

1. x 가 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-3, 4$

② $-4, 4$

③ $-3, 3$

④ $-4, 5$

⑤ $-2, 3$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

2. 이차방정식 $-(x+4)^2 + 8 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$-(x+4)^2 + 8 = 0$ 에서 $(x+4)^2 = 8$ 이므로

$x+4 = \pm\sqrt{8}, x = -4 \pm 2\sqrt{2}$

따라서 $a = -4 + 2\sqrt{2}, b = -4 - 2\sqrt{2}$

$\therefore a+b = -4 + 2\sqrt{2} - 4 - 2\sqrt{2} = -8$

3. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. 연결이 옳지 않은 것은?

$$x^2 + 6x = \textcircled{㉠}$$
$$x^2 + 6x + \textcircled{㉡} = \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$$
$$(x + \textcircled{㉢}) = \textcircled{㉣}$$
$$x + \textcircled{㉤} = \pm \sqrt{\textcircled{㉥}}$$
$$\therefore x = \textcircled{㉦}$$

- ① $\textcircled{㉠} : -3$

② $\textcircled{㉡} : 9$

③ $\textcircled{㉢} : 3$
- ④ $\textcircled{㉣} : 6$

⑤ $\textcircled{㉤} : \pm \sqrt{6}$

해설

$$x^2 + 6x = -3$$

좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면

$$x^2 + 6x + 9 = -3 + 9$$
$$(x + 3)^2 = 6$$
$$x + 3 = \pm \sqrt{6}$$
$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{6}$$

따라서 ㉤의 연결이 옳지 않다.

4. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(x - 4)(x - 4) = 0$
- ㉡ $x^2 - 4x = 0$
- ㉢ $x^2 + 9 = 6x$
- ㉤ $2x^2 + 12x = -9$
- ㉥ $(x - 1)(x + 1) = 12x^2 - 5x$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉥

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.
㉠ $x = 4$ (중근)
㉢ $x^2 + 9 = 6x$
 $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$
 $\therefore x = 3$ (중근)

5. 이차방정식 $x^2 + 6x - 5 + 2k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, k 의 값이 될 수 없는 것은?

① -10 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 8

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 개의 근을 가지면

판별식 $D = b^2 - 4ac > 0$

주어진 방정식의 $D = 6^2 - 4(-5 + 2k) > 0$

$-8k > -56$

$\therefore k < 7$

주어진 값들 중 $8 > 7$ 이므로 적당하지 않다.

6. 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + 2 - a^2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a + (a - 3) + 2 - a^2 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

7. 이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $p^2 - \frac{14}{3}p$ 의 값은?

① $\frac{5}{3}$

② $\frac{8}{3}$

③ $-\frac{8}{3}$

④ $-\frac{5}{3}$

⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 에 $x = p$ 를 대입하면,

$$3p^2 - 14p + 8 = 0, \quad -8 = 3p^2 - 14p$$

따라서 $p^2 - \frac{14}{3}p = -\frac{8}{3}$ 이다.

8. 이차방정식 $(a^2 - 1)x^2 + (a + 3)x + 2(3a + 1) = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{3}$

해설

$x = -2$ 를 대입하면
 $4(a^2 - 1) - 2(a + 3) + 2(3a + 1) = 0$
 $4a^2 - 4 - 2a - 6 + 6a + 2 = 0$
 $4a^2 + 4a - 8 = 0$
 $a^2 + a - 2 = 0$
 $(a - 1)(a + 2) = 0$
 $\therefore a = -2$ ($a^2 - 1 \neq 0$ 이므로 $a \neq 1$)
 $a = -2$ 를 대입하면 $3x^2 + x - 10 = 0$
 $(3x - 5)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = \frac{5}{3}$ 또는 $x = -2$
따라서 다른 한 근은 $\frac{5}{3}$ 이다.

9. 두 방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $x^2 - 6x + p = 0$ 을 동시에 만족하는 해가 있을 때, $-p$ 의 값은? (단, $p \neq 0$)

① 4

② 16

③ -16

④ 8

⑤ -8

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$x = -2, 6$$

1) $x = -2$ 가 $x^2 - 6x + p = 0$ 의 해일 때,

$$4 + 12 + p = 0 \therefore p = -16$$

2) $x = 6$ 이 $x^2 - 6x + p = 0$ 의 해일 때,

$$36 - 36 + p = 0 \therefore p = 0$$

따라서 $p \neq 0$ 이므로 $-p = -(-16) = 16$ 이다.

10. 이차방정식 $4x + 8 = x^2 + 6x + m$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 9$

해설

$4x + 8 = x^2 + 6x + m$ 이 중근을 가지므로

$x^2 + 2x + m - 8 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = 1 - 1 \times (m - 8) = 0 ,$$

$$1 - m + 8 = 0$$

$$\therefore m = 9$$

11. $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이 이차방정식 $2x^2 + 3x + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$2x^2 + 3x + k = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times k}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8k}}{4}$$

$$9 - 8k = 17$$

$$\therefore k = -1$$

12. 이차방정식 $(x-2)(x-1) - \frac{1}{3}(x^2+1) = 3(x-3)$ 의 근은?

- ① $x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{3}$ ② $x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$ ③ $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{3}$
④ $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$ ⑤ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

해설

양 변에 3을 곱하여 정리하면 $2x^2 - 18x + 32 = 0$ 이다.

$$x^2 - 9x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

13. 두 근이 $\frac{1}{3}$, -2 이고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 에서 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2) = 3\left(x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}\right)$$

$$3x^2 + 5x - 2$$

$a = 5$, $b = -2$ 이므로 $ab = -10$ 이다.

14. 연속한 세 홀수의 제곱의 합이 683 이다. 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

연속하는 세 홀수를 x , $x+2$, $x+4$ 라고 하면

$$x^2 + (x+2)^2 + (x+4)^2 = 683$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 221 = 0$$

$$\Rightarrow (x+17)(x-13) = 0$$

$$\Rightarrow x = 13 (\because x > 0)$$

$$\therefore 13 + 17 = 30$$

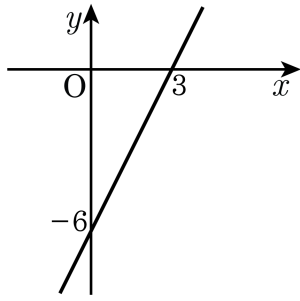
15. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 존재하지 않는다.
④ 모든 실수에 대해서 만족한다.
⑤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

16. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.

두 근을 각각 α, β 라 할 때,

두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20\end{aligned}$$

17. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 5부터 n 까지의 합이 200일 때, n 의 값은?

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$$(5 + 6 + 7 + \cdots + n) = (1 + 2 + \cdots + n) - (1 + 2 + 3 + 4)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 10 = 200 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 210$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$(n-20)(n+21) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 20 \text{ 이다.}$$

18. 4월 중 2박 3일 동안 봉사활동을 하는데 봉사활동의 둘째 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 봉사활동이 끝나는 날의 날짜는?

- ① 4월 1일 ② 4월 2일 ③ 4월 3일
④ 4월 4일 ⑤ 4월 5일

해설

봉사활동을 하는 날을 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$x^2 = (x-1) + (x+1)$$

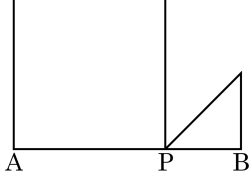
$$x^2 = 2x$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 2 \text{ (일)}$$

따라서 봉사활동이 끝나는 날은 하루 뒤인 4월 3일이다.

19. 길이가 6 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 18 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



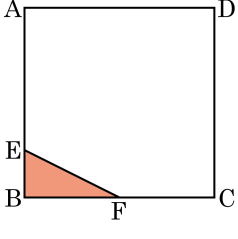
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

선분 AP 의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면
(정사각형의 넓이) $= x^2$
(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(6 - x)^2$
 $x^2 + \frac{1}{2}(6 - x)^2 = 18$
 $\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$
 $3x^2 - 12x = 0$
 $3x(x - 4) = 0$
선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 4(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 ABCD 가 있다. 점 F 는 변 BC 위를 점 C 로부터 B 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고, 점 E 는 변 AB 위를 점 B 로부터 A 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 E, F 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BEF$ 의 넓이가 정사각형 넓이의 $\frac{1}{16}$ 배가 되는지 구하여라.



▶ 답 : 5 초

▶ 정답 : 5 초

해설

x 초 후에 $\overline{BF} = (20 - 2x) \text{ cm}$, $\overline{BE} = x \text{ cm}$

$\triangle BEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \overline{BF} \times \overline{BE}$ 이고,

정사각형 넓이인 $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$ 의 $\frac{1}{16}$ 배 인 25 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} (20 - 2x)x = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (초)} (\text{단, } 0 < x < 10)$$

21. $A = x^2 + 2x - 3$, $B = x^2 - 8x + 7$ 에 대하여, $A + B = 0$, $AB \neq 0$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$A + B = (x^2 + 2x - 3) + (x^2 - 8x + 7)$
 $= 2x^2 - 6x + 4 = 0$ 이므로
 $2x^2 - 6x + 4 = 0$, $(x - 1)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 2 \cdots \textcircled{\text{A}}$
 $AB \neq 0$ 이므로 $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$ 이어야 한다.
 $A = x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3) \neq 0$ 에서
 $\therefore x \neq 1$ 이고 $x \neq -3 \cdots \textcircled{\text{B}}$
 $B = x^2 - 8x + 7 = (x - 1)(x - 7) \neq 0$
 $\therefore x \neq 1$ 이고 $x \neq 7 \cdots \textcircled{\text{C}}$
따라서 $\textcircled{\text{A}}$, $\textcircled{\text{B}}$, $\textcircled{\text{C}}$ 에서 $x = 2$ 이다.

22. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{6}$
- ④ $\frac{1}{9}$
- ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b$ 이다.
 $a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

- 23.** $4x^2 - 36[x] + 45 = 0$ 을 만족하는 실수 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답: 개

▷ 정답 : 6개

해설

$36[x]$ 는 짝수, $36[x]+45$ 는 홀수이므로 $4x^2$ 은 홀수이어야 한다.

따라서 $4x^2 = 2m + 1$ 이라 하면, $x = \frac{\sqrt{2m+1}}{2}$ (단, m 은 음이 아닌 정수)

$$4\left(\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right)^2 - 36\left[\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right] + 45 = 0$$

$$(2m+1) - 36 \left\lfloor \frac{\sqrt{2m+1}}{2} \right\rfloor + 45 = 0$$

$$\left\lfloor \frac{\sqrt{2m+1}}{2} \right\rfloor = \frac{m+23}{18}$$

$$\frac{m+25}{9} \leq \sqrt{2m+1} < \frac{m+41}{9}$$

각 변을 제공하며 $(m-58)^2 <$

 $(m - 40)^2 > 0$ 는 $m \neq 40$ 이 모든 시스템에 대해서 성립

$(m-40)^2 > 0$ 는 $m \neq 40$ 인 모든 실수에 대해서 성립하므로 $m \neq 40$ 이다.

$$(m-58)^2 \leq 54^2 \text{ 를 보면 } (m-58)^2 - 54^2 \leq 0, 4 \leq m \leq 112$$

$m \neq 40$ 이므로 $4 \leq m < 40$, $40 < m \leq 112$ 이다.

이 중에서 $\frac{m+23}{18}$ 이 정수인 것은,

18

$m = 13, 31, 49, 67, 85, 103$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{27}}{2}, \frac{\sqrt{63}}{2}, \frac{\sqrt{99}}{2}, \frac{\sqrt{135}}{2}, \frac{\sqrt{171}}{2}, \frac{\sqrt{207}}{2} \text{ (6 개)}$$

24. 이차방정식 $ax^2 + \frac{1}{b}x + \frac{1}{c} = 0$ 의 두 근이 p, q 이고 p 는 10 보다 작은 자연수, q 는 5 의 배수이고, $p^2 - q = 20$ 을 만족할 때, $\frac{1}{b+c}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{50}{3}$

해설

$p^2 = 20 + q$ 이고 q 가 5 의 배수이므로 p^2 은 5 의 배수이다.

p 는 10 보다 작은 자연수이므로 $p = 5, q = 5$ 이다.

따라서 이차방정식은

$$a(x-5)(x-5) = ax^2 - 10ax + 25a = 0$$

$$\therefore b = -\frac{1}{10a}, c = \frac{1}{25a}$$

$$\text{따라서 } \frac{\frac{1}{a}}{b+c} = \frac{\frac{1}{a}}{-\frac{1}{10a} + \frac{1}{25a}} = \frac{\frac{1}{a}}{-\frac{3}{50a}} = -\frac{50}{3} \text{ 이다.}$$

- 25.** 어떤 정사각형의 모든 변의 길이를 4cm 씩 늘렸더니, 그 넓이가 처음의 4배가 되었다. 처음 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

처음 정사각형의 변의 길이를 x cm 라 하면

$$4x^2 = (x + 4)^2$$

$$3x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$(3x + 4)(x - 4) = 0$$

$$x = -\frac{4}{3} \text{ 또는 } x = 4 \text{ 이다.}$$

$x > 0$ 이므로 $x = 4$ 이다.

따라서 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16$ (cm) 이다.