

1. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 3, x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = -2, b = -3$$

$$\therefore a + b = -5$$

2. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$

$\therefore 2a^2 - 4a = 3$

3. 이차방정식 $x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$

② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$

④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$$x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$$2x^2 = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } 1$$

4. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = 0$$

$a = 0$ 을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 대입하면

$$2x^2 - 2 = 0, \quad 2x^2 = 2 \quad \therefore x = \pm 1$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

5. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 - 6x = 0$

㉡ $(2x + 1)^2 = 3$

㉢ $2x^2 = 8x - 8$

㉣ $(x + 2)^2 = 2x^2 + 1$

① 없다.

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

㉢ $2x^2 = 8x - 8,$

$2x^2 - 8x + 8 = 0,$

$2(x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

6. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 12x + 40 = k$ 가 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 12x + 40 - k = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $40 - k = 36$ 이다.

$$\therefore k = 4$$

7. 이차방정식 $(x + 3)^2 - 6 = 0$ 을 풀면?

① $x = 3 \pm \sqrt{6}$

② $x = 3 \pm \sqrt{2}$

③ $x = -3 \pm \sqrt{6}$

④ $x = -3 \pm \sqrt{2}$

⑤ $x = -2 \pm \sqrt{6}$

해설

$$(x + 3)^2 - 6 = 0, (x + 3)^2 = 6$$

$$x + 3 = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{6}$$

8. 다음은 이차방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다.
(가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$$x^2 + 3x = 2$$

$$x^2 + 3x + (\text{가}) = 2 + (\text{나})$$

$$(x + (\text{다}))^{(\text{라})} = (\text{마})$$

① (가) : $\frac{9}{4}$

② (나) : $\frac{9}{4}$

③ (다) : $\frac{3}{2}$

④ (라) : 2

⑤ (마) : 5

해설

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 2 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

따라서 (마)는 $\frac{17}{4}$ 이다.

9. 이차방정식 $3x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 해가 $\frac{B \pm \sqrt{C}}{A}$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 1}}{6} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$A = 6, B = -7, C = 37$ 이므로

$$\therefore A + B + C = 36$$

10. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

① -3

② $-\frac{5}{3}$

③ $-\frac{7}{8}$

④ 2

⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = 5$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$3(x-1)\left(x + \frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } -\frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

11. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

12. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

① $x^2 = 6x - 9$

② $2x^2 + x - 3 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5x = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

① $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$ (중근)

13. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

$$2x^2 + 6x + 10 = 0$$

① $\frac{3}{5}$

② 3

③ $-\frac{3}{5}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{3}{5}$$

14. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 $-2, 3$ 이라고 할 때, $ax^2 - 5x + b = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$$-2 + 3 = \frac{a}{2} \quad \therefore a = 2$$

$$(-2) \times 3 = \frac{b}{2} \quad \therefore b = -12$$

$ax^2 - 5x + b = 0$ 에 $a = 2, b = -12$ 를 대입하면

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

따라서 두 근의 곱은 $\frac{-12}{2} = -6$ 이다.

15. 차가 3인 두 자연수가 있다. 곱이 88일 때, 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

두 자연수를 x , $x + 3$ 라 하면

$$x(x + 3) = 88$$

$$x^2 + 3x - 88 = 0$$

$$(x - 8)(x + 11) = 0$$

$$x = 8 (\because x > 0)$$

따라서 두 수의 합은 $8 + 11 = 19$ 이다.

16. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

㉠ $2x^2 - 5 = x^2$

㉡ $x^2 = -x + 2$

㉢ $x^2 = 0$

㉣ $x^2 = (x - 1)^2 + x^2$

㉤ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$

㉥ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

이차방정식은 $(x$ 에 관한 이차식) $= 0$ 꼴의 등식이다.

\therefore ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 5개

17. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px - ap - 2q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$x = 2$ 가 근이므로 $4a + 2p - ap - 2q = 0$ 이고 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$(4 - p)a + 2(p - q) = 0$ 에 의하여 $p = 4$, $q = 4$ 이다.

$\therefore p + q = 8$

18. 다음의 이차방정식에서 양의 근들의 합은?

$$\textcircled{\text{A}} (2x + 1)(3x - 1) = 0$$

$$\textcircled{\text{B}} 2x(x - 1) = 0$$

$$\textcircled{\text{C}} 4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\textcircled{1} \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{3} \frac{5}{4}$$

$$\textcircled{4} \frac{5}{2}$$

$$\textcircled{5} 3$$

해설

$$\textcircled{\text{A}} 2x + 1 = 0 \text{ 또는 } 3x - 1 = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{\text{B}} 2x = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\textcircled{\text{C}} x - \frac{1}{2} = 0 \text{ 또는 } x - \frac{2}{3} = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 양의 근만 모두 더하면 } \frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{5}{2}$$

19. 이차방정식 $(a^2 - 1)x^2 + (a + 3)x + 2(3a + 1) = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{3}$

해설

$x = -2$ 를 대입하면

$$4(a^2 - 1) - 2(a + 3) + 2(3a + 1) = 0$$

$$4a^2 - 4 - 2a - 6 + 6a + 2 = 0$$

$$4a^2 + 4a - 8 = 0$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a - 1)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = -2 \quad (a^2 - 1 \neq 0 \text{ 이므로 } a \neq 1)$$

$$a = -2 \text{ 를 대입하면 } 3x^2 + x - 10 = 0$$

$$(3x - 5)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{3} \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 다른 한 근은 $\frac{5}{3}$ 이다.

20. 다음 보기에서 해가 없는 이차방정식을 모두 골라라. (단, 완전제곱식을 이용하여라.)

보기

㉠ $x^2 - 3x + 5 = 0$

㉡ $x^2 + 4x + 2 = 0$

㉢ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$

㉣ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ $x^2 - 3x = -5$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -5 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{11}{4}$$

따라서 제공한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

㉡ $x^2 + 4x = -2$

$$x^2 + 4x + 4 = -2 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 2$$

㉢ $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{4} = 0$ 에서 양변에 2 를 곱하면 $x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{3}{2}$

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{3}{2} + \frac{4}{9}$$

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{35}{18}$$

㉣ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} = 0$ 에서 양변에 3 을 곱하면 $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0$

$$x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = -\frac{1}{4} + \frac{1}{16}$$

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{3}{16}$$

따라서 제공한 수는 음수가 될 수 없으므로 해가 없다.

21. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

\therefore ⑤가 잘못 되었다.

22. 이차방정식 $ax^2 - 2x - 5 = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{b}}{5}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - a(-5)}}{a} \\ &= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 5a}}{a} = \frac{1 \pm \sqrt{b}}{5}\end{aligned}$$

$$a = 5, 1 + 5a = 1 + 25 = 26 = b$$

$$\therefore a + b = 5 + 26 = 31$$

23. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{5}x + 0.3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

① $\frac{6}{5}$

② $\frac{5}{6}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

주어진 식의 양변에 20을 곱하면

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{5}x + 0.3 = 0$$

$$5x^2 - 12x + 6 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6}}{5} \text{ 이므로 } \alpha = \frac{6 + \sqrt{6}}{5}, \beta = \frac{6 - \sqrt{6}}{5}$$

$$\therefore \alpha\beta = \frac{30}{25} = \frac{6}{5}$$

24. 두 수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 $(a - b)^2 + 2(a - b) - 15 = 0$ 의 관계가 성립한다고 한다. $a + b = 7$ 일 때, ab 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$a - b = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

$$(t + 5)(t - 3) = 0$$

$$\therefore t = -5 \text{ 또는 } t = 3$$

$a < b$ 이므로 $t = a - b = -5$

$a + b = 7$ 이므로 두 식을 연립하면 $a = 1, b = 6$

$$\therefore ab = 6$$

25. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다

③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - a^2}}{a}$ 이다.

④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다

⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

26. x 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이 -5 , -1 이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이 2 , 4 가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = -5$

② $x = -1$ 또는 $x = 5$

③ $x = 1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 2$

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면

$$b = (-5) \times (-1) = 5, \quad -a = 2 + 4 = 6$$

따라서 $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$ 이다.

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 5$$

27. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$

② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -1 이므로 구하는 이차방정식의
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 -2

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$

양변에 2 를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

28. 연속하는 두 짝수의 제곱의 합이 164 일 때, 이 두 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 8

▷ 정답: 10

해설

연속하는 두 짝수를 $x, x + 2$ (x 는 짝수)라 하면

$$(x)^2 + (x + 2)^2 = 164 \text{ 이므로}$$

$$2x^2 + 4x - 160 = 0$$

$$x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$(x - 8)(x + 10) = 0$$

따라서 $x = 8$ (x 는 짝수)이다.

두 짝수는 8, 10 이다.

29. 내 나이는 동생의 나이보다 5 살 많고, 동생 나이의 제곱은 내 나이의 2 배보다 2살이 적을 때 내 나이를 구하면?

① 7살

② 8살

③ 9살

④ 10살

⑤ 11살

해설

내 나이와 동생의 나이를 각각 x , $x - 5$ 라 하면

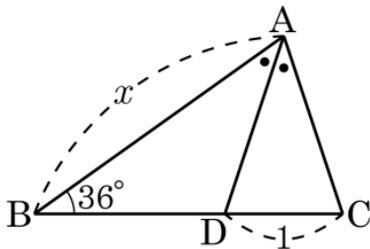
$$(x - 5)^2 = 2x - 2$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$(x - 9)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 9 \text{ (살)} \quad (\because x > 5)$$

31. $\angle A = \angle C$ 이고 $\angle B = 36^\circ$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 \overline{BC} 의 교점을 D 라 한다. $\overline{DC} = 1$ 일 때, \overline{AB} 의 길이는?



- ① $\frac{-1 + 2\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{2 + \sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 ④ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{6 + \sqrt{5}}{4}$

해설

$$\angle A = \angle C = 72^\circ$$

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BD} = x - 1 = \overline{DA}$

$\triangle ADC$ 도 이등변삼각형 $\overline{DA} = x - 1 = \overline{AC}$

그리고 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{DA} = \overline{AC} : \overline{DC}$$

$$x : (x - 1) = (x - 1) : 1, (x - 1)^2 = x, x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ 에서 } x > 1 \text{ 이므로 } x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

32. 길이가 8cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 9가 되었다. 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

① 2 cm

② 4 cm

③ 6 cm

④ 8 cm

⑤ 10 cm

해설

두 변의 길이를 x cm, $(8 - x)$ cm라 하면

$$x^2 : (8 - x)^2 = 1 : 9$$

$$9x^2 = (8 - x)^2$$

$$8x^2 + 16x - 64 = 0$$

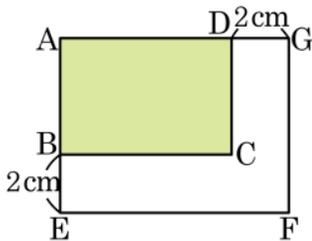
$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 2 (\because x > 0)$$

따라서 작은 변의 길이가 2 cm 이므로 큰 변의 길이는 6 cm 이다.

33. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 2$ 인 직사각형 ABCD 의 가로와 세로의 길이를 모두 2cm 씩 늘린 직사각형 A'EFG 의 넓이는 직사각형 ABCD 의 넓이의 2 배와 같다. 이 때, \overline{AD} 의 길이는?



① 8cm

② 7cm

③ 6cm

④ 5cm

⑤ 4cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AD} = 3x$, $\overline{AB} = 2x$ 라 하면, 직사각형 A'EFG 의 넓이는 $(3x + 2)(2x + 2)$ 이다.

직사각형 ABCD 의 넓이는 $3x \times 2x$

$$(3x + 2)(2x + 2) = 2 \times 3x \times 2x$$

$$6x^2 - 10x - 4 = 0$$

$$2(x - 2)(3x + 1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 2$$

$$\therefore \overline{AD} = 3x = 3 \times 2 = 6(\text{cm})$$

34. 다음 그림과 같이 한 변이 9m 인 정사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅에 넓이가 32m^2 인 십자형의 길을 만들려고 할 때, 길의 폭은?

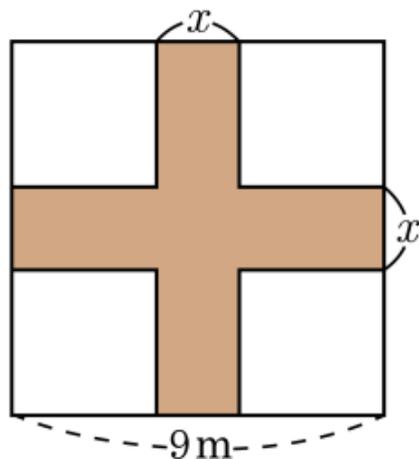
① 1 m

② 2 m

③ 3 m

④ 4 m

⑤ 5 m



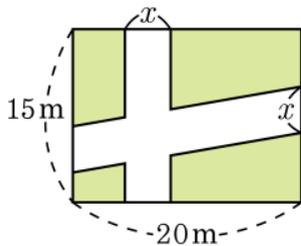
해설

$$9x + 9x - x^2 = 32$$

$$(x - 2)(x - 16) = 0$$

$$\therefore x = 2 (\because x < 9)$$

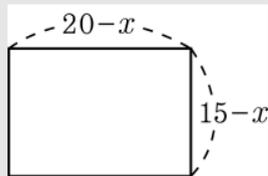
35. 다음 그림과 같이 가로 20 m, 세로 15 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 176 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭은?



- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
 ④ 6 m ⑤ 7 m

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면

$$(20 - x)(15 - x) = 176$$

$$x^2 - 35x + 124 = 0$$

$$x = 31 \text{ 또는 } x = 4$$

$$x < 15 \text{ 이므로 } x = 4$$

36. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a + 2, b + 2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

37. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

38. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

39. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
- ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 -5, -8이다.
- ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
- ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 -5, -8이다.

두 근의 합은 $13 = 4 - m, m = -9$ 또는 $-13 = 4 - m, m = 17$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

40. 이차방정식 $x^2 + 8x - 20 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 104$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{26}{5}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$m + n = -8, mn = -20 \text{ 이다.}$$

$$\text{㉠ : } m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 64 - 2(-20) = 104$$

$$\begin{aligned} \text{㉡ : } (m - n)^2 &= (m + n)^2 - 4mn \\ &= (-8)^2 - 4(-20) \\ &= 64 + 80 \\ &= 144 \neq m^2 n^2 \end{aligned}$$

㉢ : ㉡에 의해

$$|n - m| + 3mn = |\pm 12| - 60 < 0$$

$$\text{㉣ : } \frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = \frac{104}{-20} = -\frac{26}{5}$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

41. 이차방정식 $x^2 - 3x + k - 10 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 15$ 이다. 이때, 근과 계수의 관계를 이용하여 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = k - 10$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2(k - 10) = 15$$

$$\therefore k = 7$$

42. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \quad \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

43. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -3

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 $x, x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$$\therefore x = 2$$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면 $a = -8, b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.

44. 어떤 모임의 회원 n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수가 90 가지 일 때, 모임의 회원 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 10명

해설

n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 이다.

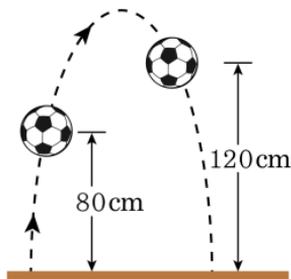
$$n(n-1) = 90$$

$$n^2 - n - 90 = 0 \text{ 이고,}$$

$$(n+9)(n-10) = 0 \text{ 이다.}$$

따라서 $n = 10$ (n 은 자연수)이다.

45. 다음 그림은 지면으로부터 초속 50m 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $(50x - 5x^2)$ m 이다. 위로 던진 공이 내려오면서 높이 120m 에서 터졌다면 처음으로 80m 를 도달해서 공이 터질 때까지의 시간을 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 4 초

해설

처음으로 80m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 80 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 80 = 0$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

$x = 2$ 초 또는 8 초이다.

처음으로 80m 에 도달했을 때이므로 2 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 120 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 120 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

$x = 4$ 초 또는 6 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때이므로 6 초이다.

따라서 처음으로 높이가 80m 인 지점을 지나 두 번째로 120m 인 지점까지의 시간은 2 초부터 6 초까지이므로 4 초 동안이다.

46. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px + ap + q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 2$ 를 대입하면

$$4a + 2p + ap + q = 0$$

$$(4 + p)a + 2p + q = 0$$

a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$4 + p = 0, 2p + q = 0$$

$$p = -4, 2p + q = 0, q = 8$$

$$\therefore p + q = -4 + 8 = 4$$

47. $[f(x)]_b^a = f(a) - f(b)$ 라고 할 때, $[2x^2 + x]_1^a = 0$ 을 만족하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$[2x^2 + x]_1^a = 0$$

$$(2a^2 + a) - (2 + 1) = 0$$

$$2a^2 + a - 3 = 0$$

$$(a - 1)(2a + 3) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 양수 a 의 값은 1 이다.

48. 세 개의 이차방정식 $x^2 - (1 + p)x + p = 0$, $x^2 - (q - 1)x - q = 0$, $x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0$ 은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때, $p - 4q - 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$x^2 - (1 + p)x + p = 0, x = 1, x = p \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - (q - 1)x - q = 0, x = -1, x = q \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0, x = 2p, x = 4q \cdots \textcircled{㉢}$$

세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,

㉠에서 공통근은 $x = p$

㉢에서 $2p \neq p$ 이므로 공통근은 $x = 4q$

㉡에서 $q \neq 4q$ 이므로 공통근은 $x = -1$

$$\therefore p = 4q = -1, p - 4q = 0$$

$$\therefore p - 4q - 1 = -1$$

49. 이차방정식 $x^2 + kx - 14k = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, k 의 값을 구하여라.(단, k 는 소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

이차방정식 $x^2 + kx - 14k = 0$ 에서

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 + 56k}}{2} \text{에서}$$

두 근이 정수이기 위해서는 $k^2 + 56k = m^2$ (m 은 정수)이어야 한다.

$$\text{즉, } m^2 = k(k + 56)$$

여기서 m^2 은 k 의 배수이고 k 는 소수이므로 m 은 k 의 배수이다.

따라서 $m = ka$ (a 는 정수)라고 하면 $(ka)^2 = k(k + 56)$ 이므로 $k^2 a^2 - k^2 = 56k$

$$k(a^2 - 1) = 56, k(a + 1)(a - 1) = 56$$

이때, k 는 소수, $a + 1$ 과 $a - 1$ 의 차가 2 이므로

$$\begin{aligned} k(a + 1)(a - 1) &= 56 \\ &= 7 \times 4 \times 2 \\ &= 7 \times (-4) \times (-2) \end{aligned}$$

$$\therefore k = 7$$

50. 원가가 1800 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $2a\%$ 를 받고 팔았더니 396 원의 손해를 보았다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$$\text{정가} : 1800 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ 원}$$

$$1800 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{2a}{100} + 396 = 1800$$

$$36a + \frac{9}{25}a^2 + 396 = 1800$$

$$a^2 + 100a - 3900 = 0$$

$$(a - 30)(a + 130) = 0$$

$$\therefore a = 30 (a > 0)$$