6.4 ④ 7.2 ⑤ 8

해설

그림과 같이 $\overline{CE} \perp \overline{BD}$ 인 점 E 를 잡으면
 $\overline{CD}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{DE}^2$
 $(x+5)^2 = 12^2 + (x-5)^2$
 $20x = 144$
 $\therefore x = 7.2$

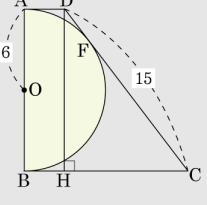
25. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반지름의 길이가 6 인 반원 O 에 접하고 $\overline{AB}$ 는 반원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 15$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

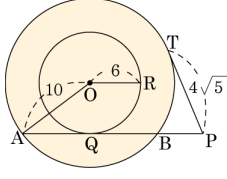
▷ 정답 : 3

해설



점 D 에서 내린 수선의 발을 점 H 라 하고, 반원과 접선 $\overline{CD}$ 의 교점을 점 F 라 한다.
 $\triangle DHC$ 에서 $\overline{CH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$, $\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = \overline{AD} = \overline{DF} = x$ 이다.
 또한, $\overline{CF} = \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{CD} = \overline{DF} + \overline{CF} \Rightarrow 15 = x + (9 + x)$
 $\therefore x = 3$

26. 다음 그림에서 두 동심원의 반지름의 길이가 각각 6cm, 10cm 이고 점 Q, T 는 작은 원과 큰 원의 접점이다. 이 때, $\overline{PB}$ 의 길이는?

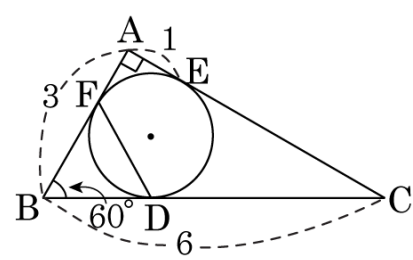


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \overline{OQ} &= 6 \text{ 이므로 } \overline{AQ} = 8 \\ \overline{BQ} &= \overline{AQ} = 8 \\ \overline{PT}^2 &= \overline{PB} \times \overline{PA} \\ 80 &= x(x + 16) \\ \therefore x &= 4 \end{aligned}$$

27. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형에서 원 O는 내접원일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



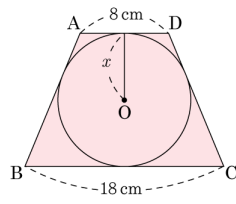
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{BF} = \overline{BD}$ 이고 $\angle B = 60^\circ$ 이므로 $\triangle BDF$ 는 정삼각형이다.
 $\overline{BF} = \overline{AB} - \overline{AF} = \overline{AB} - \overline{AE} = 3 - 1 = 2$
 따라서, $\overline{BF} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{DF} = 2$

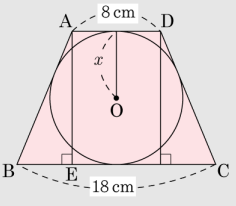
28. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

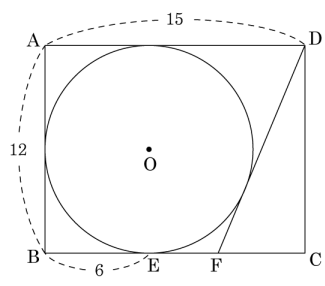
해설

$\overline{AB} + \overline{CD} = 8 + 18 = 26(\text{cm})$
 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$
 $\therefore \overline{AB} = 13(\text{cm})$



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
 $\overline{BE} = 5(\text{cm}) \quad \therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$
 $\therefore x = 12 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm})$

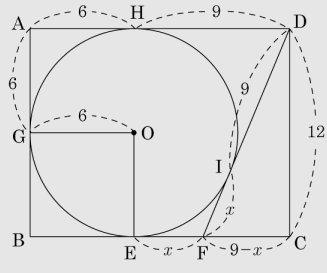
29. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 세 변에 접하는 원 O가 있다.
 $\overline{DF}$ 가 원 O의 접선일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답 : 13

해설



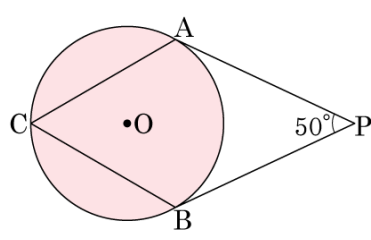
피타고라스 정리에 의해

$$\overline{DF}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{CD}^2$$
$$(x+9)^2 = (9-x)^2 + 12^2$$
$$\therefore x = 4$$

따라서 $\overline{DF} = 13$

30. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O의 접선이다. $\angle APB = 50^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?

- ① 50° ② 55°
 ③ 60° ④ 65°
 ⑤ 70°

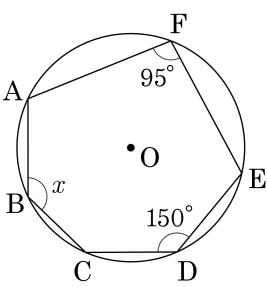


해설

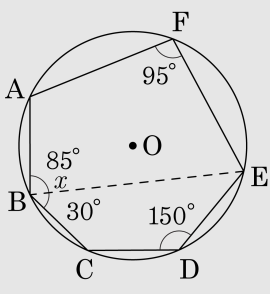
$$\begin{aligned}\angle ACB &= \frac{1}{2} \angle AOB \\ &= \frac{1}{2} \times (360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 50^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ\end{aligned}$$

31. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 육각형에서 $\angle D = 150^\circ$, $\angle F = 95^\circ$, $\angle B = x^\circ$ 일 때, x 의 값은?

- ① 105° ② 115° ③ 125°
 ④ 135° ⑤ 145°

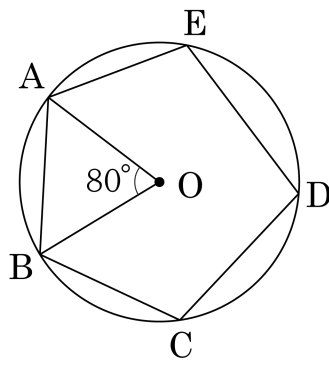


해설



보조선 BE를 그으면 내접하는 사각형이 두 개 있다. 대각의 합은 180° 이므로 $\angle ABE = 85^\circ$, $\angle EBC = 30^\circ$ 따라서 $x^\circ = 115^\circ$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle AOB = 80^\circ$ 일 때, $\angle C + \angle E$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 220°

해설

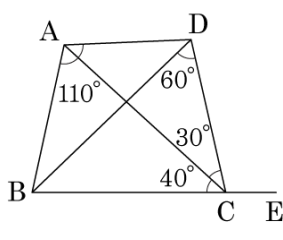
점 A 와 점 C 를 연결하면 $\angle ACB = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

또 □ACDE 는 원에 내접하므로

$\angle E + \angle ACD = 180^\circ$

$\therefore \angle C + \angle E = 40^\circ + 180^\circ = 220^\circ$

33. 다음 □ABCD 에 대하여 다음 물음에 순서대로 답한 것은?
(1)□ABCD는 원에 내접하는지 말하여라.
(2)∠DCE의 크기를 구하여라.
(3)∠BAC의 크기를 구하여라.



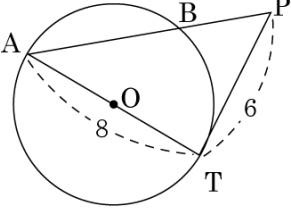
- ① 내접한다. 110° , 60°
- ② 내접한다. 100° , 60°
- ③ 내접한다. 110° , 50°
- ④ 내접하지 않는다. 110° , 50°
- ⑤ 내접하지 않는다. 100° , 50°

해설

사각형이 원에 내접하기 위한 조건
한 쌍의 대각의 합이 180°

- (1) $\angle A + \angle C = 110^\circ + 70^\circ = 180^\circ$
대각의 합이 180° 이므로 내접한다.
- (2) $\angle DCE = \angle A = 110^\circ$
- (3) $\angle BAC = \angle BDC = 60^\circ$

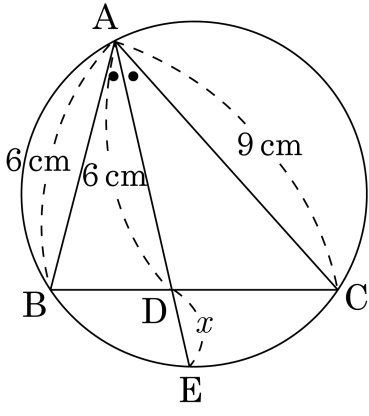
34. 다음 그림은 원 O의 접선을 $\overline{PT}$, 는 원 O의 지름 $\overline{AT}$ 를 나타낸 것이다. $\overline{AP}$ 가 원 O와 만나는 점을 B라고 할 때, $\overline{PB}$ 의 길이는?
- ① $\frac{11}{5}$ ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{16}{5}$
 ④ $\frac{18}{5}$ ⑤ $\frac{21}{5}$



해설

$$\begin{aligned} \overline{PA}^2 &= 8^2 + 6^2 \text{ 이므로 } \overline{PA} = 10 \\ \overline{PT}^2 &= \overline{PB} \times \overline{PA} \\ 6^2 &= \overline{PB} \times 10 \\ \therefore \overline{PB} &= \frac{36}{10} = \frac{18}{5} \end{aligned}$$

35. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선 $\overline{AD}$ 의 연장선이 원과 만나는 점을 E 라 할 때, x 의 값은?

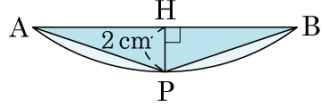


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle ABE \sim \triangle ADC (\because \text{AA 대응})$
 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}$
 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$
 $6 \times 9 = 6 \times (6 + x)$
 $\therefore x = 3$

36. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 8cm 인 원의 일부분이다. $\overline{AH} = \overline{BH}$, $\overline{AB} \perp \overline{HP}$ 이고 $\overline{HP} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle APB$ 의 둘레는?



- ① $7\sqrt{2}\text{cm}$ ② $(16\sqrt{7} + 3\sqrt{2})\text{cm}$
 ③ $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{7})\text{cm}$ ④ $(4\sqrt{7} + 8\sqrt{2})\text{cm}$
 ⑤ $(2\sqrt{7} + 4\sqrt{2})\text{cm}$

해설

원의 중심 O를 그림에 나타내어 보면
직각삼각형 $\triangle OAH$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2} \\ &= \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})\end{aligned}$$

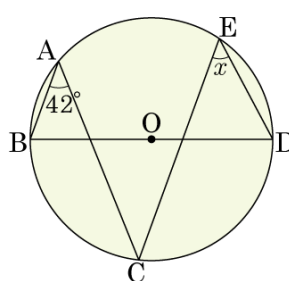
이때, $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{7}\text{ cm}$ 이므로
 $\overline{AB} = 4\sqrt{7}\text{ cm}$ 이고,

$$AB = 4\sqrt{7} \text{ cm} \approx 10.58,$$

$$\begin{aligned}\overline{AP} &= \sqrt{(\overline{AH^2}) + (\overline{HP^2})} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

따라서, $\triangle APB$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2} + 4\sqrt{7})(\text{cm})$ 이다.

38. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

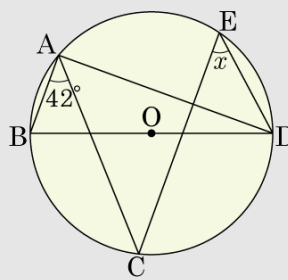


▶ 답 : 0

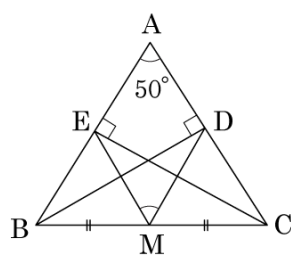
▶ 정답 : 48°

해설

A, D 를 연결하면
 $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle CAD = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$
 $\angle x = \angle CAD = 48^\circ$



39. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle EMD$ 의 크기를 구하면?



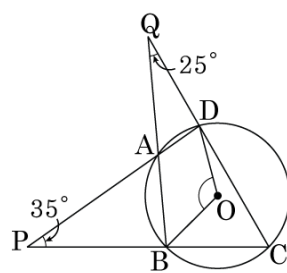
- ① 40° ② 50° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\triangle ABD$ 에서 $\angle ABD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

따라서 $\angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 이다.

40. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 35^\circ$, $\angle BQC = 25^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?

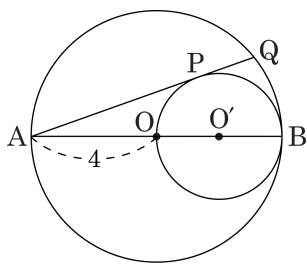


- ① 100° ② 110° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$\angle BCD = x$ 라 하면, $\angle DAQ = x$
 $\angle ADQ = x + 35^\circ$ (삼각형의 외각)
 $\triangle QAD$ 에서 $x + 25^\circ + (x + 35^\circ) = 180^\circ$
 $\therefore x = 60^\circ$
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이다.

41. 다음 그림에서 원 O' 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O' 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?
- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
 ③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$



해설

$$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$$

$$\overline{AP} = 4\sqrt{2}$$

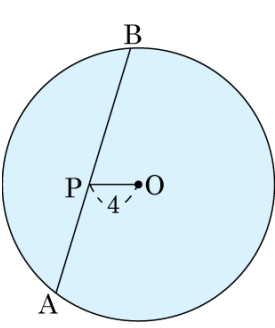
$\triangle APO' \sim \triangle AQB$ 에서

$$6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

42. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10인 원 O의 현 AB 위에 점 P가 있다. $OP = 4$ 일 때, $\overline{PA} \times \overline{PB}$ 의 값은?

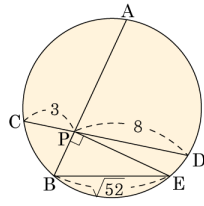
- ① 72 ② 74 ③ 78
 ④ 82 ⑤ 84



해설

$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} = 6 \times 14 = 84$$

43. 다음 그림에서 점 P는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점이고, $\overline{AP} = \overline{EP}$, $\angle BPE = 90^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?

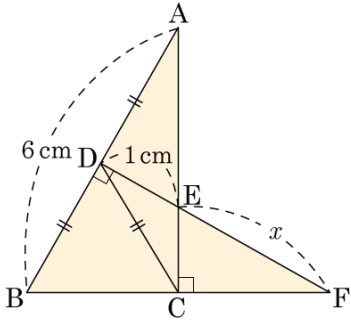


- ① 9 ② $5\sqrt{2}$ ③ 10 ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ 11

해설

$\overline{AP} = x$ $\overline{BP} = y$ 라 하면
 $xy = 24$ ($\because$ 원과 비례관계)
 $x^2 + y^2 = 52$ ($\because$ $\triangle PBE$ 피타고라스 정리)
 $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
 $(x + y)^2 = 52 + 48 = 100$
 $\therefore x + y = 10$

44. 다음 그림에서 $\angle ACF = \angle FDB = 90^\circ$ 이고 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{DC}$ 이다.
 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{DE} = 1\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하면?



- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

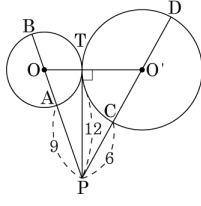
해설

$\triangle BAC \sim \triangle BFD$ ($\because$ AA닮음)
 $\therefore \angle A = \angle F, \angle A = \angle DCA$
 $\therefore \angle F = \angle DCA$ 따라서, $\triangle CEF$ 의 외접원에 대해 $\overline{DC}$ 는 접선

$$\Rightarrow \overline{DC}^2 = \overline{DE} \cdot \overline{DF}$$

$3^2 = 1(1 + x)$ 따라서 $x = 8$ 이다.

45. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 이 원의 접선이고, $\overline{OT}$ 는 원 O의 반지름, $\overline{O'T}$ 는 원 O'의 반지름이다. $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{2}$

해설

원 O에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로

$$12^2 = 9 \times (9 + \overline{AB}) \text{ 이다.}$$

$$144 = 9 \times (9 + 2\overline{OA})$$

$$\therefore 2\overline{OA} = 7$$

$$\therefore \overline{OT} = \overline{OA} = \frac{7}{2}$$

원 O'에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로

$$12^2 = 6 \times (6 + \overline{CD})$$

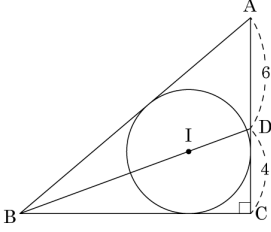
$$144 = 6 \times (6 + 2\overline{O'C})$$

$$\therefore 2\overline{O'C} = 18$$

$$\therefore \overline{O'T} = \overline{O'C} = 9$$

$$\text{따라서 } \overline{OO'} = \overline{OT} + \overline{O'T} = \frac{7}{2} + 9 = \frac{25}{2} \text{ 이다.}$$

46. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I라 하고, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{AD} = 6, \overline{CD} = 4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



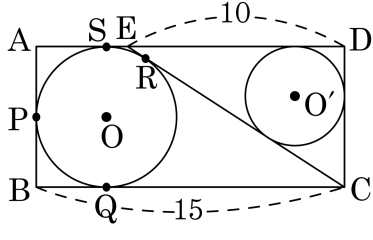
▶ 답 :

▷ 정답 : $5 - \sqrt{5}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle ABC$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2$
 $\overline{AB} = 3a, \overline{BC} = 2a$ 로 놓으면
 $9a^2 = 4a^2 + 100$
 $5a^2 = 100$
 $a = 2\sqrt{5} (\because a > 0)$
 $\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 10\sqrt{5})$
 $\therefore r = 5 - \sqrt{5}$

47. 다음 그림과 같이 원 O가 사각형 ABCE에 내접하고 원 O'는 $\triangle CDE$ 에 내접한다. $BC = 15$, $DE = 10$ 일 때, 두 원 O, O'의 반지름의 길이의 합을 구하여라. (단, $\square ABCD$ 는 직사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{4}$

해설

다음 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 x 라 하면 $\overline{AP} = \overline{AS} = \overline{BP} = \overline{BQ} = x$ 이고

$$\overline{SE} = 5 - x = \overline{RE}, \quad \overline{QC} = 15 - x = \overline{RC}$$

$$\overline{CE} = \overline{RC} + \overline{RE} = 15 - x + 5 - x = 20 - 2x$$

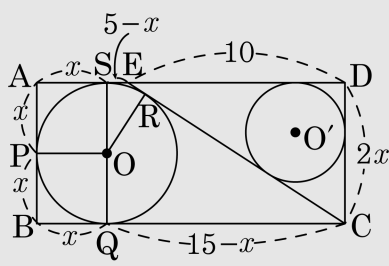
$$\triangle CDE \text{에서 } (20 - 2x)^2 = 10^2 + (2x)^2 \quad \therefore x = \frac{15}{4}$$

$$\therefore \triangle CDE = \frac{1}{2} \times 2x \times 10 = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times 10 = \frac{75}{2}$$

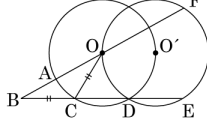
이때 원 O'의 반지름의 길이를 y 라 하면

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \times \left(10 + \frac{15}{2} + \frac{25}{2} \right) \times y = \frac{75}{2} \quad \therefore y = \frac{5}{2}$$

따라서 두 원의 반지름의 길이의 합은 $\frac{15}{4} + \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$



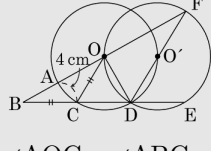
48. 다음 그림과 같이 크기가 같은 두 원 O, O' 이 서로 중심을 지나고 있다.
 $\overline{BC} = \overline{OC}$ 이고 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 4\text{ cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{DEF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24 cm

해설



$\angle AOC = \angle ABC = x$ 라 하면

$\angle OCD = \angle ODC = 2x$ 이다.

$\angle FOD$ 는 $\triangle OBD$ 의 외각이므로

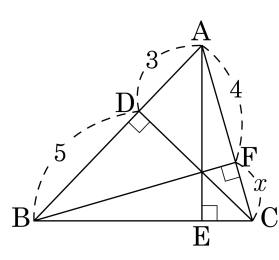
$\angle FOD = 3x$ 이다.

원 O' 에서 $5.0\text{pt}\widehat{DEF}$ 의 중심각 $\angle DO'F = 6x$ 이다.

$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{DEF} = 1 : 6$

$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{DEF} = 6 \times 4 = 24(\text{ cm})$

49. 다음 그림에서 네 점 B, C, D, F 는 한 원 위에 있을 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{11}$ ④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

해설

$$\overline{AF} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AB} = 6 \text{ 이므로}$$

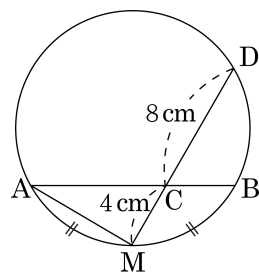
$$4(4+x) = 3 \cdot 8$$

$$\therefore x = 2$$

$$\triangle ABF \text{ 에서 } \overline{BF} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$$

$$\triangle BFC \text{ 에서 } \overline{BC} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 2^2} = 2\sqrt{13}$$

50. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AM} = 5.0\text{pt}\widehat{BM}$ 이고, $\overline{MC} = 4\text{ cm}$, $\overline{CD} = 8\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{3}\text{ cm}$

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AM} = 5.0\text{pt}\widehat{BM}$ 이므로 $\angle ADM = \angle BAM$
 $\therefore \overline{AM}$ 은 $\triangle ACD$ 의 외접원의 접선
 $\overline{AM}^2 = \overline{CM} \times \overline{DM} = 4 \times (4 + 8) = 48$
 $\therefore \overline{AM} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$