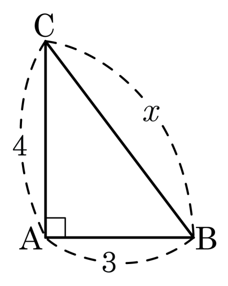
1. 피타고라스 정리를 이용하여 x 의 길이를 구하여라.



$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$x^2 = 3^2 + 4^2 = \boxed{}$

$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{}$

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

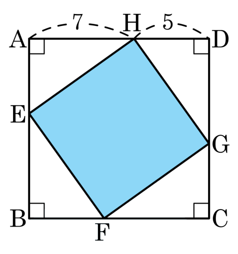
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$x^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.
사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.
따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

3. 세 변의 길이가 각각 x, $x+2$, $x-7$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, 빗변의 길이를 구하여라.

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$(x+2)^2 = x^2 + (x-7)^2$

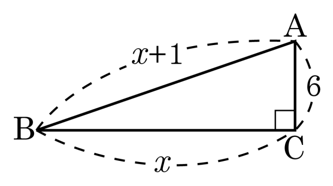
$x^2 - 18x + 45 = 0$

$(x-15)(x-3) = 0$

$\therefore\ x = 15(\because\ x > 7)$

따라서 빗변의 길이는 $x+2$이므로 17이다.

4. △ABC 에서 적절한 x 값을 구하면?



① 16 ② 16.5 ③ 17 ④ 17.5 ⑤ 18

해설

$(x+1)^2 = x^2 + 6^2$
$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 36$
$2x = 35$
$\therefore x = 17.5$

5. 세 변의 길이가 각각 4, 5, a 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 가 <u>아닌</u> 것은? (단, $a > 5$)

① 7 ② 7.5 ③ 8 ④ 8.5 ⑤ 9

해설

a 가 가장 긴 변이므로 $a^2 > 4^2 + 5^2$, $a^2 > 41$, a 는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 $a < 4+5, a < 9$ 이다. 따라서 9 는 a 가 될 수 없다.

6. 삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = c, \overline{\mathrm{BC}} = a, \overline{\mathrm{CA}} = b$ (단, c 가 가장 긴 변)이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\angle c < 90°$ 이고 $\triangle$ABC 는 둔각삼각형이다.

② $\angle c > 90°$ 이고 $\triangle$ABC 는 둔각삼각형이다.

③ $\angle c < 90°$ 이고 $\triangle$ABC 는 예각삼각형이다.

④ $\angle c > 90°$ 이고 $\triangle$ABC 는 예각삼각형이다.

⑤ $\angle c = 90°$ 이고 $\triangle$ABC 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다. 변 c 의 대각은 $\angle$C 이고, c 가 가장 긴 변이므로 $c^2 > a^2 + b^2$ 성립하게 되면 삼각형ABC 는 둔각삼각형이고 이때 $\angle C > 90°$ 이다.

7. 세 변의 길이가 6 , 8 , a 인 삼각형이 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위는? (단, $a > 8$)

① $8 < a < 14$ ② $9 < a < 14$ ③ $10 < a < 14$
④ $a > 9$ ⑤ $a > 10$

해설
$a^2 > 8^2 + 6^2$
$a^2 > 100$
$a > 0$ 이므로 $a > 10$
따라서 $10 < a < 14$ 이다.

8. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 5,\ \overline{\mathrm{BC}} = 13$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이의 최솟값은?

① 9　② 12　③ 17
④ 20　⑤ 답이 없다.

해설

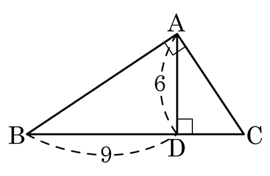
$\overline{\mathrm{AB}} = 5,\ \overline{\mathrm{BC}} = 13$ 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 가 삼각형의 빗변일 경우와, $\overline{\mathrm{AC}}$ 가 삼각형의 빗변일 경우 두 가지의 직각삼각형을 만들 수 있다. $\overline{\mathrm{BC}}$ 가 삼각형의 빗변일 경우에 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이가 더 짧으므로, 피타고라스 정리에 따라

$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{AC}}^2 = \overline{\mathrm{BC}}^2$

$\overline{\mathrm{AC}}^2 = 13^2 - 5^2$

$\overline{\mathrm{AC}} > 0$ 이므로 $\overline{\mathrm{AC}} = 12$ 이다.

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90°$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이고, $\overline{AD} = 6$, $\overline{BD} = 9$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

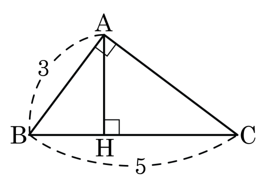
▷ 정답: 4

해설

$6^2 = 9x$

$\therefore x = 4$

10. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는?



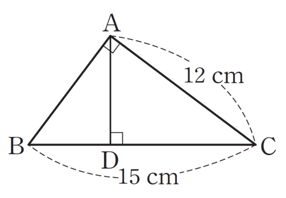
① 1.2　② 1.6　③ 2　④ 2.4　⑤ 2.8

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 4$ 이므로
$\overline{\mathrm{AH}} \times 5 = 3 \times 4$
$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = 2.4$

11.

오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^{\circ}$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{36}{5}$ cm

해설

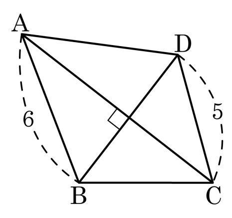
$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}^2 = 15^2 - 12^2 = 81 \quad \therefore \overline{AB} = 9\,(cm)$

이때 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{BC}$이므로

$9 \times 12 = \overline{AD} \times 15 \quad \therefore \overline{AD} = \frac{36}{5}\,(cm)$

12. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$ 의 값은?

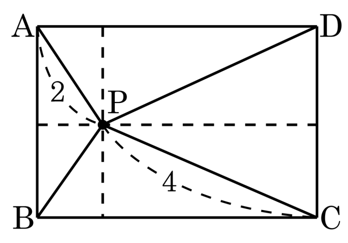


① 11　② 30　③ 41
④ 56　⑤ 61

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같다.
$\therefore\ \overline{AD}^2+\overline{BC}^2=5^2+6^2=61$

13. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{\mathrm{AP}} = 2$, $\overline{\mathrm{CP}} = 4$ 이면, $\overline{\mathrm{BP}}^2 + \overline{\mathrm{DP}}^2$ 의 값은?

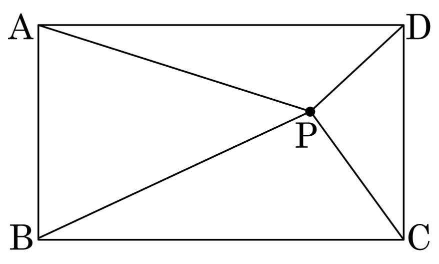


① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$\overline{\mathrm{BP}}^2 + \overline{\mathrm{DP}}^2 = 2^2 + 4^2 = 20$

14. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{\mathrm{PB}} = 5\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{PD}} = 4\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2$ 의 값을 구하여라.



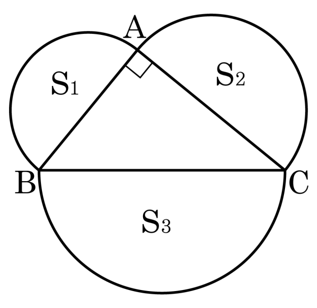
▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$\overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2 = 5^2 + 4^2 = 41$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 S_1 , S_2 , S_3 라 하자. $S_1 = 10\pi\mathrm{cm}^2$, $S_2 = 15\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



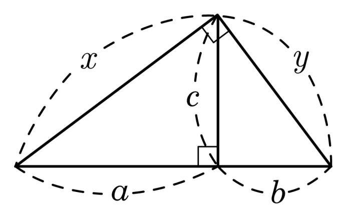
▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $25\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로 $S_3 = 25\pi(\mathrm{cm}^2)$

16. 다음 중 옳은 것을 고르면?



① $x^2 - a^2 = y^2 - b^2$ ② $a^2 + c^2 = y^2$

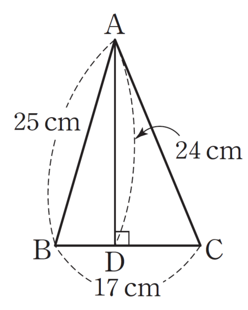
③ $y^2 - c^2 = x^2 - c^2$ ④ $b^2 = x^2 - c^2$

⑤ $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$

해설

① 피타고라스 정리에 따라
$x^2 = a^2 + c^2$
$c^2 = x^2 - a^2$ 이고
$c^2 + b^2 = y^2$
$c^2 = y^2 - b^2$ 이므로
$x^2 - a^2 = y^2 - b^2$ 이다.

17. 그림과 같은 삼각형에서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$ 이고 $\overline{AB}=25\text{cm}$, $\overline{AD}=24\text{cm}$, $\overline{BC}=17\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하시오.



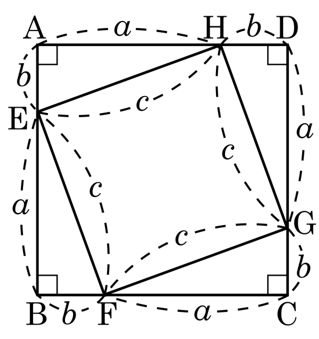
▶ 답 :

▷ 정답 : 26cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}^2=25^2-24^2=49$
$\therefore \overline{BD}=7\text{cm}$
$\overline{DC}=\overline{BC}-\overline{BD}$ 이므로 $\overline{DC}=17-7=10\text{cm}$
$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC}^2=10^2+24^2=676$
$\therefore \overline{AC}=26\text{cm}$

18. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정을 섞어 놓은 것이다. 순서대로 나열하여라.



그림과 같이 직각삼각형 AEH 에서

㉠ $\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ 이므로

㉡ $\square ABCD = \square EFGH + 4\triangle AEH$ 이므로

㉢ $(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$

㉣ 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 ABCD 를 그리면

㉤ □EFGH 는 정사각형이다.

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

그림과 같이 직각삼각형 AEH 에서

한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 ABCD 를 그리면

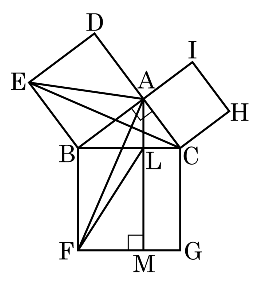
$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ 이므로 □EFGH 는 정사각형이다.

$\square ABCD = \square EFGH + 4\triangle AEH$ 이므로

$(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

19. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\triangle ABE = \triangle CBE$

㉡ $\triangle ABC = \triangle ABE$

㉢ $\triangle CBE \equiv \triangle ABF$(ASA합동)

㉣ $\square ADEB = \square BFML$

㉤ $\square ADEB + \square ACHI = \square BFGC$

㉥ $\overline{BC}^2 = \overline{AB} + \overline{AC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

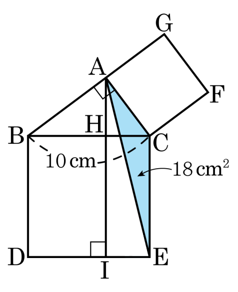
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $\triangle ABE = \triangle CBE$ ($\overline{BE}$ 가 공통이고 평행선까지의 길이가 같다.) ○
㉡ $\triangle ABC = \triangle ABE$ ×
㉢ $\triangle CBE \equiv \triangle ABF$(SAS합동) ×
㉣ $\square ADEB = \square BFML$ ($\triangle ABE = \triangle LBF$) ○
㉤ $\square ADEB + \square ACHI = \square BFGC$ ○
㉥ $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ ×

20. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 두 변 AC, BC 를 각각 한 변으로 하는 정사각형 ACFG 와 정사각형 BDEC 를 만들고, 점 A 에서 변 BC 에 수선을 그어 두 변 BC, DE 와 만난 점을 각각 H, I 라 할 때, $\overline{BC} = 10\,\mathrm{cm}$, $\triangle AEC = 18\,\mathrm{cm}^2$ 이다. 사각형 BDIH 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $64\,\mathrm{cm}^2$

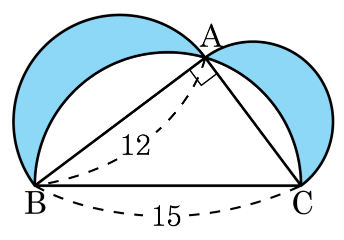
해설

$\triangle ACE = \frac{1}{2}\square CEIH$

따라서 $\square CEIH = 2\triangle ACE = 36\ (\mathrm{cm}^2)$ 이고, $\square BCED = 10 \times 10 = 100\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

$\therefore\ \square BDIH = 100 - 36 = 64\ (\mathrm{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



① 27 ② 54 ③ 81 ④ 100 ⑤ 108

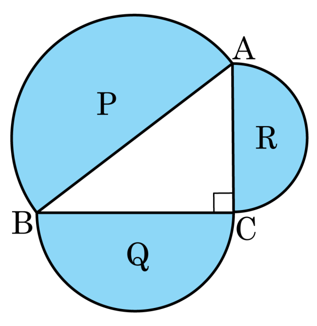
해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같다.

직각삼각형의 나머지 한 변이 9 이므로 그 넓이는 $\frac{1}{2}\times12\times9=54$

따라서 넓이는 54 이다.

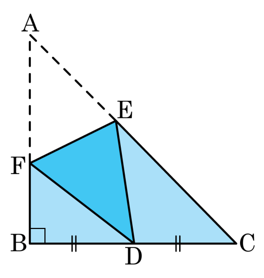
22. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $P = Q + R$ ② $P = QR$ ③ $Q^2 + R^2 = P^2$
④ $P = 2Q - R$ ⑤ $P = Q - R$

해설
작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.
① $P = Q + R$

23. 다음은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 8\,\text{cm}$ 인 직각이등변 삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점에 오도록 접은 것이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\triangle FBD$ 의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답: ______ 배

▷ 정답: $\frac{16}{3}$ 배

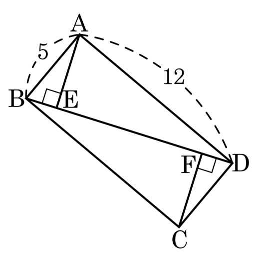
해설

$\overline{FB} = x\,\text{cm}$ 라 할 때, $\overline{AF} = \overline{DF} = (8-x)\,\text{cm}$ 이고 $\overline{BD} = 8 \div 2 = 4(\text{cm})$ 이다. $\triangle FBD$ 는 직각삼각형이므로

$(8-x)^2 = x^2 + 4^2$ 이고 $x = 3$ 이다. $\triangle FBD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\text{cm}^2)$ 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$ 이므로

$32 \div 6 = \frac{16}{3}$(배) 이다.

24. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

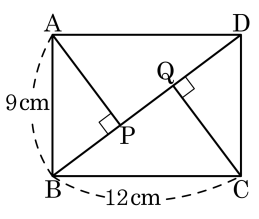
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

25. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP}+\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



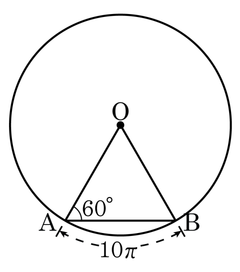
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=15(\mathrm{cm})$ 이다.
$\overline{AP}\times\overline{BD}=\overline{AB}\times\overline{AD}$ 이므로,
$\overline{AP}=7.2(\mathrm{cm})$ 이다.
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로
$\overline{PD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{BD}$ 에서
$\overline{AD}^2=\overline{PD}\times\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD}=9.6(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AP}+\overline{PD}=7.2+9.6=16.8(\mathrm{cm})$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 $\angle \mathrm{OAB} = 60^\circ$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{\mathrm{AB}} = 10\pi$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

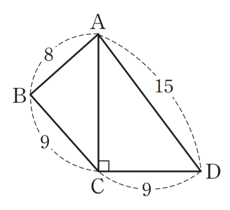
▷ 정답 : 30

해설

$\triangle \mathrm{OAB}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle \mathrm{AOB} = 60^\circ$ 이고,
$2\pi \times \overline{\mathrm{OA}} \times \dfrac{60^\circ}{360^\circ} = 10\pi$, $\overline{\mathrm{OA}} = 30$
점 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면
$\overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{AH}} = 2 : 1$
$\overline{\mathrm{AH}} = 15$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AH}} = 30$

27.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \quad \therefore \ \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2 > 12^2$이므로 예각삼각형이다.

28. 좌표평면 위의 두 점 P(3, 4), Q(x, -4) 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$\overline{\mathrm{PQ}}^2 = (x-3)^2 + (-4-4)^2$
$= (x-3)^2 + 64 = 100$

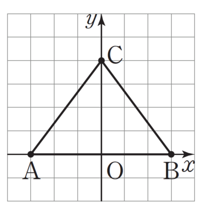
$(x-3)^2 = 36$

$x - 3 = \pm 6$

$\therefore\ x = 9,\ -3$

29.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. A$(-3,\ 0)$, B$(3,\ 0)$, C$(0,\ 4)$일 때, △ABC의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

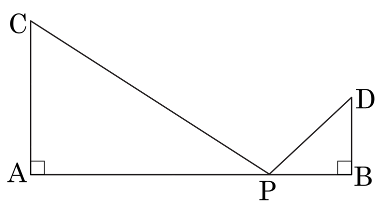
△AOC에서

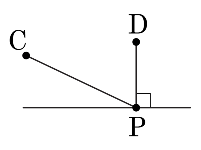
$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore$ $\overline{AC}=\overline{BC}=5$

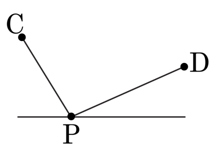
$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

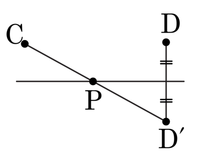
$=5+6+5=16$

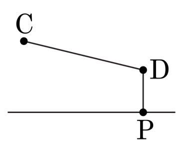
30. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

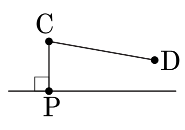


①


②


③


④


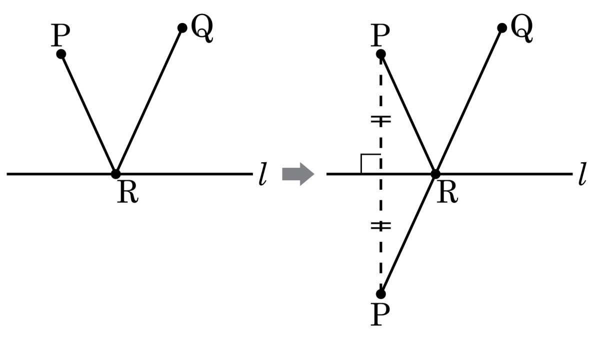
⑤


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

31. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{\mathrm{PR}}+\overline{\mathrm{RQ}}$의 값이 최소가 되도록 직선 l위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\square$에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 $\square$가 직선 l과 만나는 점을 $\square$로 잡는다.

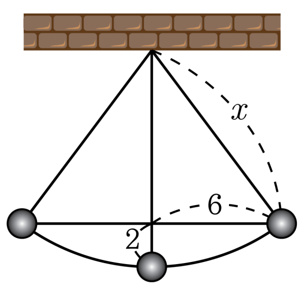


① l, PQ, Q　② l, PQ, R　③ l, P′Q, R
④ Q, PQ, Q　⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

32. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답 :

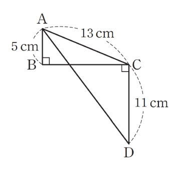
▷ 정답 : 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x-2$ 이므로
피타고라스 정리에 따라
$x^2 = (x-2)^2 + 6^2$
$4x = 4 + 36$
$x = 10$ 이다.

33.

오른쪽 그림에서 $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$이고, $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\overline{AC} = 13\text{ cm}$, $\overline{CD} = 11\text{ cm}$일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20cm

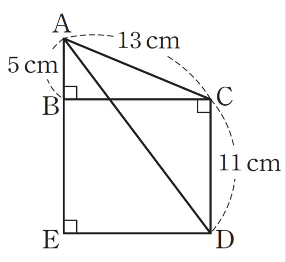
해설

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$

$\therefore\ \overline{BC} = 12\text{ (cm)}$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하면



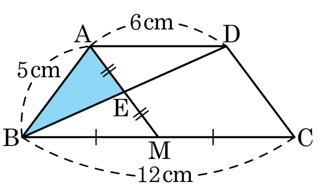
$\triangle AED$에서 $\overline{ED} = \overline{BC} = 12\text{ cm}$,

$\overline{AE} = 5 + 11 = 16\text{ (cm)}$이므로

$\overline{AD}^2 = 12^2 + 16^2 = 400$

$\therefore\ \overline{AD} = 20\text{ (cm)}$

34. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M , $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{AE}=\overline{EM}$ 이 성립한다. $\triangle$AEB 의 넓이를 구하여라.

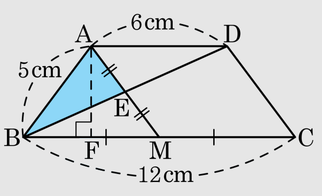


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\underline{6\,\text{cm}^2}$

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하자.

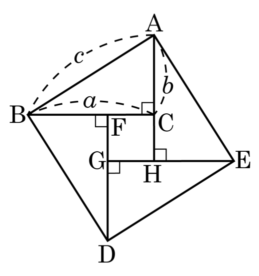


$\overline{BF}=3\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{AF}=4\,\text{cm}$

따라서 $\triangle$ABM 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times4=12(\text{cm}^2)$ 이다.

이 때, $\triangle$AEB 의 넓이는 $\triangle$ABM 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 배이므로 $\triangle$AEB 의 넓이는 6cm^2 이다.($\because\overline{AE}=\overline{EM}$)

35. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ △ABC ≡ △BDF	㉡ $\overline{CH} = a+b$
㉢ □FGHC는 정사각형	㉣ △ABC $= \frac{1}{4}$□ABDE
㉤ $a^2+b^2=c^2$	㉥ $\overline{CH} = a-b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = a-b$

㉣ △ABC $= \frac{1}{4}$(□ABDE − □FGHC)

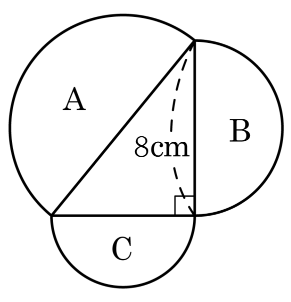
36. 세 변의 길이가 각각 a, $2a-1$, $2a+1$ 인 삼각형 ABC 가 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 결정하면?

① $2 < a < 4$　② $0 < a < 4$　③ $2 < a < 8$
④ $0 < a < 8$　⑤ $4 < a < 8$

해설

$x^2 > y^2 + z^2$ 이 성립하면 둔각삼각형이다.
a 는 삼각형의 한 변이므로 $a > 0$ 이고, $2a+1$ 이 가장 긴 변이다.
$(2a+1)^2 > a^2 + (2a-1)^2$
$a^2 - 8a < 0$, $a(a-8) < 0$
$a > 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 $a - 8 < 0$ $\therefore$ $a < 8$
또, 삼각형이 되려면 (가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변 길이의 합) 이므로 $2a + 1 < a + 2a - 1$ $\therefore$ $a > 2$
따라서 $2 < a < 8$

37. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $A = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

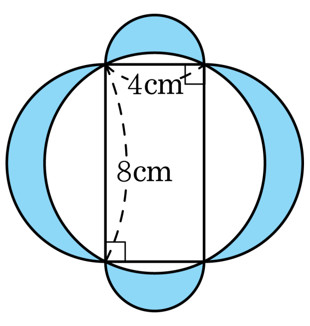
해설

지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $C = A - B = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $A : B : C = \frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

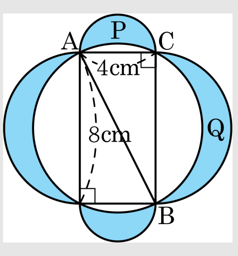
38. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

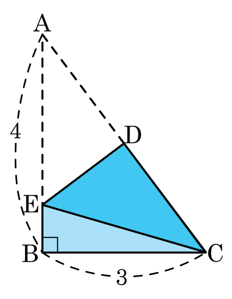
▷ 정답 : $32\ \underline{cm^2}$

해설



색칠한 부분 $P+Q$ 의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.
따라서 색칠한 전체 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.
$\therefore\ \ 4\times 8 = 32(cm^2)$

39. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 를 두 점 A 와 C 가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는?

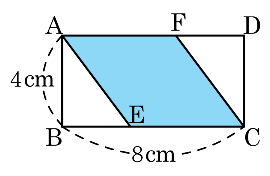


① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로
$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.
$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고
$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로
$(4-x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.
$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로
$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.
따라서 $\triangle CDE$ 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

40. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: $20\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

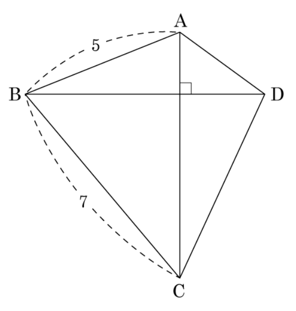
해설

$\overline{CE} = x(\mathrm{cm})$ 라 하면

$x^2 = 4^2 + (8 - x)^2 \quad \therefore \ x = 5$

$\therefore$ □AECF $= 5 \times 4 = 20(\mathrm{cm}^2)$

41. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고,$\overline{\mathrm{AB}} = 5$
, $\overline{\mathrm{BC}} = 7$ 일 때,
$\overline{\mathrm{CD}}^2 - \overline{\mathrm{AD}}^2$ 의 값을 구하여라.



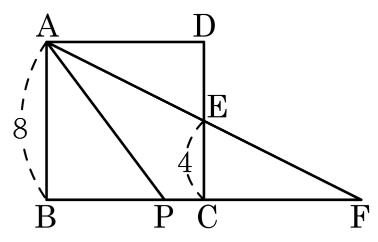
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

□ABCD 의 두 대각선이 서로 직교하므로
$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = \overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{AD}}^2$
$5^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 = 7^2 + \overline{\mathrm{AD}}^2$
$\therefore \overline{\mathrm{CD}}^2 - \overline{\mathrm{AD}}^2 = 24$

42. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고 점 A 와 점 P 를 잇고 $\angle PAD$ 의 이등분선이 $\overline{AE}$, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 하자. $\overline{EC} = 4$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle ECF \backsim \triangle ABF$ 이므로

$8 : 4 = (\overline{CF} + 8) : \overline{CF}$

$\therefore \overline{CF} = 8$

$\angle DAE = \angle CFE$ (엇각)

$\triangle APF$ 는 이등변삼각형

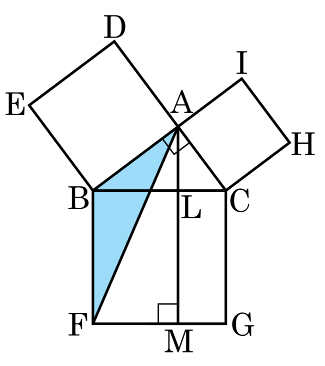
$\overline{AP} = \overline{PF} = x$ 라 하면 $\overline{BP} = 16 - x$

$\triangle ABP$ 에서

$x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$

$\therefore x = 10$

43. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 않은 삼각형은?



① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$
④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

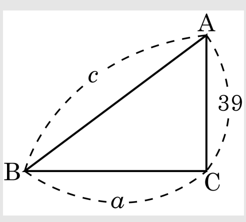
해설
① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

44. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1014

해설



위의 그림의 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = c$, $\overline{\mathrm{BC}} = a$ 라 하자.
(단, a, c 는 자연수이다.)
$c^2 = 39^2 + a^2$, $c^2 - a^2 = 39^2$
$(c-a)(c+a) = 3^2 \times 13^2$
그런데 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이, 즉 $\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times a \times 39$ 가 최소가 되려면 a 의 값이 최소가 되어야 한다.
따라서 $c+a > c-a$ 인 경우를 순서쌍 $(c+a,\ c-a)$ 로 나타내어 보면

$$(c+a,\ c-a) = (13^2,\ 3^2),\ (13^2 \times 3,\ 3),\\ (13 \times 3^2,\ 13),\ (13^2 \times 3^2,\ 1)$$

이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는
$c + a = 13 \times 3^2$, $c - a = 13$ 이다.
$\therefore\ a = 52,\ c = 65$
따라서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이의 최솟값은
$\frac{1}{2} \times 52 \times 39 = 1014$ 이다.

45.

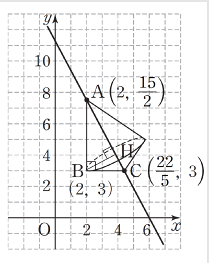
좌표평면 위의 세 점 $A\left(2, \frac{15}{2}\right)$, $B(2, 3)$, $C\left(\frac{22}{5}, 3\right)$에 대하여 $\triangle ABC$를 직선 AC를 축으로 하여 1회전시킬 때, 생기는 입체도형의 부피를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{648}{85}\pi$

해설

$\triangle ABC$를 직선 AC를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\triangle ABC$에서

$\overline{AB} = \frac{15}{2} - 3 = \frac{9}{2}$,

$\overline{BC} = \frac{22}{5} - 2 = \frac{12}{5}$이므로

$\overline{AC}^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{2601}{100}$ $\quad\therefore\ \overline{AC} = \frac{51}{10}$

점 B에서 직선 AC에 내린 수선이 발을 H라 하면

$\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$이므로 $\frac{9}{2} \times \frac{12}{5} = \frac{51}{10} \times \overline{BH}$

$\therefore\ \overline{BH} = \frac{36}{17}$

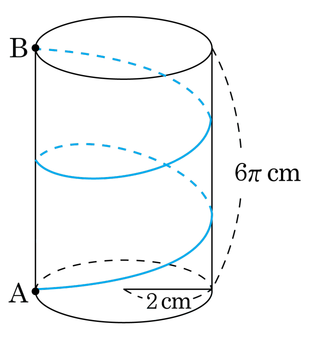
$\therefore$ (부피)

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{36}{17}\right)^2 \times \overline{AH} + \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{36}{17}\right)^2 \times \overline{CH}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{36}{17}\right)^2 \times \overline{AC}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{36}{17}\right)^2 \times \frac{51}{10} = \frac{648}{85}\pi$$

46. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$, 높이가 $6\pi\,\mathrm{cm}$인 원기둥이 있다. 점 A에서 출발하여 원기둥의 옆면을 따라 두 바퀴 돌아서 점 B에 이르는 최단거리를 구하여라.

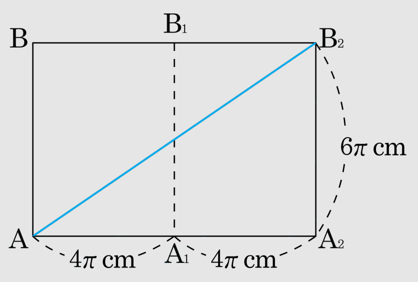


▶ 답 :

▷ 정답 : $10\pi\,\mathrm{cm}$

해설

다음 전개도에서 $\overline{\mathrm{AA_1}}$는 원주이므로
$\overline{\mathrm{AA_1}} = 2\pi \times 2 = 4\pi(\mathrm{cm})$



따라서 최단거리 $\overline{\mathrm{AB_2}}$는
피타고라스 정리에 의하여
$\overline{\mathrm{AB_2}} = \sqrt{(6\pi)^2 + (8\pi)^2} = 10\pi(\mathrm{cm})$