1. 함수 $f(x) = x^2 - x + 1$ 에 대해서 $f(1) + f(2)$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) = x^2 - x + 1$ 에서

$f(1) = 1 - 1 + 1 = 1$

$f(2) = 4 - 2 + 1 = 3$

$\therefore f(1) + f(2) = 1 + 3 = 4$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = -3x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

3. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 위로 볼록한 그래프이다.

② 점 $(3, -9)$ 을 지난다.

③ 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.

④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

4. 다음 중 이차함수 $y = 2(x+2)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 0)$ 이다.

③ 축의 방정식은 $x = -2$

④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

⑤ $y = -2(x+2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프는 $y = 2(x-2)^2$ 이다.

5. 직선 $x=4$ 를 축으로 하고 두 점 $(1,\ 1)$, $(-1,\ -15)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y=x^2+6x-6$ ② $y=x^2+8x-8$

③ $y=-x^2+6x-4$ ④ $y=-x^2+6x-8$

⑤ $y=-x^2+8x-6$

해설

$y=p(x-4)^2+q$ 라고 하자.
$(1,\ 1)$, $(-1,\ -15)$ 를 지나므로 이를 대입하면 $9p+q=1, 25p+q=-15$ 이므로 이를 풀면 $p=-1,\ q=10$
$\therefore y=-(x-4)^2+10=-x^2+8x-6$

6. 이차함수 $y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

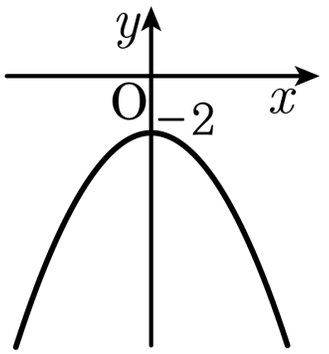
▶ 답 :

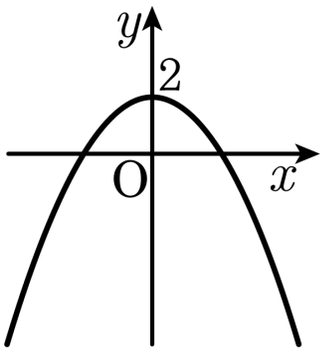
▷ 정답 : 4

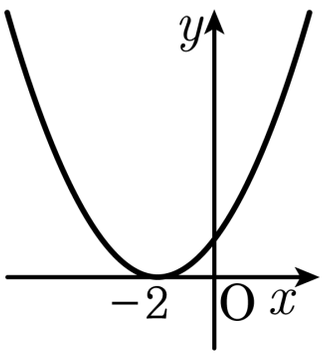
해설

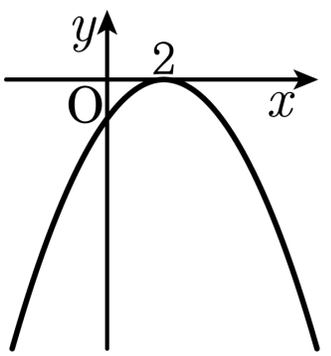
$y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $2 - (-2) = 4$ 만큼 평행이동한 것이다.

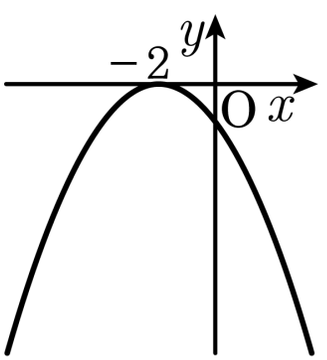
7. 다음 중 $y=-\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프는?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$ 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

8. 포물선 $y = -3x^2 - 4$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어지는 것은?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3(x-1)^2$

③ $y = 3x^2 - 3$

④ $y = 2(x-1)^2 - 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

9. 다음 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 3 사분면 위에 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y=-(x+1)^2+3$
㉡ $y=\frac{1}{2}(x+5)^2-3$
㉢ $y=-3(x-1)^2+2$
㉣ $y=-2(x-1)^2+4$
㉤ $y=3(x+3)^2-6$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉤

해설

제 3 사분면 위에 꼭짓점의 좌표는 (음수, 음수)이다.
㉠ $(-1,\ 3)$
㉡ $(-5,\ -3)$
㉢ $(1,\ 2)$
㉣ $(1,\ 4)$
㉤ $(-3,\ -6)$

10. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시키면 점 $(p, -18)$ 을 지난다. p 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 0

해설

$y = -2(x-3)^2$ 에 점$(p,\ -18)$ 대입
$-18 = -2(p-3)^2$, $(p-3)^2 = 9$,
$p-3 = \pm 3$, $p = 3 \pm 3$,
따라서 $p = 6$ 또는 $p = 0$ 이다.

11. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$ ② $x > -1$ ③ $x < 1$

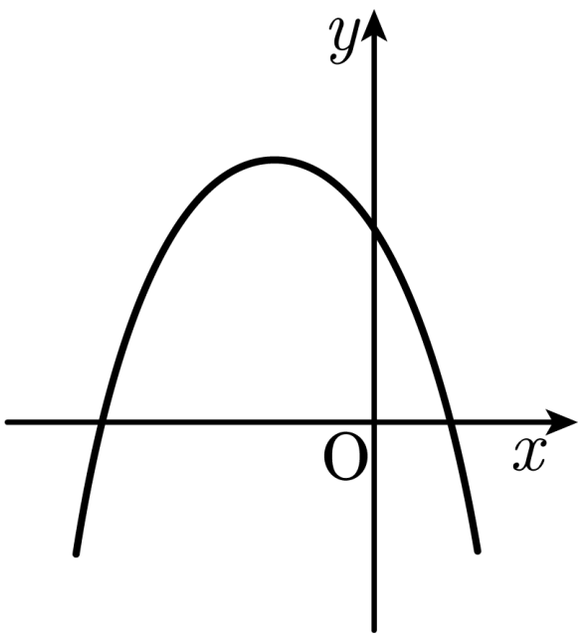
④ $x > 1$ ⑤ $x > 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x+1)^2 + 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

12. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?



① $a > 0, p > 0, q > 0$

② $a < 0, p < 0, q < 0$

③ $a > 0, p < 0, q < 0$

④ $a < 0, p < 0, q > 0$

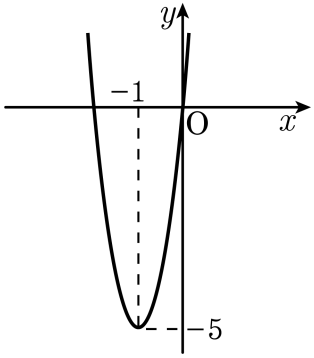
⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로

$a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -5)$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y = -x^2 + 2x$ ② $y = -2x^2 + 4x$ ③ $y = -2x^2 - 4x$

④ $y = 4x^2 + 4x$ ⑤ $y = 5x^2 + 10x$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -5)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+1)^2 - 5$ 로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0,\ 0)$ 을 지나므로 $0 = a - 5 \quad \therefore a = 5$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y = 5(x+1)^2 - 5 = 5x^2 + 10x$ 이다.

14. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

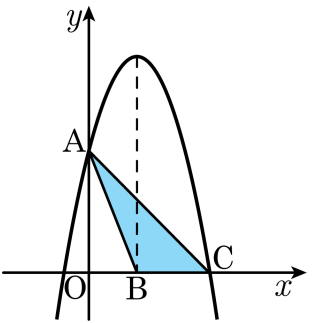
▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 5 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -3(x-1)^2 - 2 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

15. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① 6 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 12

해설

y 절편이 5 이므로 A$(0, 5)$
$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$
축이 $x = 2$ 이므로 B$(2, 0)$
$y = 0$ 일 때 $x^2 - 4x - 5 = 0$
$(x-5)(x+1) = 0$ 이므로 C$(5, 0)$
$\triangle ABC$ 의 밑변 $\overline{BC} = 3$, 높이 $\overline{AO} = 5$
$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}$

16. 세 점 $(0,\ -6)$, $(2,\ 0)$, $(-2,\ 4)$를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$
② $y = 2x^2 + x - 6$
③ $y = 2x^2 + x + 6$
④ $y = -2x^2 - x - 6$
⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$c = -6,\ 4a + 2b + c = 0,\ 4a - 2b + c = 4$

$a = 2,\ b = -1,\ c = -6$

$\therefore\ y = 2x^2 - x - 6$

17. 이차함수 $y = -x^2 - 4x + k$ 의 최댓값이 8 일 때, 상수 k 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$y = -x^2 - 4x + k = -(x+2)^2 + 4 + k$

최댓값이 8 이므로

$4 + k = 8 \quad \therefore k = 4$

18. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 4k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

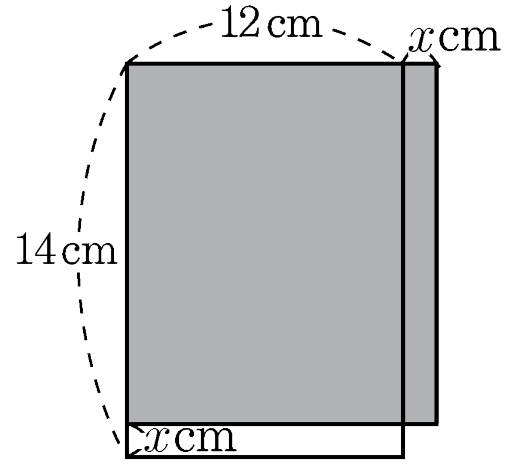
해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2kx + 4k \\ &= (x^2 + 2kx) + 4k \\ &= (x+k)^2 - k^2 + 4k \end{aligned}$$

최솟값 $m = -k^2 + 4k = -(k-2)^2 + 4$

따라서 m 의 최댓값 4 이다.

19. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 $x$cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned} y &= (12+x)(14-x) \\ &= -x^2+2x+168 \\ &= -(x^2-2x+1-1)+168 \\ &= -(x-1)^2+169 \end{aligned}$$

$x=1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

20. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 16 ② 20 ③ 36 ④ 55 ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a, 넓이를 b 라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고, $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$

④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$\frac{3}{2} < |a| < 2$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + 3 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$ 이므로 대칭축은

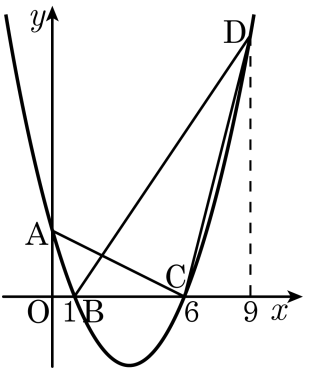
$x = -\frac{b}{2a}$ 이다.

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$-\frac{b}{2a} = 2,\ \frac{b}{a} = -4,\ \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$

$\therefore\ \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1}{16}$

23. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6-1) \times c = \frac{15}{2}$ 이다.

$c = 3$, 즉 A$(0, 3)$ 이다.

$y = ax^2 + bx + 3 = a(x-1)(x-6) = ax^2 - 7ax + 6a$

$6a = 3$, $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{7}{2}$ 이다.

$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3$ 이므로 D$(9, 12)$ 이다.

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6-1) \times 12 = 30$

24. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1,\ 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 - 3$
점 $(-1,\ 6)$ 을 대입하면 $a = 1$
$y = (x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서
$a = 1$, $b = -4$, $c = 1$
따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

25. 밑변의 길이와 높이의 합이 $28\,\mathrm{cm}$ 인 삼각형의 최대 넓이는?

① $90\,\mathrm{cm}^2$ ② $92\,\mathrm{cm}^2$ ③ $94\,\mathrm{cm}^2$

④ $96\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $98\,\mathrm{cm}^2$

해설

삼각형의 밑변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$, 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}x(28-x)$$

$$= \frac{1}{2}(-x^2+28x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2-28x)$$

$$= -\frac{1}{2}(x-14)^2+98$$