

1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $4x^2 - 4x = 0$

③ $3x(x+1) = x(x+1)$

④ $x^2 = x(x-1) - 4$

⑤ $3x^2 - 4 = x^2 + 4x$

해설

④ x 에 관한 일차방정식이다.

2. $x^2 + 2x - 63 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -9$

▷ 정답: $x = 7$

해설

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$(x + 9)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = -9 \text{ 또는 } x = 7$$

3. 이차방정식 $x^2 - 12x + 6 + 3m = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $m = 10$

해설

$x^2 - 12x + 6 + 3m = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = 0 \text{ 이므로}$$

$$\frac{D}{4} = 36 - 1 \times (6 + 3m) = 0$$

$$36 - 6 - 3m = 0$$

$$3m = 30$$

$$\therefore m = 10$$

4. 이차방정식 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해가 $\frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.
(단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -3$

▷ 정답 : $B = 13$

해설

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore A = -3, B = 13$$

5. 이차방정식 $3x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에서 두 근을 α, β 라고 할 때,

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로

$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -\frac{1}{3}$ 이다.

$$\therefore \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

6. 이차방정식 $(2x + 6)(x - 1) = 0$ 이 참이 되는 두 개의 근이 각각 a, b 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

$$2x + 6 = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a \times b = -3 \times 1 = -3$$

7. $x^2 - 10x + 25 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근)

② $x = -3$ (중근)

③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근)

⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (중근)}$$

8. 이차방정식 $(x - 3)^2 - 2 = 0$ 의 두 근을 α , β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 6

② $2\sqrt{2}$

③ $6 + 2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ -6

해설

$$(x - 3)^2 = 2 \text{ 이므로}$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$\alpha + \beta = (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6$$

9. 이차방정식 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀려고 한다. $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고쳐서 이차방정식의 해를 구하면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

② $x = \frac{3 \pm \sqrt{10}}{4}$

③ $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

④ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{2}{3}$$

양변에 $\left(-\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{9}$ 을 더하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{2}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$$

$$x - \frac{4}{3} = \pm \sqrt{\frac{10}{9}}$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$$

10. 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이 없을 때, k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $k = 1$

③ $k > 1$

④ $k < -1$

⑤ $k > -1$

해설

$$D = 2^2 - 4k = 4(1 - k)$$

$D < 0$ 일 때, 근이 없으므로

$$4(1 - k) < 0$$

$$\therefore k > 1$$

11. 이차방정식 $(x+3)^2 = x+8$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$(x+3)^2 = x+8, x^2 + 5x + 1 = 0$$

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 1$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta - 2\alpha\beta \\ &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= 25 - 4 = 21\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$

두 근의 곱은 a 이므로

$$\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$$

13. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 -4 이고, 다른 한 근이 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = -4$ 를 $x^2 + x + a = 0$ 에 대입하면

$16 - 4 + a = 0$, $a = -12$ 이다.

$x^2 + x - 12 = 0$ 에서 다른 한 근은 $x = 3$

$x = 3$ 을 $3x^2 + bx + 21 = 0$ 에 대입하면

$b = -16$ 이다.

$\therefore a - b = -12 + 16 = 4$

14. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이라고 한다. 합이 55가 되려면 1에서 몇까지 더해야 하는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 55 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 110 = 0$$

$$(n+11)(n-10) = 0$$

$$\therefore n = 10 (\because n > 0)$$

15. 이차방정식 $x^2 - (k + 1)x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$x^2 - (k + 1)x + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$k + 1 = 6$ 또는 $k + 1 = -6$ 이다.

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = -7, x = 5$ 을 대입하여 연립하여 풀면

$a = 2, b = -35$ 이다.

$\therefore a - b = 37$

16. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-3, 5$ 일 때, $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{15}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $-a = -3 + 5, a = -2$

$$b = -3 \times 5 = -15$$

$ax^2 + bx + 5 = 0$ 에 $a = -2, b = -15$ 대입하면

$$-2x^2 - 15x + 5 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-15)}{-2} = -\frac{15}{2}$ 이다.

17. 지면으로부터 초속 340m 로 똑바로 쏘아올린 공의 t 초 후의 높이를 $(-5t^2 + 340t)$ m 라고 할 때, 공이 땅에 떨어질 때까지 걸리는 시간을 구하면?

① 0 초 또는 68 초

② 68 초

③ 48 초

④ 28 초

⑤ 18 초

해설

땅에 떨어질 때의 높이는 0m 이므로

$$0 = -5t^2 + 340t, \quad -5t(t - 68) = 0$$

따라서 68 초 후에 땅에 떨어진다.

18. 둘레의 길이가 28cm 이고 넓이가 45cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로 길이가 세로 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.(단, 가로와 세로의 길이는 유리수)

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면 세로는 $(14 - x)\text{cm}$

또, (가로의 길이) > (세로의 길이) 이므로 $x > 14 - x$, 즉 $x > 7$

$$x(14 - x) = 45$$

$$(x - 5)(x - 9) = 0$$

$$x = 5 \text{ 또는 } x = 9$$

$$x > 7 \text{ 이므로 } x = 9$$

19. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 3cm, 2cm 늘여서 만든 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배와 같다. 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 할 때, x 를 구하는 방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x - 6 = 0$

③ $x^2 - 5x + 6 = 0$

④ $x^2 + 5x - 6 = 0$

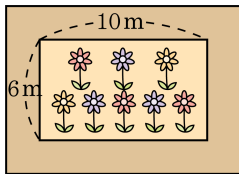
⑤ $3x^2 - 5x - 6 = 0$

해설

$$2x^2 = (x + 3)(x + 2)$$

$$\therefore x^2 - 5x - 6 = 0$$

20. 가로, 세로의 길이가 각각 6m, 10m 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 이 화단의 둘레에 폭이 일정하고, 넓이가 80m^2 인 길을 만들려고 할 때, 길의 폭을 몇 m로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 2 m

해설

도로의 폭을 $x\text{m}$ 라 하면 전체 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(2x + 10)\text{m}$, 세로의 길이가 $(2x + 6)\text{m}$ 의 곱이다.

(길의 넓이) = (큰 직사각형 넓이) - (화단의 넓이) 이므로

$$(2x + 10)(2x + 6) - (6 \times 10) = 80$$

$$4x^2 + 32x - 80 = 0$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$(x - 2)(x + 10) = 0$$

$$\therefore x = 2\text{m} \text{ (단, } x > 0 \text{)}$$

21. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

① $x = 1, x = 3$

② $x = 1, x = 5$

③ $x = 1$

④ $x = 2, x = 3$

⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

22. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

23. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

24. 이차방정식 $4x^2 + 8x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2)^2 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$x^2 + bx + c = 0$ 의 근이 $-2, \frac{3}{2}$ 이므로

$$-b = -2 + \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$c = -2 \times \frac{3}{2} = -3$$

$$\therefore b + c = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

25. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?

① 235

② 325

③ 532

④ 523

⑤ 358

해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각 p , q , r 라 하면
 p , q 는 0이상 10미만의 정수이고
 r 은 1이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 10 \cdots \textcircled{㉠} \\ 4q = p + r \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서 $q = 2$

$$100p + 20 + r = 100r + 20 + p + 198$$

$$p - r = 2 \cdots \textcircled{㉢}$$

$q = 2$ 를 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $p + r = 8 \cdots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉢} + \textcircled{㉣}$ 에서 $p = 5$, $r = 3$

따라서 구하는 수는 325이다.