

1. 함수 $f(x) = x^2 - x + 1$ 에 대해서 $f(1) + f(2)$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = x^2 - x + 1 \text{ 에서}$$

$$f(1) = 1 - 1 + 1 = 1$$

$$f(2) = 4 - 2 + 1 = 3$$

$$\therefore f(1) + f(2) = 1 + 3 = 4$$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2 의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

3. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 위로 볼록한 그래프이다.
- ② 점 $(3, -9)$ 을 지난다.
- ③ 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- ④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

4. 다음 중 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
- ① 아래로 볼록한 포물선이다.
 - ② 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$ 이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = -2$
 - ④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
 - ⑤ $y = -2(x + 2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프는 $y = 2(x - 2)^2$ 이다.

5. 직선 $x = 4$ 를 축으로 하고 두 점 $(1, 1)$, $(-1, -15)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = x^2 + 6x - 6$

② $y = x^2 + 8x - 8$

③ $y = -x^2 + 6x - 4$

④ $y = -x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 + 8x - 6$

해설

$y = p(x - 4)^2 + q$ 라고 하자.

$(1, 1)$, $(-1, -15)$ 를 지나므로 이를 대입하면 $9p + q = 1$, $25p + q = -15$ 이므로 이를 풀면 $p = -1$, $q = 10$

$\therefore y = -(x - 4)^2 + 10 = -x^2 + 8x - 6$

6. 이차함수 $y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

▶ 답 :

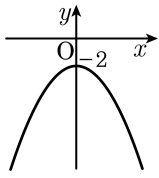
▷ 정답 : 4

해설

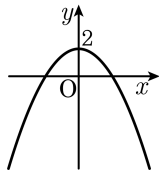
$y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $2 - (-2) = 4$ 만큼 평행이동한 것이다.

7. 다음 중 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프는?

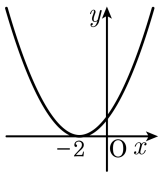
①



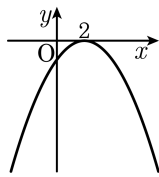
②



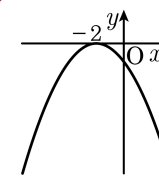
③



④



⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

8. 포물선 $y = -3x^2 - 4$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어 지는 것은?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3(x - 1)^2$

③ $y = 3x^2 - 3$

④ $y = 2(x - 1)^2 - 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

9. 다음 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 3 사분면 위에 있는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = -(x + 1)^2 + 3$
- ㉡ $y = \frac{1}{2}(x + 5)^2 - 3$
- ㉢ $y = -3(x - 1)^2 + 2$
- ㉣ $y = -2(x - 1)^2 + 4$
- ㉤ $y = 3(x + 3)^2 - 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

제 3 사분면 위에 꼭짓점의 좌표는 (음수, 음수)이다.

- ㉠ (-1, 3)
- ㉡ (-5, -3)
- ㉢ (1, 2)
- ㉣ (1, 4)
- ㉤ (-3, -6)

10. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면 점 $(p, -18)$ 을 지난다. p 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 0

해설

$y = -2(x - 3)^2$ 에 점 $(p, -18)$ 대입
 $-18 = -2(p - 3)^2$, $(p - 3)^2 = 9$,
 $p - 3 = \pm 3$, $p = 3 \pm 3$,
따라서 $p = 6$ 또는 $p = 0$ 이다.

11. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$

② $x > -1$

③ $x < 1$

④ $x > 1$

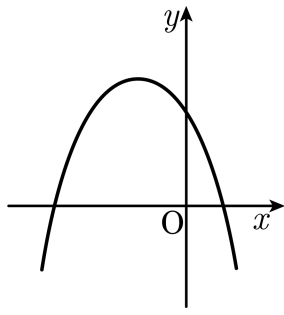
⑤ $x > 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

12. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?

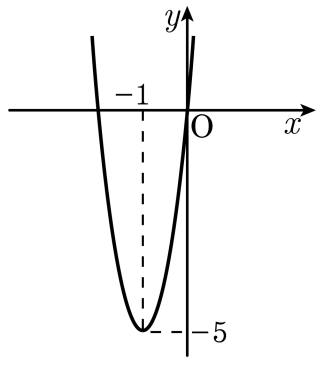


- ① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a < 0, p < 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로
 $a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -5)$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



- ① $y = -x^2 + 2x$ ② $y = -2x^2 + 4x$ ③ $y = -2x^2 - 4x$
④ $y = 4x^2 + 4x$ ⑤ $y = 5x^2 + 10x$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -5)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+1)^2 - 5$ 로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $0 = a - 5 \quad \therefore a = 5$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = 5(x+1)^2 - 5 = 5x^2 + 10x$ 이다.

14. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

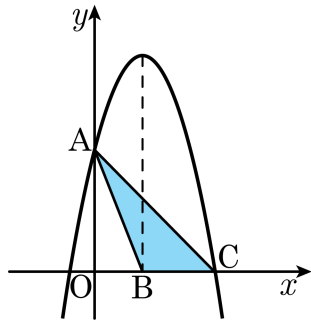
▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x - 5 \\&= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\&= -3(x - 1)^2 - 2\end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

15. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



- ① 6 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 12

해설

y 절편이 5 이므로 A(0, 5)
 $y = -x^2 + 4x + 5 = -(x - 2)^2 + 9$
 축이 $x = 2$ 이므로 B(2, 0)
 $y = 0$ 일 때 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$ 이므로 C(5, 0)
 $\triangle ABC$ 의 밑변 $\overline{BC} = 3$, 높이 $\overline{AO} = 5$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}$

16. 세 점 $(0, -6)$, $(2, 0)$, $(-2, 4)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$

② $y = 2x^2 + x - 6$

③ $y = 2x^2 + x + 6$

④ $y = -2x^2 - x - 6$

⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$c = -6$, $4a + 2b + c = 0$, $4a - 2b + c = 4$

$a = 2$, $b = -1$, $c = -6$

$\therefore y = 2x^2 - x - 6$

17. 이차함수 $y = -x^2 - 4x + k$ 의 최댓값이 8 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$y = -x^2 - 4x + k = -(x + 2)^2 + 4 + k$$

최댓값이 8 이므로

$$4 + k = 8 \quad \therefore k = 4$$

18. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 4k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

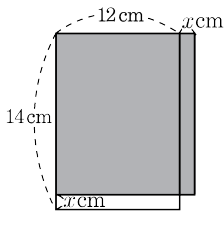
해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2kx + 4k \\ &= (x^2 + 2kx) + 4k \\ &= (x + k)^2 - k^2 + 4k \end{aligned}$$

$$\text{최솟값 } m = -k^2 + 4k = -(k - 2)^2 + 4$$

따라서 m 의 최댓값 4이다.

19. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned} y &= (12 + x)(14 - x) \\ &= -x^2 + 2x + 168 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\ &= -(x - 1)^2 + 169 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

20. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 16
- ② 20
- ③ 36
- ④ 55
- ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

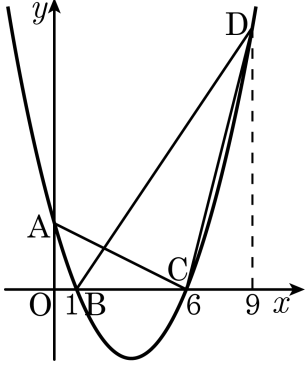
$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$ 이므로 대칭축은 $x = -\frac{b}{2a}$ 이다.

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$

23. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$$c = 3, \text{ 즉 } A(0, 3) \text{ 이다.}$$

$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

24. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

25. 밑변의 길이와 높이의 합이 28 cm 인 삼각형의 최대 넓이는?

① 90 cm^2

② 92 cm^2

③ 94 cm^2

④ 96 cm^2

⑤ 98 cm^2

해설

삼각형의 밑변의 길이를 $x \text{ cm}$, 높이를 $y \text{ cm}^2$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}x(28 - x)$$

$$= \frac{1}{2}(-x^2 + 28x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 98$$