

1.  $y = ax^2 + bx + c$  가 이차함수가 되기 위한 조건은?

①  $a \neq 0$

②  $b \neq 0$

③  $c \neq 0$

④  $b^2 - 4ac = 0$

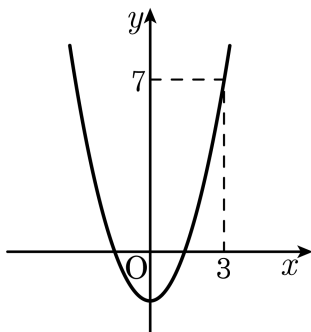
⑤  $b^2 - 4ac \neq 0$

해설

$x^2$  의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.

$\therefore a \neq 0$

2. 이차함수  $y = ax^2 - 2$  의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 그래프 위의 점을 모두 골라라. (단,  $a$  는 상수이다.)



- |           |                                            |                                            |
|-----------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|
| ㉠ (0, 2)  | ㉡ $\left(\frac{1}{4}, -\frac{7}{3}\right)$ | ㉢ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{7}{4}\right)$ |
| ㉣ (-3, 7) | ㉤ $\left(\frac{2}{3}, \frac{14}{9}\right)$ | ㉥ (-1, -1)                                 |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

### 해설

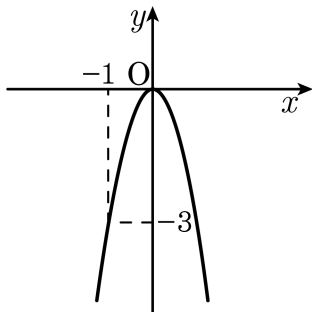
점 (3, 7) 을  $y = ax^2 - 2$  가 지나므로  $7 = 9a - 2, a = 1$  이다.  
 $y = x^2 - 2$  이다.

㉠  $x = 0$  일 때,  $y = 0 - 2 = -2$  이다.

㉡  $x = \frac{1}{4}$  일 때,  $y = \frac{1}{16} - 2 = -\frac{31}{16}$  이다.

㉤  $x = \frac{2}{3}$  일 때,  $y = \frac{4}{9} - 2 = -\frac{14}{9}$  이다.

3. 다음 그림과 같은 그래프가 나타내는 이차함수의 식은?



①  $y = -3x^2$

②  $y = -x^2$

③  $y = 3x^2$

④  $y = \frac{1}{3}x^2$

⑤  $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$  에서  $(-1, -3)$  을 지나므로  $-3 = a \times (-1)^2$  ,  $a = -3$   
 $\therefore y = -3x^2$

4. 이차함수  $y = -x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동시키면 점  $(2, a)$  를 지난다. 이때,  $a$  의 값은?

① -6

② -7

③ -8

④ 3

⑤ 5

해설

$y = -x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동 시킨 그래프는  $y = -x^2 - 2$  이고 이 그래프가 점  $(2, a)$  를 지나므로  $a = -4 - 2, a = -6$  이다.



5. 이차함수  $y = 2(x - 3)^2 + 1$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-3$  만큼  $y$  축의 방향으로  $a$  만큼 평행이동시킨 그래프의  $y$  절편이  $2a$  일 때,  $a$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

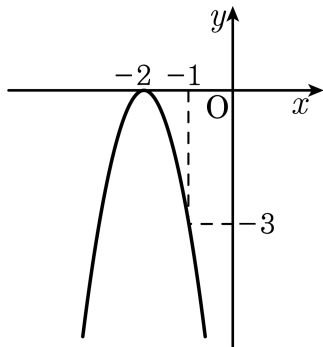
⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 3 + 3)^2 + 1 + a \\ &= 2x^2 + 1 + a \end{aligned}$$

따라서  $y$  절편이  $1 + a = 2a$  이므로  $a = 1$  이다.

6. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



①  $y = -2x^2 - 1$

②  $y = -3x^2 + 2$

③  $y = -2(x + 2)^2$

④  $y = -3(x + 2)^2$

⑤  $y = 2(x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가  $(-2, 0)$  이고, 한 점  $(-1, -3)$  을 지나므로  
 $y = a(x + 2)^2$  에  $(-1, -3)$  을 대입하면

$$-3 = a(-1 + 2)^2$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore y = -3(x + 2)^2$$

7. 다음 중 함수의 그래프가  $x$  축에 대하여 대칭인 것은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠  $y = -x^2$

㉡  $y = 4x^2$

㉢  $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉤  $y = -4x^2$

㉥  $y = \frac{3}{2}x^2$

㉦  $y = -2x^2$

㉧  $y = \frac{1}{2}x^2$

㉨  $y = \frac{2}{3}x^2$



답 :

쌍

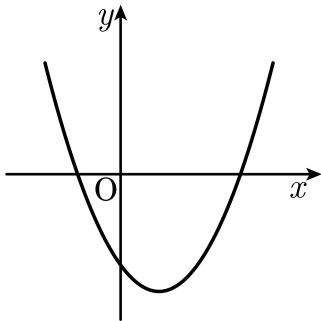


정답 : 2쌍

해설

㉡와 ㉤, ㉢와 ㉥

8. 다음 그림은 이차함수  $y = a(x - p)^2 + q$  의 그래프이다.  $a, p, q$  의 부호로 옳은 것은?



- ①  $a < 0, p > 0, q > 0$                       ②  $a > 0, p < 0, q < 0$   
③  $a > 0, p < 0, q > 0$                       ④  $a > 0, p > 0, q < 0$   
⑤  $a > 0, p > 0, q > 0$

해설

이차함수  $y = a(x - p)^2 + q$  가 아래로 볼록이므로  $a > 0$  이고,  
꼭짓점  $(p, q)$  는 제4 사분면에 있으므로  $p > 0, q < 0$  이다.

9. 이차함수  $y = -3x^2 + 6x + 1$  의 꼭짓점의 좌표는?

①  $(-1, 4)$

②  $(-1, -4)$

③  $(1, -4)$

④  $(4, -1)$

⑤  $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 1 \\&= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\&= -3(x - 1)^2 + 4\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는  $(1, 4)$  이다.

10. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

①  $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

②  $y = 3x^2$

③  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

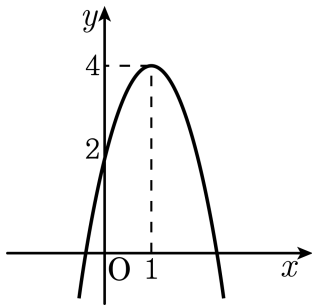
④  $y = 2x^2 + 5x - 8$

⑤  $y = x^2 + 4x - 1$

해설

$x^2$ 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.  
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

11. 함수  $y = -2x^2 + ax + b$  의 그래프가 아래 그림과 같을 때,  $a + b$  의 값은?



① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

y 절편  $b = 2$

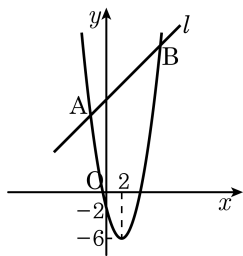
꼭짓점이  $(1, 4)$  이므로,

$$y = -2(x-1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{따라서 } a + b = 6$$

12. 다음 그림은  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다. 이 그래프가 직선  $l$  과 두 점  $A(m, 10)$ ,  $B(7, n)$  에서 만날 때, 직선  $l$  의 방정식을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $y = x + 12$

해설

$y = ax^2 + bx + c$  의 꼭짓점이  $(2, -6)$ ,  $y$  절편이  $-2$  이므로  
 $y = a(x - 2)^2 - 6$  에  $(0, -2)$  를 대입하면  
 $-2 = 4a - 6, a = 1$  이다.

$y = (x - 2)^2 - 6$  에  $A(m, 10), B(7, n)$  을 대입하면

$$(i) 10 = (m - 2)^2 - 6$$

$$(m - 2)^2 = 16, m - 2 = \pm 4$$

$$m < 0 \text{ 이므로 } m = -2, A(-2, 10)$$

$$(ii) n = 25 - 6 = 19, B(7, 19)$$

$$\text{직선의 기울기는 } \frac{10 - 19}{-2 - 7} = 1$$

$y = x + p$  에  $(-2, 10)$  을 대입하면

$$10 = -2 + p, p = 12 \quad \therefore y = x + 12$$



13. 축의 방정식이  $x = 0$  이고 두 점  $(1, 3)$ ,  $(-2, -3)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = x^2 - 4$

②  $y = 2x^2 - 6$

③  $y = -x^2 + 4$

④  $y = -2x^2 + 5$

⑤  $y = 2x^2 + 4$

#### 해설

축의 방정식이  $x = 0$  일 때 구하는 포물선의 식은  $y = ax^2 + q$  이다.

$y = ax^2 + q$  에  $(1, 3)$  을 대입하면

$$3 = a + q \cdots \cdots (1)$$

$y = ax^2 + q$  에  $(-2, -3)$  을 대입하면

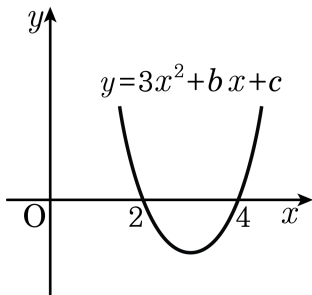
$$-3 = 4a + q \cdots \cdots (2)$$

$$(2) - (1) \text{ 하면 } 3a = -6 \leftrightarrow a = -2$$

$$(1) \text{ 에 대입하면 } q = 5$$

$$\therefore y = -2x^2 + 5$$

14. 다음 그림은 이차함수  $y = 3x^2 + bx + c$  의 그래프이다. 이 때,  $b$ ,  $c$  의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $b = -18$

▷ 정답 :  $c = 24$

해설

(2, 0) 을 대입하면  $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$

(4, 0) 을 대입하면  $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$

두 식을 연립하여 풀면  $b = -18$ ,  $c = 24$

15. 이차함수  $y = -(x-1)(x+3)$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= -(x-1)(x+3) \\&= -x^2 - 2x + 3 \\&= -(x+1)^2 + 4\end{aligned}$$

$x = -1$  일 때, 최댓값 4 를 가진다.

16. 함수  $f: R \rightarrow R$  에서  $f(x) = x^2 - x - 2$  이다.  $f(a) = 4$  일 때, 양수  $a$  의 값은?(단,  $R$ 은 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(a) = 4$  이므로

$$a^2 - a - 2 = 4, \quad a^2 - a - 6 = 0, \quad (a - 3)(a + 2) = 0$$

$\therefore a = 3$  또는  $a = -2$

한편,  $a > 0$  이므로  $a = 3$  이다.

17. 이차함수  $f(x) = -2x^2 - 3x + a$  의 그래프가 두 점  $(-1, 7)$  ,  $(2, b)$  를 지날 때, 상수  $a, b$  를 차례대로 나열하면?

①  $a = 4, b = -6$

②  $a = -4, b = -6$

③  $a = 4, b = -8$

④  $a = 6, b = -6$

⑤  $a = 6, b = -8$

해설

점  $(-1, 7)$  를  $f(x) = -2x^2 - 3x + a$  가 지나므로  $7 = -2(-1)^2 - 3(-1) + a, a = 6$  이다.

$f(x) = -2x^2 - 3x + 6$  이고 점  $(2, b)$  를 지나므로  $b = -2(2)^2 - 3(2) + 6, b = -8$  이다.

18. 이차함수  $y = -x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점이  $(0, 0)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.
- ②  $y = x^2$ 의 그래프와  $x$ 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 축의 방정식은  $x = 0$ 이다.
- ④  $x$ 가 증가함에 따라  $x < 0$ 일 때,  $y$ 는 증가한다.
- ⑤ 점  $(-3, 9)$ 를 지난다.

해설

점  $(-3, -9)$ 를 지난다.

19. 이차함수  $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중에서 옳지 않은 것은?

① 원점  $(0,0)$ 을 지난다.

② 직선  $x = 0$ 을 축으로 하고, 위로 볼록한 포물선이다.

③ 점  $(-2,8)$ 을 지난다.

④  $y = -2x^2$ 의 그래프와  $x$ 축에 대하여 대칭이다.

⑤  $y$ 의 값의 범위는  $y \geq 0$ 이다.

해설

②  $x = 0$ 을 축으로 하고, 아래로 볼록한 포물선이다.

20. 다음은  $y = 2x^2$  의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 꼭짓점의 좌표는  $(2, 0)$  이다.
- ②  $y$  축에 대칭인 포물선이다.
- ③ 아래로 볼록한 모양이다.
- ④  $y$  의 값의 범위는  $y \leq 0$  이다.
- ⑤  $y = -2x^2$  과  $x$  축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점은  $(0, 0)$
- ④  $y$  의 값의 범위는  $y \geq 0$



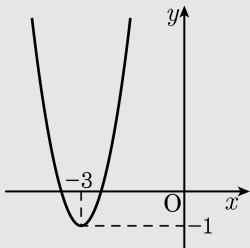
21. 이차함수  $y = 3(x + 3)^2 - 1$  의 그래프에서  $x$ 의 값이 증가할 때,  $y$ 의 값이 감소하는  $x$ 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x < -3$

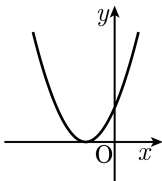
해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서  $x$ 의 값의 범위는  $x < -3$

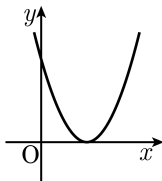


22. 일차함수  $y = ax + b (a \neq 0, b \neq 0)$  의 그래프가 제2 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수  $y = a(x - b)^2$  의 그래프는?

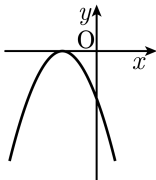
①



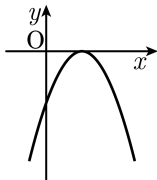
②



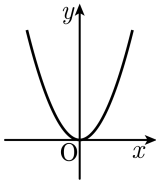
③



④



⑤



### 해설

$y = ax + b$  의 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않으므로  $a > 0, b < 0$  이다.

$y = a(x - b)^2$  의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은  $y$  축의 왼쪽에 있다.

23. 이차함수  $y = 3x^2 - 12x + 1$  와  $y = 2x^2 + px + q$  와 꼭짓점이 일치할 때,  $p - q$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는  $(2, -11)$  이고,

$y = 2x^2 + px + q$  와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로  $p = -8$ ,  $q = -3$  이다.

$$\therefore p - q = -5$$

24. 이차함수  $y = 3x^2 + 6x - 2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $p$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $q$  만큼 평행이동하였더니  $y = 3x^2 - 12x + 2$  의 그래프가 되었다. 이 때,  $pq$  의 값은?

① 30

② -15

③ 10

④ -5

⑤ 45

해설

$$y = 3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 2 = 3(x + 1)^2 - 5$$

꼭짓점  $(-1, -5)$

$$y = 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2 = 3(x - 2)^2 - 10$$

꼭짓점  $(2, -10)$

따라서  $p = 3$ ,  $q = -5$  이므로

$pq = -15$  이다.

25.  $y = -x^2 + 2x + 3$  의 그래프에서  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값은 감소하는  $x$  의 범위는?

①  $x > 1$

②  $x < 1$

③  $x > 0$

④  $x > -1$

⑤  $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식  $x = 1$  이므로 따라서  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값은 감소하는  $x$  의 범위는  $\{x \mid x > 1\}$  이다.

26. 다음 보기의 이차함수 중  $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 모두 골라라.

보기

㉠  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

㉡  $y = -3x^2 + 6x + 2$

㉢  $y = x^2 - 2x + 3$

㉣  $y = 2x^2 + 4x + 5$

㉤  $y = -x^2 + 4x$

㉥  $y = -x^2 + 2x + 2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$  , 꼭짓점이  $(0, 2)$  인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 두 점에서 만난다.

㉡  $y = -3(x-1)^2 + 5$  , 꼭짓점이  $(1, 5)$  인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 두 점에서 만난다.

㉢  $y = (x-1)^2 + 2$  , 꼭짓점이  $(1, 2)$  인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 만나지 않는다.

㉣  $y = 2(x+1)^2 + 3$  , 꼭짓점이  $(-1, 3)$  인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 만나지 않는다.

㉤  $y = -(x-2)^2 + 4$  , 꼭짓점이  $(2, 4)$  인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 두 점에서 만난다.

㉥  $y = -(x-1)^2 + 3$  , 꼭짓점이  $(1, 3)$  인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 두 점에서 만난다.

$\therefore x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은

㉠, ㉡, ㉤, ㉥

27. 이차함수  $y = 2x^2 + 4x - k$  의 그래프가  $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수  $k$  의 값의 범위는?

①  $k > -2$

②  $k > -1$

③  $k < -2$

④  $k < -1$

⑤  $k > 0$

해설

아래로 볼록한 포물선이  $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는 꼭짓점의  $y$  좌표가 음수이어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x - k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - k = 2(x+1)^2 + (-2-k)$$

$$\text{꼭짓점 } (-1, -2-k) \text{ 에서 } -2-k < 0 \quad \therefore k > -2$$

해설

$y = 2x^2 + 4x - k$  가  $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나면 방정식  $0 = 2x^2 + 4x - k$  이 서로 다른 두 근을 갖는다.

$$D = 4^2 + 8k > 0 \quad \therefore k > -2$$

28. 이차함수  $y = -x^2 + 6x + m$  의 그래프가 제2 사분면을 제외한 모든 사분면을 지나도록 하는  $m$  의 값의 범위는?

①  $m > -9$

②  $-9 < m \leq 0$

③  $m \geq 0$

④  $0 \leq m < 9$

⑤  $m > 9$

해설

$$y = -(x-3)^2 + m + 9$$

꼭짓점이 제1 사분면에 있고,  $y$  절편이 음수여야 하므로

$$m \leq 0$$

$$m + 9 > 0$$

$$\therefore -9 < m \leq 0$$



29.  $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$ 가  $x$ 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수  $k$ 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -1

② 0

③ 1

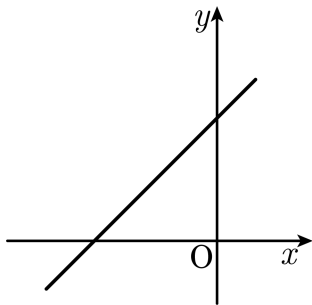
④ 2

⑤ 3

해설

이차함수는  $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서  $a \neq 0$  이어야 하므로  $k(k-2) - 3 \neq 0$ ,  $k(k-2) \neq 3$  이어야 한다. 따라서  $k \neq -1$ ,  $k \neq 3$  이다.

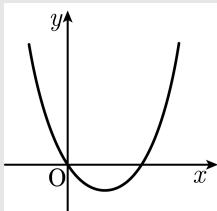
30. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음과 같을 때,  $y = ax^2 - bx$  의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



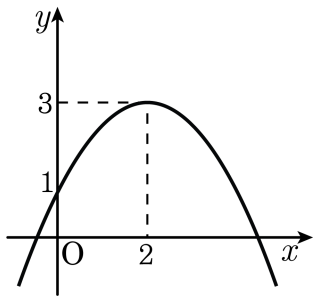
- ①  $x$  축 위                      ②  $y$  축 위                      ③ 제 1 사분면  
 ④ 제 2 사분면                      ⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$  이므로  $y = ax^2 - bx$  의 그래프는 아래로 볼록하고  
 축은  $y$  축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



31. 다음 그림과 같은 그래프를 갖는 이차함수의 식을 고르면?



①  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

②  $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2$

③  $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4$

④  $y = -2x^2 + 2x + 3$

⑤  $y = -2x^2 - x + 4$

해설

꼭짓점이  $(2, 3)$  이므로  $y = a(x - 2)^2 + 3$

또  $y$  절편이 1 이므로  $4a + 3 = 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$$

32. 세 점  $(0, 8)$ ,  $(1, -2)$ ,  $(3, -10)$  을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

①  $x = 1$

②  $x = 2$

③  $x = 3$

④  $x = 4$

⑤  $x = 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$  로 놓고 세 점  $(0, 8)$ ,  $(1, -2)$ ,  $(3, -10)$  을 각각 대입하면

$$c = 8, a + b + 8 = -2, 9a + 3b + 8 = -10$$

$$\therefore a = 2, b = -12, c = 8$$

$y = 2x^2 - 12x + 8 = 2(x - 3)^2 - 10$  따라서 축의 방정식은  $x = 3$  이다.

33. 이차함수  $y = x^2 + 4x + k$  의 최솟값이  $-4$  일 때,  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 4x + k \\ &= (x + 2)^2 - 4 + k \end{aligned}$$

$x = -2$  일 때, 최솟값  $-4 + k$  를 가지므로

$$-4 + k = -4 \quad \therefore k = 0$$

34. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를  $x$ cm 만큼 늘이고, 세로 길이를  $x$ cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는  $x$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 2.5

④ 3

⑤ 3.5

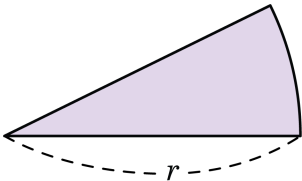
해설

새로운 사각형의 넓이를  $S$  라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서  $x=2$  일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값  $49\text{cm}^2$  를 가진다.

35. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는  $l = (20 - 2r)\text{cm}$

부채꼴의 넓이를  $y$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 (5, 25) 이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때,  
부채꼴의 넓이가 최댓값  $25\text{cm}^2$  를 가진다.

36. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가 두 점  $(4, 8)$ ,  $\left(b, \frac{9}{2}\right)$  를 지난다. 이 함수와  $x$  축 대칭인 이차함수가  $(b, c)$  를 지날 때,  $c$  의 값은?(단,  $b < 0$ )

①  $-2$

②  $-\frac{5}{2}$

③  $3$

④  $\frac{7}{2}$

⑤  $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$  에  $(4, 8)$ ,  $\left(b, \frac{9}{2}\right)$  을 대입하면

$$a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{ 이다.}$$

이 이차함수와  $x$  축 대칭인 이차함수는

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 이고 } (-3, c) \text{ 를 지나므로}$$

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$



37. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가  $y = -\frac{1}{2}x^2$  의 그래프보다 폭이 좁고,  
 $y = 2x^2$  의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때,  $a$  의 값으로 옳지 않은  
것은?

①  $-\frac{3}{4}$

②  $-1$

③  $\frac{4}{3}$

④  $\frac{5}{2}$

⑤  $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > \left| -\frac{1}{2} \right|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

38. 이차함수  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프를 꼭짓점의 좌표가  $(2, 0)$  이 되도록 평행 이동하면 점  $(k, 6)$  을 지난다. 이 때, 상수  $k$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

#### 해설

이차함수  $y = \frac{2}{3}x^2$  의 그래프를 꼭짓점의 좌표가  $(2, 0)$  이 되도록 평행이동하면  $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$  이다. 점  $(k, 6)$  을 지나므로 대입하면  $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$ ,  $9 = (k-2)^2$ ,  $k-2 = \pm 3$  따라서  $k = 5, -1$  이다.

39. 이차함수  $y = x^2 + 2x + 3$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $b$  만큼 평행이동하였더니  $x = -2$  일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때,  $a, b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -1$

▷ 정답 :  $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $b$  만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

40. 포물선  $y = -2x^2 - bx + c$  에서  $b < 0$ ,  $c > 0$  이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$\therefore$  제 1 사분면

41. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 최댓값이 9 이고 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 두 근이 -2, 4 일 때,  $abc$  의 값은? (단,  $a, b, c$  는 상수이다.)

① -10

② -12

③ -14

④ -16

⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$  의 두 근이 -2, 4 이므로

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\&= a(x+2)(x-4) \\&= a(x^2 - 2x - 8) \\&= a(x-1)^2 - 9a\end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로  $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는  $y = -x^2 + 2x + 8$  이고

$b = 2, c = 8$  이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$

42. 이차함수  $y = -x^2 - 2kx + 4k$  의 최댓값이  $M$  일 때,  $M$  의 최솟값을 구하면?

① 1

② -2

③ 3

④ -4

⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$M = k^2 + 4k$  이므로

$M = (k + 2)^2 - 4$  이다.

따라서  $M$  의 최솟값은 -4 이다.

43.  $x + y = 10$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

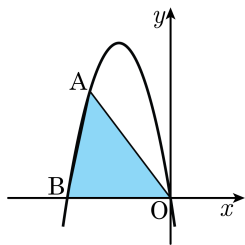
해설

$$y = 10 - x$$

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= x^2 + (10 - x)^2 \\&= x^2 + x^2 - 20x + 100 \\&= 2x^2 - 20x + 100 \\&= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100 \\&= 2(x - 5)^2 + 50\end{aligned}$$

따라서  $x = 5$  일 때 최솟값은 50 이다.

44. 다음 그림은 축의 방정식이  $x = -3$  인 이차 함수  $y = -x^2 + bx + c$  의 그래프이다. 점 O (원점), B 는  $x$  축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때,  $\triangle OAB$  의 넓이의 최댓값은?



① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

### 해설

축이  $x = -3$  이므로 B 의 좌표는  $(-6, 0)$  이다.

따라서  $y = -x^2 + bx + c$  가 두 점

$(0, 0)$ ,  $(-6, 0)$  을 지나므로,

$$0 = c, 0 = -36 - 6b$$

$$b = -6, c = 0$$

$$y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$$

$\triangle OAB$  에서 밑변의 길이를  $\overline{OB}$  라

고 하면, 높이가 최대일 때  $\triangle OAB$  의

넓이가 최대가 된다.

즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가  $(-3, 9)$  이므로

$$\triangle OAB \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$



45. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의  $t$  초 후의 높이는  $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후                      ② 7 초 후                      ③ 8 초 후  
④ 10 초 후                    ⑤ 알 수 없다.

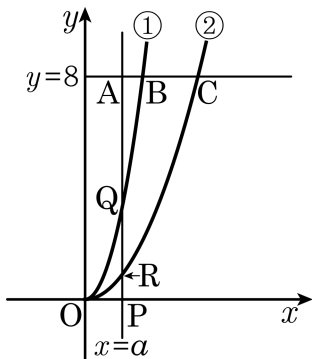
해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

46. 다음 그림은 이차함수  $y = 2x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$ ,  $y = \frac{1}{2}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다. 직선  $y = 8$ 이  $y$ 축 및 곡선  $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 와 점 A, B, C에서 만나고  $x = a$ 가  $x$ 축 및 곡선  $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 와 점 P, Q, R에서 만날 때, 원점과 점 C를 지나는 직선이 곡선  $\textcircled{1}$ 과 만나는 점의 좌표를  $(p, q)$ 라 하자. 이 때  $p + q$ 의 값을 구하여라. (단, 원점은 제외)



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{OC}$ 의 식은  $y = 2x$

$2x^2 = 2x, x^2 - x = 0, x(x - 1) = 0$ 에서  $x = 0$  또는  $x = 1$

$\therefore (p, q) = (1, 2) (\because x \neq 0)$

$\therefore p + q = 1 + 2 = 3$

47.  $x$ 축 위의 두 점  $A(5, 0)$ ,  $B(-3, 0)$ 과 이차함수  $y = a(x+1)^2$ 의 그래프와 직선  $y = -12$ 와의 두 교점  $C$ ,  $D$ 를 연결한 사각형은 평행사변형일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라. (단,  $a < 0$ )

▶ 답 :

▶ 정답 :  $-\frac{3}{4}$

### 해설

□ABCD는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 8$$

점 C와 D는 직선  $x = -1$ 을 중심으로 좌우대칭이므로  $B(-5, -12)$ ,  $C(3, -12)$

점 C와 점 D는  $y = a(x+1)^2$  위의 점이므로

$$-12 = 16a$$

$$\therefore a = -\frac{3}{4}$$

48. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가  $x$  축과 만나는 두 점을 각각 A(2, 0), B(-5, 0) 이라고 할 때, 두 점 A, B 와  $y$  절편으로 이루어지는 삼각형의 넓이는 14이다. 두 점 A, B 와 꼭짓점으로 이루어지는 삼각형의 넓이를 구하여라. (단,  $a > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 17.15

### 해설

$y$  절편의 절댓값을  $m$  이라고 하면

$$\frac{1}{2} \times (2 + 5) \times m = 14, m = 4$$

$a > 0$  이고,  $x$  절편이 -5, 2 이므로  $y$  절편은 음수이다.

$y = a(x + 5)(x - 2)$  에  $(0, -4)$  를 대입하면

$$-4 = -10a, a = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{5}(x + 5)(x - 2) \\ &= \frac{2}{5}x^2 + \frac{6}{5}x - 4 \\ &= \frac{2}{5}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{49}{10} \end{aligned}$$

따라서 삼각형의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 7 \times \frac{49}{10} = 17.15$  이다.

49. 함수  $y = x^2 - px$  와  $y = -x^2 + px$  의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 26 일 때,  $p$  의 값을 구하여라. (단,  $p > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

포물선의 축이  $x = \frac{p}{2}$  이므로 직사각형은 직선  $x = \frac{p}{2}$  에 대하여 대칭이다.

직사각형이  $x$  축과 만나는 점의  $x$  좌표를  $t$  ( $t > \frac{p}{2}$ ) 라 하면

가로의 길이는  $2 \times \left(t - \frac{p}{2}\right) = 2t - p$ ,

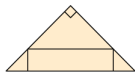
세로의 길이는  $(-t^2 + pt) - (t^2 - pt) = -2t^2 + 2pt$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$2(-2t^2 + 2pt + 2t - p) = -4\left(t - \frac{p+1}{2}\right)^2 + p^2 + 1$  이다.

따라서  $t = \frac{p+1}{2}$  일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은  $p^2 + 1 = 26$  이므로  $p = 5$  이다.

50. 빗변의 길이가 40 인 직각이등변삼각형에 다음 그림과 같이 직사각형을 그릴 때, 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.

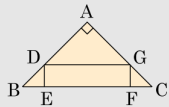


▶ 답 :

▷ 정답 : 200

### 해설

다음 그림에서 선분 DE 의 길이를  $x$  라 하면  
 $\triangle ABC$  는 이등변삼각형이고  $\angle B = 45^\circ$  이므로  
 $\overline{BE} = x$  이다.



마찬가지로  $\overline{FC} = x$

$$\therefore \overline{EF} = 40 - x - x = 40 - 2x$$

직사각형의 넓이를  $S$  라 하면

$$\begin{aligned} S &= x(40 - 2x) \\ &= -2x^2 + 40x \\ &= -2(x - 10)^2 + 200 \end{aligned}$$

따라서  $x = 10$  일 때, 직사각형의 넓이의 최댓값은 200 이다.