

1. $(2x-y)(x+y) - 3(2x-y)$ 는 x 와 y 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해 된다. 이 때, 두 일차식의 합은?

① 0

② $x + y - 1$

③ $2x + 2y - 3$

④ $3x - 3$

⑤ $3x - 5$

해설

$(2x-y)(x+y) - 3(2x-y)$ 의 공통인수는 $2x-y$ 이므로

$$(2x-y)(x+y) - 3(2x-y) = (2x-y)(x+y-3)$$

따라서 두 일차식 $2x-y$ 와 $x+y-3$ 의 합은 $3x-3$ 이다.

2. $\left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2 = \square a^2 + \square ab + \frac{1}{4}b^2$ 일 때, $\square$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2 = 4a^2 + 2ab + \frac{1}{4}b^2$$

$$\therefore 4 + 2 = 6$$

3. 다항식 $x^2 + Ax - 10$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, A 의 값이 될 수 없는 수는?

① -3

② -9

③ 3

④ 5

⑤ 9

해설

두 수의 곱이 -10이 되는 경우는

$-1 \times 10, 1 \times (-10), 2 \times (-5), -2 \times 5$ 이므로

$A = \pm 9, \pm 3$

4. 두 다항식 $4x^2 - 9$, $2x^2 - 5x + 3$ 의 인수 중에서 공통인 인수를 제외한 나머지 두 인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x + 2$

해설

$$4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2x - 3)(x - 1)$$

공통인 인수를 제외한 나머지 인수는 $2x + 3$, $x - 1$ 이므로 합은 $3x + 2$ 이다.

5. $x(x+2)(x+4)(x+6)+16$ 을 인수분해하는 과정이다. () 안에 들어갈 식이 옳은 것은?

$$\begin{aligned} & x(x+2)(x+4)(x+6)+16 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+2)(\textcircled{2})+16 \\ &= (x^2+6x)(\textcircled{3})+16 \\ &(\textcircled{4})=A \text{ 라 하면} \\ &A^2+8A+16=(A+4)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

① $x+5$

② $x+3$

③ x^2+4x+8

④ x^2+6x

⑤ x^2+6x+1

해설

① $x+6$

② $x+4$

③ x^2+6x+8

⑤ x^2+6x+4

6. $y < x < 0$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $2x - 2y$

③ $2x$

④ $2y$

⑤ $-2y$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2} &= |x-y| + |x+y| \\ &= x-y - (x+y) = -2y\end{aligned}$$

7. $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1, \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1 - \sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

8. $6x^2 - xy + Ay^2 = (3x - By)(Cx + 3y)$ 일 때, $A - BC$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A - BC = -25$

해설

$$\begin{aligned}(3x - By)(Cx + 3y) \\&= 3Cx^2 + (9 - BC)xy - 3By^2 \\&= 6x^2 - xy + Ay^2 \\3C &= 6, C = 2 \\9 - BC &= -1, B = 5 \\A &= -15 \\\therefore A - BC &= -25\end{aligned}$$

9. 다음 다항식을 인수분해한 것 중에서 옳지 않은 것은?

① $2x^2 - x - 6 = (2x + 3)(x - 2)$

② $2x^2 - xy - 3x - y^2 + 3y = (2x + y - 3)(x - y)$

③ $x^2 + 4xy + 4y^2 = (x + 2y)^2$

④ $9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2$

⑤ $9x^2 + 25y^2 = (3x + 5y)(3x - 5y)$

해설

⑤ $9x^2 + 25y^2 = (3x + 5y)^2 - 30xy$

10. 이차식 $x^2 + ax + b$ 를 인수분해 하는데 갑은 x 항의 계수를 잘못 보고 $(x + 4)(x - 7)$ 으로 인수분해 하였고 을은 상수항을 잘못 보고 $(x - 2)(x - 10)$ 으로 인수분해 하였다. 이 때, $a - b$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

갑이 푼 이차식은 $(x + 4)(x - 7)$ 이므로 $x^2 - 3x - 28$ 이고,
 x 항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 -28 이다.

을이 푼 이차식은 $(x - 2)(x - 10)$ 이므로 $x^2 - 12x + 20$ 이고,
상수항을 잘못 보았으므로 x 항의 계수는 -12 이다.

$$\therefore a = -12, b = -28$$

$$\therefore a - b = -12 - (-28) = 16$$

11. 다음은 $A = 2a^2 - 4ab$, $B = a^2b - 2a$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ A 에서 $2a$ 는 각 항의 공통인 인수이다.
㉡ B 의 인수는 a 와 $ab - 2$ 로 모두 2 개이다.
㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a^2 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$A = 2a(a - 2b), B = a(ab - 2)$$

㉡ B 의 인수는 a , $ab - 2$, $a(ab - 2)$ 이다.

㉢ A 와 B 의 공통인 인수는 a 이다.

12. $(x+y)(x+y+6)+9$ 를 치환을 이용하여 인수분해하면?

① $(x+y+3)^2$

② $(x+y-3)^2$

③ $(x-y-3)^2$

④ $(x+y+3)(x+y-3)$

⑤ $(x+y+3)(x-y-3)$

해설

$x+y=A$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A+6)+9$$

$$= A^2 + 6A + 9 = (A+3)^2$$

$$= (x+y+3)^2$$

13. $x^2 - y^2 + 10yz - 25z^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + bz)(x - y + cz)$ 가 되었다. 이때 $a - b + c$ 의 값은?

① 7

② 11

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 10yz - 25z^2 &= x^2 - (y^2 - 10yz + 25z^2) \\&= x^2 - (y - 5z)^2 \\&= (x + y - 5z)(x - y + 5z) \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$a = 1, b = -5, c = 5$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

14. $x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4$ 를 인수분해하면?

① $(x - y - 4)(x - y - 1)$

② $(x - y + 4)(x - y + 1)$

③ $(x + y + 4)(x + y + 1)$

④ $(x + y - 4)(x + y - 1)$

⑤ $(x - y - 4)(x - 2y - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 5y + 4 \\ &= (x - y)^2 - 5(x - y) + 4 \\ &= (x - y - 4)(x - y - 1) \end{aligned}$$

15. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

16. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

17. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때,
 $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$x+2=A, 3x-1=B$ 로 치환하면

$$2A^2 + AB - B^2 = (2A - B)(A + B)$$

$$= (2x + 4 - 3x + 1)(x + 2 + 3x - 1)$$

$$= -(x - 5)(4x + 1)$$

$$\therefore ab + cd = 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1$$

18. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^3 - x^2 + 2x - 2 = (x - 1)(x^2 + 2)$

② $xy - x - y + 1 = (x - 1)(y - 1)$

③ $xy - 2x + y - 2 = (x + 1)(y - 2)$

④ $x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x + 2)(x - 2)$

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (1 - a)(1 + b)$

해설

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (a - 1)(b + 1)$

19. 다항식 $4x^4 - 5x^2 + 1$ 은 네 개의 일차식의 곱으로 인수 분해된다. 네 개의 일차식의 합은?

① $2x + 1$

② $2x - 1$

③ $6x$

④ $6x + 1$

⑤ $4x - 2$

해설

$$(4x^2 - 1)(x^2 - 1) = (2x + 1)(2x - 1)(x + 1)(x - 1)$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{일차식의 합}) &= 2x + 1 + 2x - 1 + x + 1 + x - 1 \\ &= 6x\end{aligned}$$

20. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c = 0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다.

② 이등변삼각형

③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형

④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형

⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.

따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$

$\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

21. $x^2 + Ax + 12 = (x + a)(x + b)$ 일 때, 다음 중 상수 A 의 값이 될 수 없는 것은?(단, a, b 는 정수)

① 8

② -13

③ -8

④ -7

⑤ 1

해설

$ab = 12$ 가 되는 경우

$(\pm 1, \pm 12), (\pm 2, \pm 6), (\pm 3, \pm 4)$

$A = a + b$ 이므로

A 가 될 수 있는 수는 $\pm 13, \pm 8, \pm 7$

22. $f(x) = x^2 - 8x - 48$, $f(x)$ 가 40의 약수를 인수를 가질 때, 자연수 x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 52

해설

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$ 이고

40의 약수는 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40이다.

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$ 이므로

$x + 4$ 또는 $x - 12$ 가 40의 약수가 되어야 한다.

이때, 자연수 x 가 최댓값을 가지려면,

$x - 12 = 40$ 일 때이므로 $x = 52$

23. $30 \left(\frac{2^2 - 1}{2^2} \right) \left(\frac{3^2 - 1}{3^2} \right) \left(\frac{4^2 - 1}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{10^2 - 1}{10^2} \right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 30 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \\ &\quad \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2} \right) \\ &= 30 \left(1 - \frac{1}{2} \right) \left(1 + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \right) \\ &\quad \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10} \right) \left(1 + \frac{1}{10} \right) \\ &= 30 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \\ &\quad \times \cdots \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 30 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{33}{2} \end{aligned}$$

24. 두 실수 a, b 가 $a^2 + ab + b^2 = 7$, $a^2 - ab + b^2 = 3$ 을 동시에 만족시킬 때, $(a + b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{cases} a^2 + ab + b^2 = 7 & \dots \textcircled{1} \\ a^2 - ab + b^2 = 3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: a^2 + b^2 = 5$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}: 2ab = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= a^2 + b^2 + 2ab \\ &= 5 + 4 = 9 \end{aligned}$$

25. 세 자연수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z + xy + yz + zx = 29 - xyz$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$x + y + z + xy + yz + zx = 29 - xyz \text{ 에서}$$

$$xyz + x + y + z + xy + yz + zx = 29$$

$$xy(z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + z = 29$$

$$xy(z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + (z + 1) = 30$$

$$(z + 1)(xy + x + y + 1) = 30$$

$$(x + 1)(y + 1)(z + 1) = 30$$

이때, x, y, z 는 자연수이고 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로

$$(x, y, z) = (1, 2, 4)$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 21$$