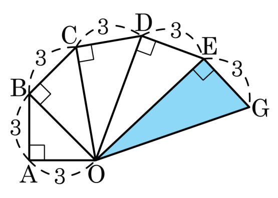
1. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{OEG}$ 의 넓이는?



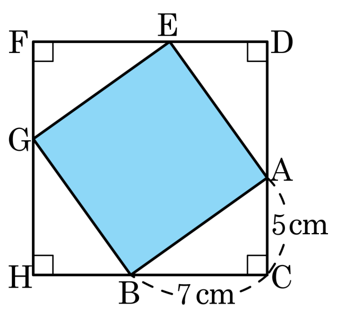
① $9\sqrt{5}$ ② $5\sqrt{5}$ ③ $\frac{9}{2}\sqrt{5}$
④ $\frac{5}{2}\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

$\overline{\mathrm{OE}} = \sqrt{3^2+3^2+3^2+3^2+3^2} = 3\sqrt{5}$

따라서 $\triangle\mathrm{OEG}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 3\sqrt{5}\times 3 = \frac{9\sqrt{5}}{2}$

2. 다음 그림의 □FHCD 는 △ABC 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG 의 넓이를 구하여라.



① $71\,\text{cm}^2$ ② $72\,\text{cm}^2$ ③ $73\,\text{cm}^2$

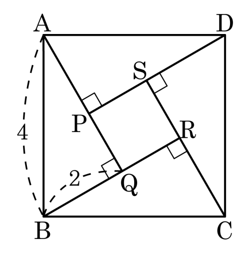
④ $74\,\text{cm}^2$ ⑤ $75\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{\text{AB}} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$

$\square\text{BAEG} = (\sqrt{74})^2 = 74\ (\text{cm}^2)$

3. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 네 개의 직각삼각형이 합동일 때, 정사각형 PQRS 의 한 변의 길이는?



① $2(\sqrt{2}-1)$　② $2(\sqrt{3}-1)$　③ $3(\sqrt{2}-1)$

④ $3(\sqrt{3}-1)$　⑤ 3

해설

$\overline{AP} = \overline{BQ} = 2$, $\overline{AQ} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 2\sqrt{3} - 2$

$\therefore$ □PQRS 의 한 변의 길이는 $2(\sqrt{3}-1)$ 이다.

4. 다음 중 직각삼각형을 모두 골라라.

㉠ 5 cm, 6 cm, 9 cm	㉡ 9 cm, 12 cm, 15 cm
㉢ 4 cm, $4\sqrt{3}$ cm, 6 cm	㉣ 5 cm, 12 cm, 13 cm
㉤ 10 cm, 16 cm, 20 cm	

▶ 답 :

▶ 답 :

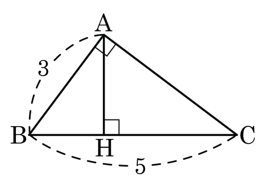
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $9^2 > 5^2 + 6^2$
㉡ $15^2 = 9^2 + 12^2$
㉢ $(4\sqrt{3})^2 < 4^2 + 6^2$
㉣ $13^2 = 5^2 + 12^2$
㉤ $20^2 > 10^2 + 16^2$

5. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는?



① 1.2　② 1.6　③ 2　④ 2.4　⑤ 2.8

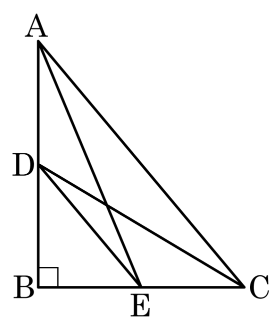
해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 4$ 이므로

$\overline{\mathrm{AH}} \times 5 = 3 \times 4$

$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = 2.4$

6. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?

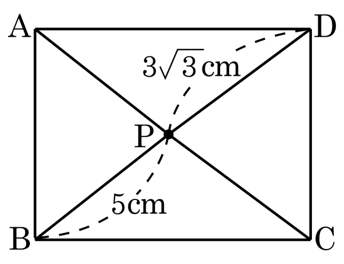


① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{23}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{29}$

해설

$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{\mathrm{PB}} = 5\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{PD}} = 3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2$ 의 값은?



① 34 ② 42 ③ 49 ④ 50 ⑤ 52

해설

$\overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$ 이다.

8. 넓이가 160 인 정사각형의 대각선의 길이를 구하여라.

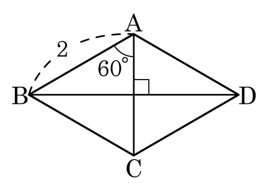
▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

넓이가 160 이므로
한 변의 길이는 $\sqrt{160} = 4\sqrt{10}$ 이다.
피타고라스 정리를 적용하여
$(4\sqrt{10})^2 + (4\sqrt{10})^2 = x^2$
$x^2 = 320$
그런데, $x > 0$ 이므로
$x = \sqrt{320} = \sqrt{8^2 \times 5} = 8\sqrt{5}$ 이다.

9. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2 인 마름모이다. □ABCD 의 넓이는?



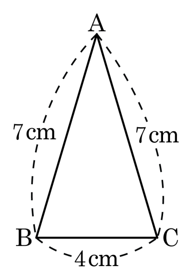
① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4

④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

대각선의 교점을 H 라 하면 △ABH 에서
$\overline{AH} = 1$, $\overline{BH} = \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AC} = 2$, $\overline{BD} = 2\sqrt{3}$
$\therefore$ □ABCD $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 7\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ________ cm^2

▷ 정답: $6\sqrt{5}$ cm^2

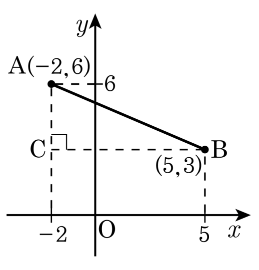
해설

이등변삼각형의 높이는

$\sqrt{7^2 - 2^2} = \sqrt{49 - 4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\ (\text{cm})$

$(\text{넓이}) = 4 \times 3\sqrt{5} \times \dfrac{1}{2} = 6\sqrt{5}\ (\text{cm}^2)$

11. 아래 그림을 보고 옳지 못한 것을 찾으면?



① 점 C 의 좌표는 $(-2,\ 3)$ 이다.

② 선분 AC 의 길이는 $6-3=3$ 이다.

③ 선분 CB 의 길이는 $5-(-2)=7$ 이다.

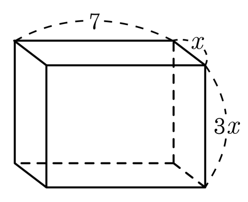
④ 선분 AO 의 길이는 $4\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 선분 AB 의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.

해설

선분 AO 의 길이는 $2\sqrt{10}$ 이다.

12. 다음 그림은 대각선의 길이가 9 인 직육면체이다. x 의 값을 구하면?



① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$　② $4\sqrt{5}$　③ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
④ $2\sqrt{5}$　⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

해설

$\sqrt{(3x)^2+x^2+7^2}=9$

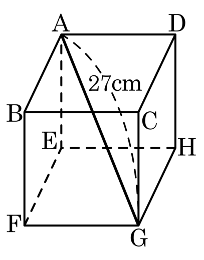
$\sqrt{10x^2+49}=9$

$10x^2+49=81$, $10x^2=32$

$x^2=\frac{16}{5}$

$\therefore\ x=\frac{4\sqrt{5}}{5}(x>0)$

13. 다음 그림의 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



① $8\sqrt{3}\,\text{cm}$　② $9\sqrt{3}\,\text{cm}$
③ $10\sqrt{3}\,\text{cm}$　④ $11\sqrt{3}\,\text{cm}$
⑤ $12\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$\sqrt{3}a = 27$

$\therefore\ a = \dfrac{27}{\sqrt{3}} = \dfrac{27\sqrt{3}}{3} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

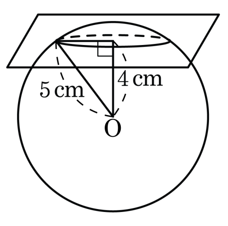
14. 한 변을 $\sqrt{3}a$ 로 하는 정사면체가 있다. 이 정사면체의 부피를 구하면?

① $\frac{\sqrt{5}}{4}a^3$ ② $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{5}a^3$
④ $\frac{\sqrt{7}}{5}a^3$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{6}a^3$

해설

$\frac{\sqrt{2}}{12}(\sqrt{3}a)^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 3\sqrt{3}a^3 = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$

15. 다음 그림은 반지름의 길이가 5cm 인 구이다. 구의 중심 O 로부터 4cm 거리에 있는 평면에 의해서 잘린 단면의 넓이를 구하여라.

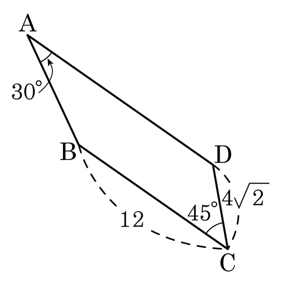


① $\sqrt{41}\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $9\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $3\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $41\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $6\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

(단면 원의 반지름) $= \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\mathrm{cm})$ 이므로
(원의 넓이) $= \pi \times 3^2 = 9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

16. 다음 사각형은 $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 $\overline{\mathrm{AD}}$ 가 평행인 사다리꼴이다. 사다리꼴의 넓이는?

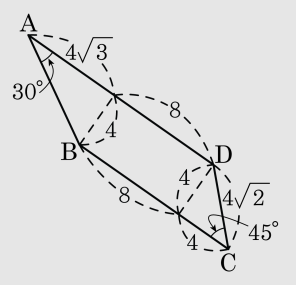


① $30+6\sqrt{3}$　② $30+8\sqrt{3}$　③ $40+6\sqrt{3}$
④ $40+8\sqrt{3}$　⑤ $50+8\sqrt{3}$

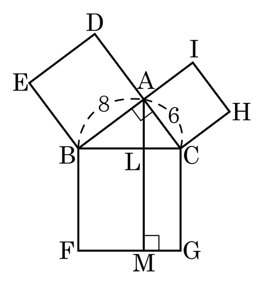
해설

$\overline{\mathrm{AD}} = 4\sqrt{3}+8$, $\overline{\mathrm{BC}} = 12$, (높이) $=$ 4

$\therefore$ (넓이) $= (4\sqrt{3}+8+12)\times 4\times\frac{1}{2} =$ $40+8\sqrt{3}$



17. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{AM} \perp \overline{FG}$ 일 때, $\overline{FM}$ 의 길이를 구하여라.



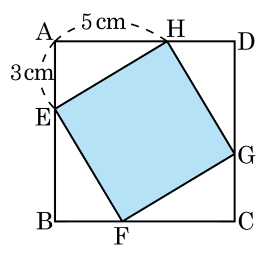
▶ 답 :

▷ 정답 : 6.4

해설

$\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 이다.
$\square ADEB = \square BFML$ 이므로
$64 = 10 \times \overline{FM}$ 이다.
따라서 $\overline{FM} = 6.4$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 3\,\text{cm}$, $\overline{AH} = \overline{BE} = \overline{CF} = \overline{DG} = 5\,\text{cm}$ 일 때, □EFGH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $34\,\text{cm}^2$

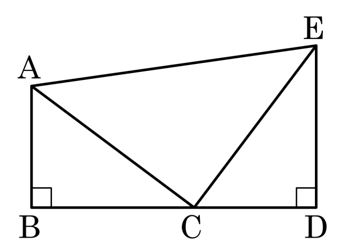
해설

$\overline{EH} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}(\text{cm})$

□EFGH 는 정사각형이므로

$\therefore$ □EFGH $= 34(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\angle CAE$ 의 크기는?

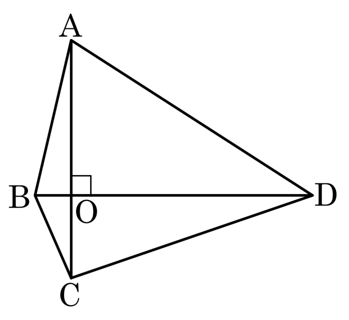


① $30°$ ② $45°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $35°$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\angle BAC = \angle ECD$, $\angle ACB = \angle CED$, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이다.
그리고 $\angle BAC + \angle ACB = 90°$ 이므로
$\angle ECD + \angle ACB = 90°$ 이다.
따라서 $\angle ECD + \angle ACE + \angle ACB = 180°$ 이므로 $\angle ACE = 90°$ 이다.
또, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
따라서 $\angle CAE = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$ 이다.

20. 다음과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 를 만족하는 사각형 ABCD 는 $\boxed{}$ 이 성립한다.
안에 들어갈 식으로 가장 적절한 것을 고르면?



① $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2$

② $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2$

③ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AD}^2$

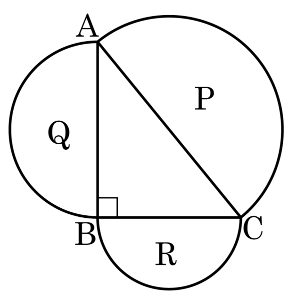
④ $\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

⑤ $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

해설

$\triangle$ABO 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{BO}^2$
$\triangle$CDO 에서 $\overline{CD}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{DO}^2$
$\triangle$BCO 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{CO}^2$
$\triangle$ADO 에서 $\overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{DO}^2$

21. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $P^2 = Q^2 + R^2$　㉡ $Q = P - R$
㉢ $P = 2(Q - R)$　㉣ $P = Q + R$
㉤ $P = Q - R$

▶ 답 :

▶ 답 :

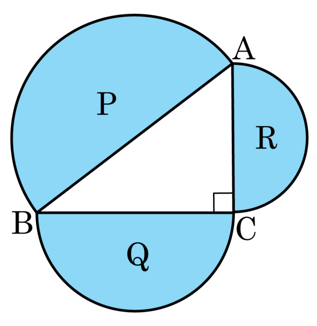
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$P = Q + R$ 이므로 옳은 것은
㉡$Q = P - R$, ㉣ $P = Q + R$ 뿐이다.

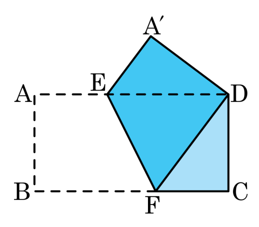
22. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $P = Q + R$ ② $P = QR$ ③ $Q^2 + R^2 = P^2$
④ $P = 2Q - R$ ⑤ $P = Q - R$

해설
작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.
① $P = Q + R$

23. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AE} = \overline{A'E} = \overline{CF}$

② $\triangle DEF$ 는 이등변삼각형이다.

③ $\triangle A'ED \equiv \triangle CFD$

④ $\overline{EF} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{BF} = \overline{DF} = \overline{DE}$

해설

④ $\overline{EF} \neq \overline{DE}$

24. 다음 중 직사각형의 넓이가 서로 같은 것은?

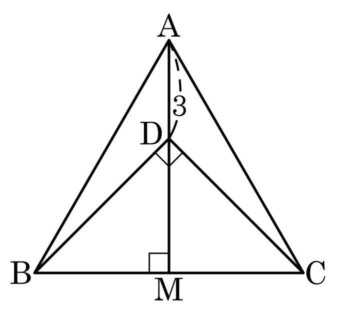
㉠ 가로의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이고, 대각선의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 직사각형
㉡ 세로의 길이가 6 이고, 대각선의 길이가 $8\sqrt{2}$ 인 직사각형
㉢ 가로의 길이가 $2\sqrt{3}$ 이고, 세로의 길이가 4 인 직사각형
㉣ 대각선의 길이가 14 이고, 세로의 길이가 12 인 직사각형

① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢ ③ ㉡,㉢ ④ ㉡,㉣ ⑤ ㉢,㉣

해설

㉠ 피타고라스 정리에 따라서
세로의 길이는 $\sqrt{(4\sqrt{2})^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{6}$ 이므로
직사각형의 넓이는 $2\sqrt{6}\times 2\sqrt{2}=8\sqrt{3}$
㉡ 피타고라스 정리에 따라서
가로의 길이는 $\sqrt{(8\sqrt{2})^2-(6)^2}=4\sqrt{23}$ 이므로
직사각형의 넓이는 $6\times 4\sqrt{23}=24\sqrt{23}$
㉢ 직사각형의 넓이는 $2\sqrt{3}\times 4=8\sqrt{3}$
㉣ 피타고라스 정리에 따라서
가로의 길이는 $\sqrt{(14)^2-(12)^2}=2\sqrt{13}$ 이므로
직사각형의 넓이는 $2\sqrt{13}\times 12=24\sqrt{13}$
따라서 직사각형의 넓이가 같은 것은 ㉠,㉢이다.

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 점 D 는 점 A 에서 그은 수선 AM 위의 점이고 $\angle BDC = 90°$, $\overline{AD} = 3$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3} + 3$

해설

점 M 은 직각삼각형 BDC 의 외심이므로
$\overline{DM} = \overline{BM} = \overline{CM} = x$ 라 하면,
$\overline{AM} = 3 + x$, $\overline{BC} = 2x$

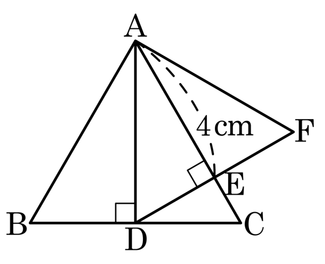
$\overline{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{BC}$

$3 + x = \sqrt{3}x$
$(\sqrt{3} - 1)x = 3$

$\therefore \ x = \frac{3(\sqrt{3} + 1)}{2}$

따라서 한 변의 길이는 $2x = 3(\sqrt{3} + 1)$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 높이가 4cm 인 정삼각형 ADF 의 한 변을 높이로 하는 정삼각형 ABC 의 넓이를 고르면?



① $\dfrac{32\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$ ② $\dfrac{40\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$ ③ $\dfrac{48\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$
④ $\dfrac{56\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$ ⑤ $\dfrac{64\sqrt{3}}{9}\text{cm}^2$

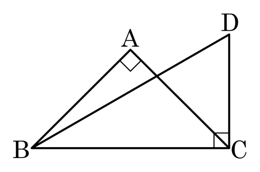
해설

$\triangle$ADF 에서 $\overline{\text{AE}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\overline{\text{AD}} = 4 \therefore \overline{\text{AD}} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\triangle$ABC 에서 $\overline{\text{AD}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\overline{\text{AB}} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3} \therefore \overline{\text{AB}} = \dfrac{16}{3}(\text{cm})$

($\triangle$ABC의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{16}{3} \times \dfrac{8\sqrt{3}}{3} = \dfrac{64\sqrt{3}}{9}(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$, $\angle ABC = 45°$, $\angle BDC = 60°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

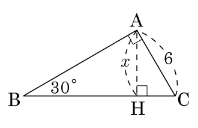


① $\sqrt{6}$ ② 3 ③ $2\sqrt{3}$
④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

$\angle CBD = 30°$ 이므로
$\sqrt{3} : 2 = \overline{BC} : 4\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 6$
$\angle ABC = \angle ACB = 45°$ 이므로 $1 : \sqrt{2} = \overline{AB} : 6$
$\therefore\ \overline{AB} = 3\sqrt{2}$

28. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답： ______ cm

▷ 정답： $3\sqrt{3}$ cm

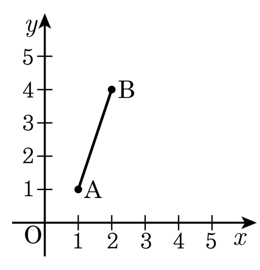
해설

$\overline{AC} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$6 : x = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore x = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

29. 다음 좌표평면에서 점 A$(1,1)$, B$(2,4)$ 사이의 거리를 구하면?



① $\sqrt{6}$　② $\sqrt{7}$　③ $2\sqrt{2}$

④ 3　⑤ $\sqrt{10}$

해설

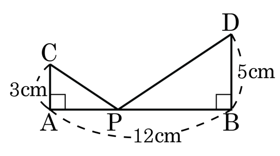
$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(2-1)^2+(4-1)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

30. 좌표평면에서 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표가 $A(3,\ 4)$, $B(-5,\ -2)$, $C(1,\ -3)$ 일 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 예각삼각형
④ 직각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설
$\overline{AB}=10,\ \overline{BC}=\sqrt{37},\ \overline{AC}=\sqrt{53}$ 이므로 둔각삼각형이다.

31. 다음 그림에서 $\overline{CA}\perp\overline{AB}$, $\overline{DB}\perp\overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직인다. $\overline{CA} = 3\text{cm}$, $\overline{DB} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최솟값을 $a\sqrt{b}\,\text{cm}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)



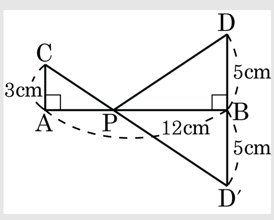
▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 17$

해설

다음 그림의 $\overline{CD'}$ 이 구하는 최솟값이다.

$\overline{CD'} = \sqrt{8^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}\,\text{cm}$ 이다.



32. 부피가 $144\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$ 인 정사면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

① $10\,\mathrm{cm}$ ② $11\,\mathrm{cm}$ ③ $12\,\mathrm{cm}$ ④ $13\,\mathrm{cm}$ ⑤ $14\,\mathrm{cm}$

해설

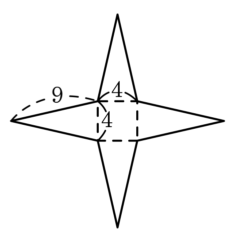
한 모서리의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$ 라고 하면

$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = 144\sqrt{2}$

$a^3 = 12 \times 144 = 2^6 3^3 = \left(2^2 \times 3\right)^3$

$\therefore\ a = 12(\mathrm{cm})$

33. 다음의 전개도로 만든 입체도형의 부피를 구하면?



① $\frac{14\sqrt{73}}{3}$ ② $\frac{15\sqrt{73}}{3}$ ③ $\frac{16\sqrt{73}}{3}$
④ $\frac{17\sqrt{73}}{3}$ ⑤ $\frac{18\sqrt{73}}{3}$

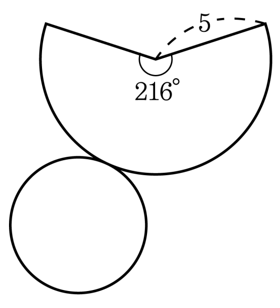
해설

높이를 h, 부피를 V라 하면

$h = \sqrt{9^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{81-8} = \sqrt{73}$

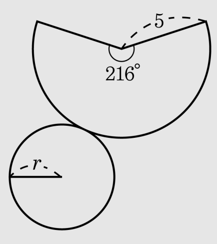
$V = 16 \times \sqrt{73} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{73}}{3}$

34. 다음 그림과 같은 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.

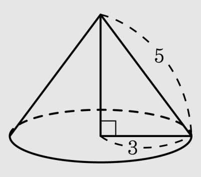


① 3π ② 6π ③ $\frac{15}{2}\pi$ ④ 12π ⑤ $\frac{27}{2}\pi$

해설

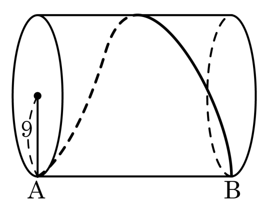


$$2\pi r = 10\pi \times \frac{216}{360}, \quad \therefore \ r = 3$$



따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ 이므로 $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$ 이다.

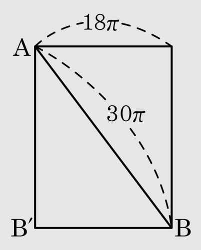
35. 다음 그림은 점 A 를 지나 원기둥의 옆면을 따라 점 B 까지 가는 최단 거리가 30π 인 원기둥이다. 이 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 9 라고 할 때, 원기둥의 높이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?



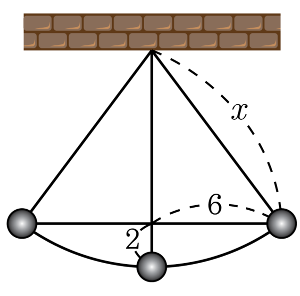
① 21π ② 22π ③ 23π ④ 24π ⑤ 25π

해설

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AB'}} &= \sqrt{(30\pi)^2 - (18\pi)^2} \\ &= \sqrt{900\pi^2 - 324\pi^2} \\ &= \sqrt{576\pi^2} \\ &= 24\pi\end{aligned}$$



36. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x-2$ 이므로

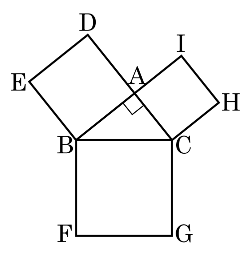
피타고라스 정리에 따라

$x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$4x = 4 + 36$

$x = 10$ 이다.

37. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 10 이고 $\square ADEB$ 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21　　② 22　　③ 23

④ 24　　⑤ 25

해설

$\square ADEB + \square ACHI = \square BFGC$

$\square BFGC - \square ACHI = \square ADEB$

따라서 구하는 넓이는 $\square ADEB = 25$ 이다.

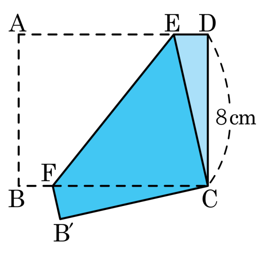
38. 세 변의 길이가 4cm, 6cm, $a$cm 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위를 구하면? (정답 2 개)

① $2\sqrt{13} < a < 10$
② $2 < a < 10$
③ $2 < a < 2\sqrt{13}$
④ $2 < a < 2\sqrt{5}$
⑤ $2\sqrt{5} < a < 2\sqrt{13}$

해설

i) a 가 가장 긴 변일 때,
$a > 6, a < 4 + 6,\ a^2 > 4^2 + 6^2$
$\therefore 2\sqrt{13} < a < 10$
ii) 6 이 가장 긴 변일 때,
$a < 6,\ 6 < 4 + a,\ 6^2 > 4^2 + a^2$
$\therefore\ 2 < a < 2\sqrt{5}$

39. $\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$ 가 성립하는 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\triangle$CDE 의 넓이를 구하여라.



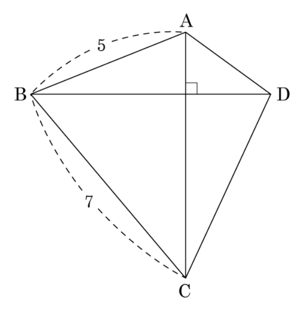
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 7.2 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$, $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이다.
$\overline{DE} = x$ 라 하면 접은 선분의 길이는 변함이 없으므로 $\overline{AE} = \overline{CE} = 10 - x$
따라서 $\triangle$CDE 에 피타고라스 정리를 적용하면 $(10 - x)^2 = x^2 + 8^2$
이를 정리하면 $x = \frac{9}{5}\,\text{cm}$ 이므로 $\triangle$CDE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{9}{5} \times 8 = 7.2(\text{cm}^2)$

40. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고,$\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때,
$\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



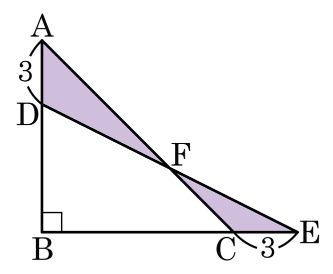
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

□ABCD 의 두 대각선이 서로 직교하므로
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$
$5^2 + \overline{CD}^2 = 7^2 + \overline{AD}^2$
$\therefore \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = 24$

41. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CE} = 3$ 일 때, $\triangle ADF$ 의 넓이와 $\triangle ECF$ 의 넓이의 차를 구하여라.



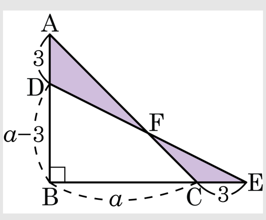
▶ 답 :

▷ 정답 : 4.5

해설

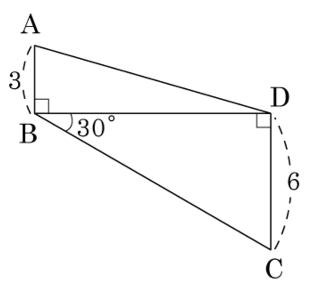
$\overline{AB} = \overline{BC} = a$ 라 하면

$\triangle ADF = \triangle ABC - \square DBCF,\ \triangle ECF = \triangle DBE - \square DBCF$



$$\begin{aligned}\therefore \triangle ADF - \triangle ECF &= \triangle ABC - \triangle DBE \\ &= \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}(a+3)(a-3) \\ &= \frac{9}{2} = 4.5\end{aligned}$$

42. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle ABD = \angle BDC = 90°$, $\angle DBC = 30°$ 일 때, 두 대각선 AC, BD 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

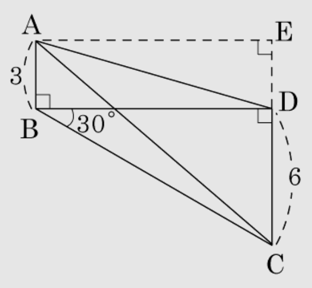
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC} = 3\sqrt{21}$

▷ 정답 : $\overline{BD} = 6\sqrt{3}$

해설

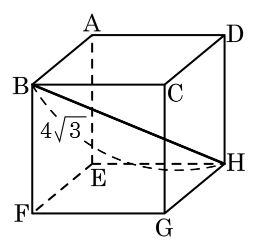
대각선 BD 의 길이는 $6\sqrt{3}$ 이다.



$\triangle ACE$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BD} = 6\sqrt{3}$, $\overline{EC} = 3 + 6 = 9$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 9^2} = \sqrt{189} = 3\sqrt{21}$

43. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피를 구하여라.



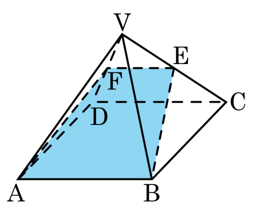
▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면
$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{3}x = 4\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ x = 4$
$\therefore$ (정육면체의 부피) $= 4 \times 4 \times 4 = 64$

44. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 모두 8 cm 인 정사각뿔에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F 라고 할 때, □ABEF 의 넓이를 구하면?



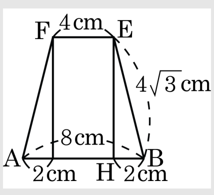
① $11\sqrt{10}\,cm^2$　② $12\sqrt{3}\,cm^2$

③ $12\sqrt{6}\,cm^2$　④ $12\sqrt{11}\,cm^2$

⑤ $24\sqrt{3}\,cm^2$

해설

$\overline{AF} = \overline{BE}$, $\overline{EF}//\overline{AB}$ 이므로 □ABEF 는 등변사다리꼴이다.



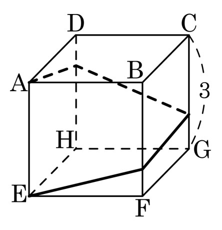
$\overline{AB} = 8\,cm$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4\,cm$ (∵ 중점 연결 정리)

$\overline{BE}$, $\overline{AF}$ 는 한 변의 길이가 8 cm 인 정삼각형의 높이이므로 $\overline{BE} = \overline{AF} = 4\sqrt{3}\,cm$

사다리꼴의 높이 $\overline{EH} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}(\,cm)$ 이다.

$\therefore$ □ABEF $= (8+4)\times 2\sqrt{11}\times\frac{1}{2} = 12\sqrt{11}(\,cm^2)$

45. 다음 그림과 같은 정육면체의 한 꼭짓점 E 에서 모서리 BF, CG, DH 를 순서대로 지나 점 A 에 이르는 선 중에서 가장 짧은 선의 길이를 구하여라.

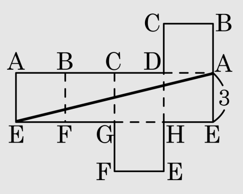


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{17}$

해설

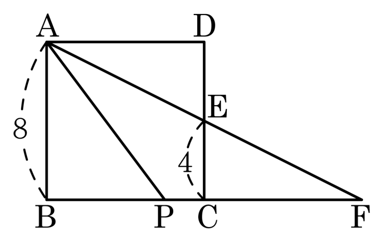
위의 그림에서 점 E 에서 모서리 BF, CG, DH 를 순서대로 지나 점 A 에 이르는 가장 짧은 선은 $\overline{EA}$ 가 된다.



$\overline{EA}^2 = 3^2 + 12^2 = 153$

$\therefore\ \overline{EA} = 3\sqrt{17}$

46. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고 점 A 와 점 P 를 잇고 $\angle PAD$ 의 이등분선이 $\overline{AE}$, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 하자. $\overline{EC} = 4$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle ECF \backsim \triangle ABF$ 이므로

$8 : 4 = (\overline{CF} + 8) : \overline{CF}$

$\therefore \overline{CF} = 8$

$\angle DAE = \angle CFE$ (엇각)

$\triangle APF$ 는 이등변삼각형

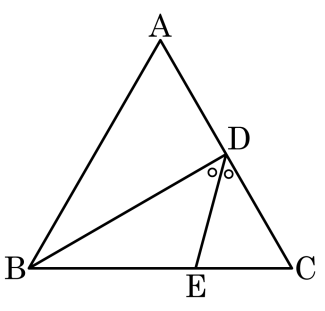
$\overline{AP} = \overline{PF} = x$ 라 하면 $\overline{BP} = 16 - x$

$\triangle ABP$ 에서

$x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$

$\therefore x = 10$

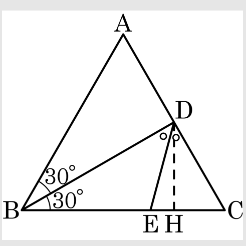
47. 정삼각형 ABC 의 $\angle$B 의 이등분선이 변 AC 와 만나는 점을 D , $\angle$BDC 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 E 라 하자. 삼각형 BED 의 넓이가 $\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}+2$

해설



삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 a 라 할 때,
$\triangle$ABD 의 세 내각의 크기는 $30°,\ 60°,\ 90°$ 이므로 $a : \overline{\mathrm{BD}} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{\mathrm{BD}} = \frac{a}{2}\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{DC}} = a \times \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$

$\overline{\mathrm{BE}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{CE}}$ 에서

$\frac{a}{2}\sqrt{3} : \frac{a}{2} = x : (a-x)$ 점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면,

$\therefore x = \frac{a}{2}(3-\sqrt{3})$

$\triangle$BDH 의 세 내각의 크기는 $30°,\ 60°,\ 90°$ 이므로
$\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{DH}} = 2 : 1$ 에서

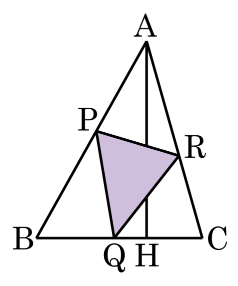
$\overline{\mathrm{DH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}} = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2}\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle\mathrm{DEB} &= \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{BE}} \times \overline{\mathrm{DH}} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{a}{2}(3-\sqrt{3}) \times \frac{a\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{3}{16}a^2(\sqrt{3}-1) \\ &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

$a^2 = \frac{8}{3}(3+\sqrt{3})$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle\mathrm{ABC} &= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{8}{3}(3+\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{3}+2\end{aligned}$$

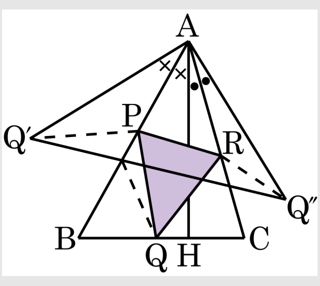
48. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH} = 8$ 이다. 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이가 최소일 때, $\angle AQB$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ___ °

▷ 정답 : 90 °

해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q′, Q″ 라 하면

$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$

$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,

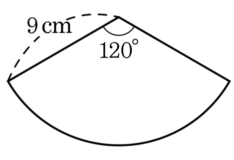
$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는

$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$

그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.

따라서 $\angle AQB = \angle AHB = 90°$ 이다.

49. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $9\,\mathrm{cm}$ 이고 중심각의 크기가 $120°$ 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔을 만들 때, 이 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^3}$

▷ 정답 : $18\sqrt{2}\pi\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

$2\pi \times 9 \times \dfrac{120°}{360°} = 6\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이는 $3\,\mathrm{cm}$ 이다.

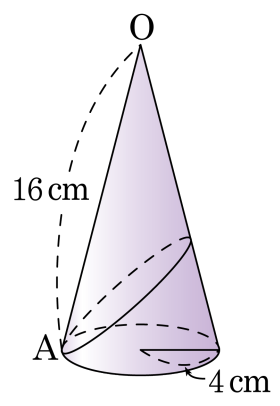
높이를 h 라 하면

$81 - 9 = h^2$

$h = 6\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ V = 9\pi \times 6\sqrt{2} \times \dfrac{1}{3} = 18\sqrt{2}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

50. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4cm 이고 모선의 길이가 16cm 인 원뿔이 있다. 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 출발하여 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 다시 점 A 로 돌아오는 최단 거리를 구하여라.



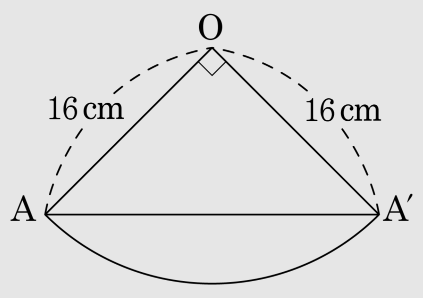
▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : $16\sqrt{2}$ cm

해설

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$\frac{4}{16} \times 360° = 90°$,



최단거리 $\overline{AA'} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.