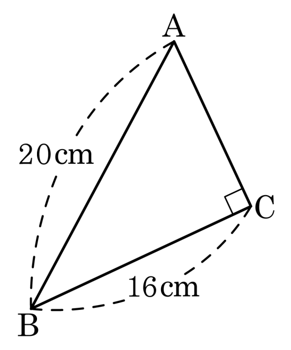
1. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?



① 92cm^2　② 94cm^2　③ 96cm^2　④ 98cm^2　⑤ 100cm^2

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$

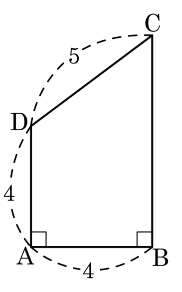
$\overline{AC}^2 = 400 - 256 = 144$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$

따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이다.

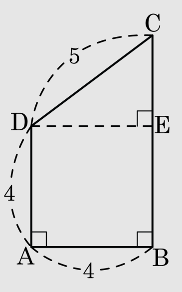
2. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 긋고 $\overline{BC}$와의 교점을 E라고 하자.
$\triangle$DEC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EC} =$ 3
따라서 $\overline{BC} = 4 + 3 = 7$이다.



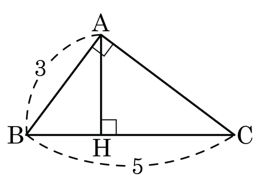
3. 세 변의 길이가 각각 x, $x+2$, $x-7$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, 빗변의 길이를 구하여라.

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$(x+2)^2 = x^2 + (x-7)^2$
$x^2 - 18x + 45 = 0$
$(x-15)(x-3) = 0$
$\therefore\ x = 15(\because\ x > 7)$
따라서 빗변의 길이는 $x+2$ 이므로 17이다.

4. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는?



① 1.2 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.4 ⑤ 2.8

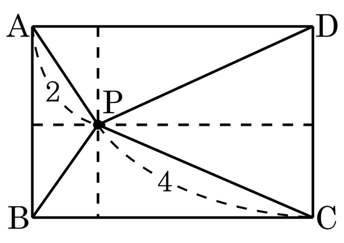
해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 4$ 이므로

$\overline{\mathrm{AH}} \times 5 = 3 \times 4$

$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = 2.4$

5. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{\mathrm{AP}}=2$, $\overline{\mathrm{CP}}=4$ 이면, $\overline{\mathrm{BP}}^2+\overline{\mathrm{DP}}^2$ 의 값은?

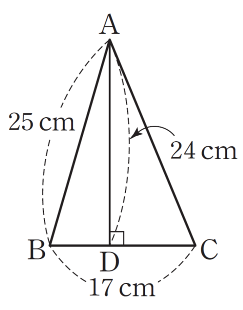


① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$\overline{\mathrm{BP}^2}+\overline{\mathrm{DP}^2}=2^2+4^2=20$

6. 그림과 같은 삼각형에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = 25\text{cm}$, $\overline{AD} = 24\text{cm}$, $\overline{BC} = 17\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 26cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}^2 = 25^2 - 24^2 = 49$

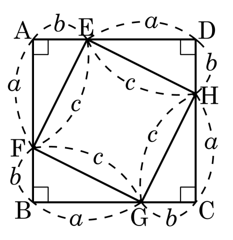
$\therefore \overline{BD} = 7\text{cm}$

$\overline{DC} = \overline{BC} - \overline{BD}$ 이므로 $\overline{DC} = 17 - 7 = 10\text{cm}$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC}^2 = 10^2 + 24^2 = 676$

$\therefore \overline{AC} = 26\text{cm}$

7. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle EHG = 90°$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b:c$ 이다.

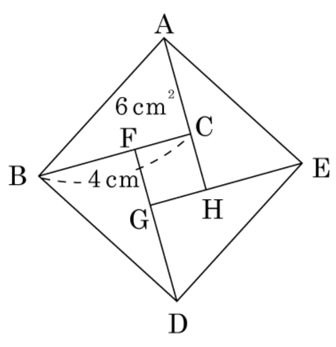
④ $\triangle BGF \equiv \triangle CHG$

⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90°$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

8. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE를 만든 것이다. $\triangle ABC = 6\,cm^2$이고, $\overline{BC} = 4\,cm$일 때, 다음 중 $\overline{AC}$의 길이, $\overline{CH}$의 길이, □FGHC의 넓이를 차례대로 나타낸 것은?



① $2\,cm,\ 2\,cm,\ 1\,cm^2$ ② $3\,cm,\ 1\,cm,\ 1\,cm^2$
③ $3\,cm,\ 2\,cm,\ 1\,cm^2$ ④ $3\,cm,\ 3\,cm,\ 2\,cm^2$
⑤ $4\,cm,\ 3\,cm,\ 2\,cm^2$

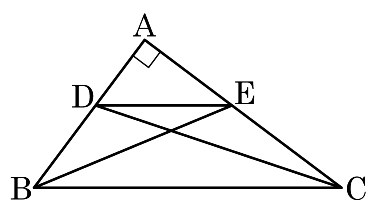
해설

$6\,cm^2 = \frac{1}{2} \times 4\,cm \times \overline{AC}$이므로 $\overline{AC} = 3\,cm$

$\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = 4\,cm - 3\,cm = 1\,cm$

□FGHC의 넓이는 $1\,cm \times 1\,cm = 1(cm^2)$

9. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DC} = 9$, $\overline{AB} = 6, \overline{AC} = 8$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 를 구하여라.



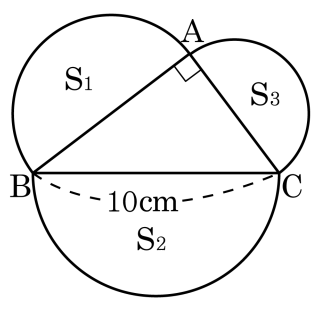
▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ 이므로 $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 100 - 81 = 19$

10. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1+S_2+S_3$ 의 값을 구하면?

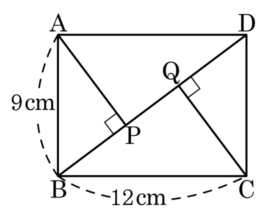


① $10\pi\mathrm{cm}^2$　② $15\pi\mathrm{cm}^2$　③ $20\pi\mathrm{cm}^2$
④ $25\pi\mathrm{cm}^2$　⑤ $30\pi\mathrm{cm}^2$

해설

$S_1+S_3=S_2$
$S_1+S_2+S_3=2S_2$
$\therefore 2\times\pi\times5^2\times\dfrac{1}{2}=25\pi(\mathrm{cm}^2)$

11. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP}+\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



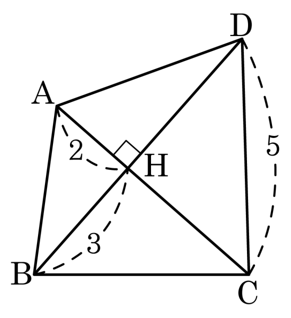
▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=15(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AP}\times\overline{BD}=\overline{AB}\times\overline{AD}$ 이므로,
$\overline{AP}=7.2(\text{cm})$ 이다.
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로
$\overline{PD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{BD}$ 에서
$\overline{AD}^2=\overline{PD}\times\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD}=9.6(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AP}+\overline{PD}=7.2+9.6=16.8(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH} = 2$, $\overline{BH} = 3$, $\overline{CD} = 5$ 일 때, $\overline{AD^2} + \overline{BC^2}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (2^2 + 3^2) + 5^2 = 38$

$\therefore \overline{AD^2} + \overline{BC^2} = 38$

13. 좌표평면 위의 두 점 P(3, 4), Q(x, -4) 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=9$

▷ 정답 : $x=-3$

해설

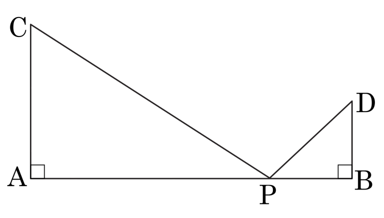
$\overline{\mathrm{PQ}}^2 = (x-3)^2 + (-4-4)^2$
$= (x-3)^2 + 64 = 100$

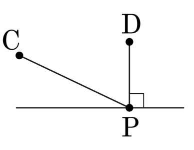
$(x-3)^2 = 36$

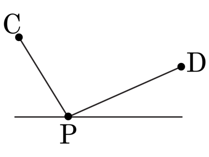
$x-3 = \pm 6$

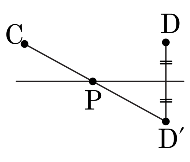
$\therefore\ x = 9,\ -3$

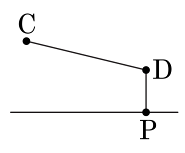
14. 다음 그림에서 $\overline{CA}\perp\overline{AB}$, $\overline{DB}\perp\overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

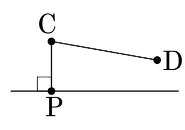


① 

② 

③ 

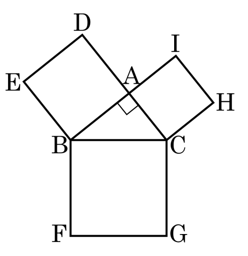
④ 

⑤ 

해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

15. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21 ② 22 ③ 23

④ 24 ⑤ 25

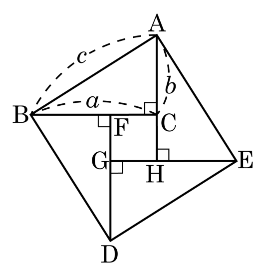
해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC

□BFGC − □ACHI = □ADEB

따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

16. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c 인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\triangle ABC \equiv \triangle BDF$

㉡ $\overline{CH} = a + b$

㉢ □FGHC는 정사각형

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}$□ABDE

㉤ $a^2 + b^2 = c^2$

㉥ $\overline{CH} = a - b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

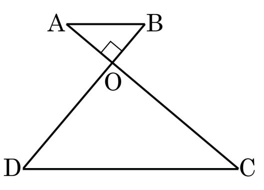
▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = a - b$

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}$(□ABDE − □FGHC)

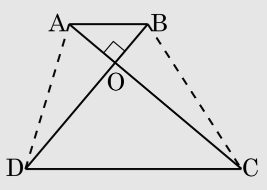
17. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

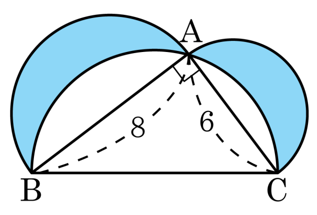
④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①
$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②
$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③
$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④
①과 ③을 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤
②와 ④를 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥
⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

18. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 개의 반원을 그린 것이다. $\overline{AB}=8, \overline{AC}=6$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



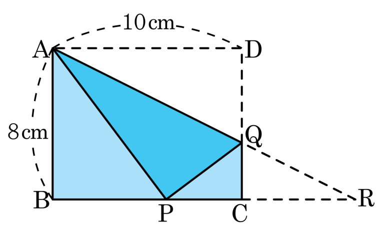
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$\begin{aligned}(\text{색칠한 부분의 넓이}) &= \triangle ABC \\ &= \frac{1}{2}\times 8\times 6 \\ &= 24\end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 꼭짓점 D 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$ 일 때, △APR 의 넓이는?

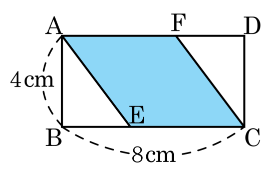


① $36\,\text{cm}^2$　② $38\,\text{cm}^2$　③ $40\,\text{cm}^2$
④ $42\,\text{cm}^2$　⑤ $44\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AP} = 10(\text{cm})$ 이므로 $\overline{BP} = 6(\text{cm})$
따라서, $\overline{PC} = 4(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{DQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면
$\overline{CQ} = (8 - x)\,\text{cm}$
△PQC 에서 $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$ 이므로
$x^2 = 64 - 16x + x^2 + 16$
$\therefore\ x = 5(\text{cm})$
△ADQ ∽ △RCQ (AA 닮음) 이므로
$10 : \overline{CR} = 5 : 3$
$\therefore \overline{CR} = 6(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle APR = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40(\text{cm}^2)$

20. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답: 20 $\underline{\text{cm}^2}$

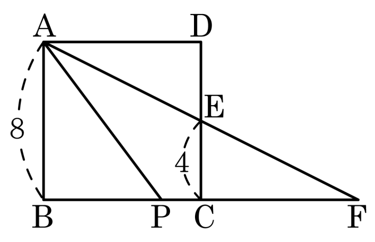
해설

$\overline{CE} = x(\text{cm})$ 라 하면

$x^2 = 4^2 + (8 - x)^2 \;\therefore\; x = 5$

$\therefore$ □AECF $= 5 \times 4 = 20(\text{cm}^2)$

21. 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P를 잡고 점 A와 점 P를 잇고 $\angle$PAD의 이등분선이 $\overline{AE}$, $\overline{AE}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선과의 교점을 F라 하자. $\overline{EC} = 4$일 때, $\overline{AP}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle$ECF $\backsim$ $\triangle$ABF 이므로
$8 : 4 = (\overline{CF} + 8) : \overline{CF}$
$\therefore \overline{CF} = 8$
$\angle$DAE $=$ $\angle$CFE (엇각)
$\triangle$APF 는 이등변삼각형
$\overline{AP} = \overline{PF} = x$ 라 하면 $\overline{BP} = 16 - x$
$\triangle$ABP 에서
$x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$
$\therefore x = 10$

22. 6, 7, 8, 9, 10 의 숫자가 적힌 5 장의 카드가 있다. 이 중에서 3 장을 뽑아 그것을 세 변의 길이로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형이 될 확률은 ?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{11}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

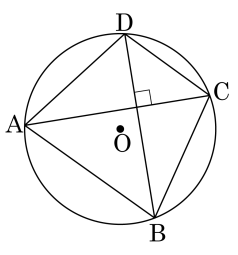
해설

전체 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$,

둔각삼각형이 되는 경우는 $(6, 7, 10)$

$\therefore$ (확률) $=\frac{1}{10}$

23. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 는 원 O 에 내접하고, 대각선 AC, BD 는 직교한다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.

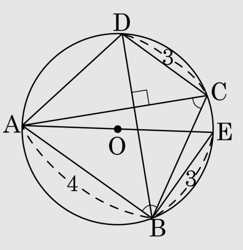


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\frac{25}{4}\pi$ cm^2

해설

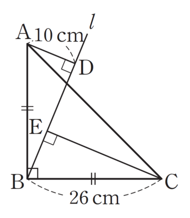
점 A 에서 원의 중심 O 를 지나는 지름을 그으면



사각형 BECD 는 등변사다리꼴이므로
$\overline{BE} = \overline{CD} \cdots$ ㉠
또한 삼각형 ABE 에서 $\angle ABE$ 는 지름에 대한 원주각으로 $90°$ 이므로
피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AE}^2$
$4^2 + 3^2 = \overline{AE}^2$
$\therefore\ \overline{AE} = 5(\text{cm})$
따라서 반지름이 $\frac{5}{2}\text{cm}$ 이므로
원의 넓이는 $\frac{25}{4}\pi\ (\text{cm}^2)$ 이다.

24.

오른쪽 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC에서 점 B를 지나는 직선 l 위에 두 점 A, C에서 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. $\overline{AD}=10\text{ cm}$, $\overline{BC}=26\text{ cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14cm

해설

$\triangle ABD$와 $\triangle BCE$에서

$\overline{AB}=\overline{BC}=26\text{ cm}$, $\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$

$\angle ABD=90^\circ-\angle EBC=\angle BCE$

$\therefore$ $\triangle ABD\equiv\triangle BCE$ (RHA 합동)

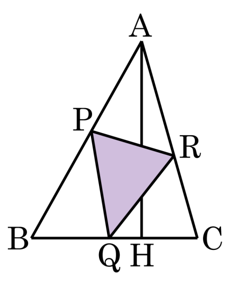
$\therefore$ $\overline{BE}=\overline{AD}=10\,(\text{cm})$

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}^2=26^2-10^2=576$

$\therefore$ $\overline{BD}=24\,(\text{cm})$

$\therefore$ $\overline{DE}=\overline{BD}-\overline{BE}=24-10=14\,(\text{cm})$

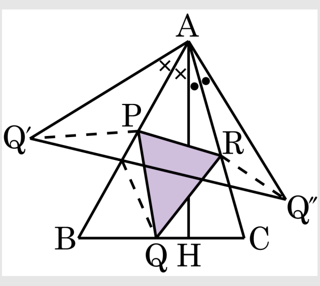
25. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH} = 8$ 이다. 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이가 최소일 때, $\angle AQB$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 90 °

해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q′, Q″ 라 하면
$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$
$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,
$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는
$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \ge \overline{Q'Q''}$
그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.
따라서 $\angle AQB = \angle AHB = 90°$ 이다.