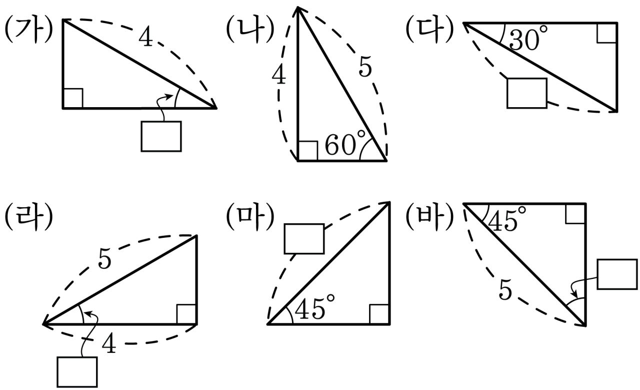
1. 다음 삼각형 중에서 (가)와 (다), (나)와 (라), (마)와 (바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기



① (가) 30 ° ② (다) 4 ③ (라) 60 °

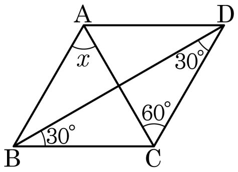
④ (마) 5 ⑤ (바) 55 °

해설

③ (라) 30°

⑤ (바) 45°

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 60 °

해설

$\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ACD},\ x = 60\,°$이다.

3. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것을 모두 몇 개인가?

보기

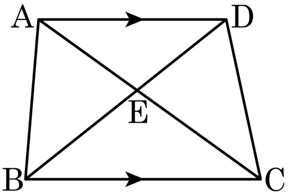
㉠ 등변사다리꼴	㉡ 평행사변형
㉢ 직사각형	㉣ 마름모
㉤ 정사각형	㉥ 사다리꼴

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. 직사각형, 마름모, 정사각형은 평행사변형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다. 따라서 ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 총 4 개이다.

4. 다음 그림의 사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 15cm^2 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

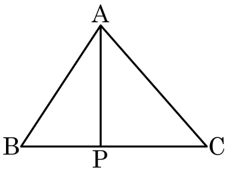
▷ 정답 : $15\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{BC}$ 는 동일하고 $\overline{AD}$ 에서 $\overline{BC}$ 까지의 거리는 같으므로

$\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle DBC$ 의 넓이는 동일하다.

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BP} : \overline{PC} = 3 : 4$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $49\,cm^2$ 일 때, $\triangle APC$ 의 넓이는?



① $14\,cm^2$ ② $21\,cm^2$ ③ $28\,cm^2$

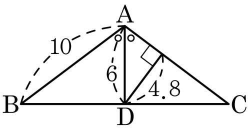
④ $30\,cm^2$ ⑤ $42\,cm^2$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로

$$\triangle APC = 49(cm^2) \times \frac{4}{7} = 28(cm^2)$$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 할때, 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 할 때, $\overline{BC}$의 길이는?



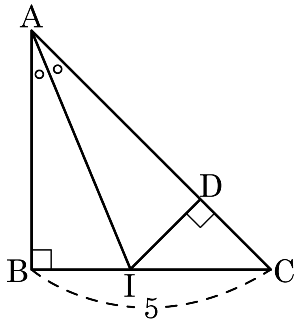
① 10　　② 12　　③ 14　　④ 16　　⑤ 18

해설

$\triangle ADC$에서 $\frac{1}{2} \times 10 \times 4.8 = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times 6$, $\overline{DC} = 8$이므로

$\overline{BC} = 2 \times \overline{DC} = 16$이다.

7. 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 I , I 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 하자. $\overline{BC}=5$ 일 때, $\overline{AD}$ 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\overline{AB}=\overline{BC}=5$

$\triangle ABI,\ \triangle ADI$ 에서

㉠$\angle IAB=\angle IAD\cdots$㉠

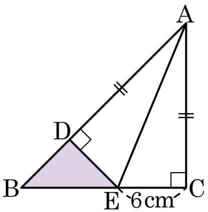
㉡$\overline{AI}$ 는 공통 $\cdots$㉡

㉢$\angle ABI=\angle ADI=90^\circ\cdots$㉠

따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABI\equiv\triangle ADI$ (RHA 합동)

$\overline{AB}=\overline{AD}$ 가 성립하므로 $\overline{AD}=5$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 빗변 AB 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 가 되게 점 D 를 잡고, 점 D 를 지나며 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E 라 할 때, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 이다. $\triangle BDE$ 의 넓이는?



① 12cm^2　② 14cm^2　③ 16cm^2

④ 18cm^2　⑤ 20cm^2

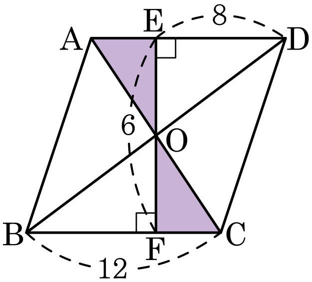
해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동)이므로 $\overline{DE} = \overline{CE} = 6\text{cm}$,

$\triangle BDE$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} = 6\text{cm}$

$$\therefore \triangle BDE = \frac{6 \times 6}{2} = 18(\text{cm}^2)$$

9. 다음 평행사변형 ABCD에서 높이가 6이고 $\overline{ED} = 8$, $\overline{BC} = 12$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :**

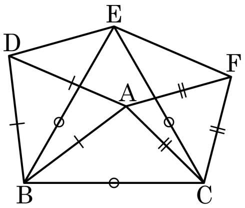
▷ **정답 :** 12

해설

$\triangle OAE \equiv \triangle OCF$이고 높이가 6이므로 색칠한 부분의 높이는 3이다.

또한, $\overline{AE} = \overline{FC} = 4$이므로 $\triangle OAE$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$이고, 색칠한 부분의 넓이는 $6 + 6 = 12$이다.

10. 다음 그림의 $\triangle ADB$, $\triangle BCE$, $\triangle ACF$ 는 $\triangle ABC$ 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. $\square AFED$ 가 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle FEC$ 이므로

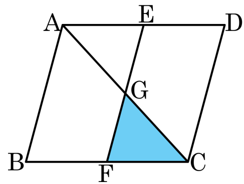
$\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{EF}$

$\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ 이므로

$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{DE}$

따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 사각형 AFED 는 평행사변형이다.

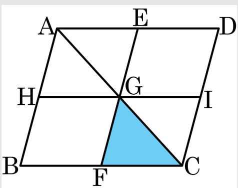
11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 AD, BC 의 중점이고, 빗금 친 삼각형의 넓이는 15 cm^2 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 90 cm^2 ② 100 cm^2 ③ 110 cm^2

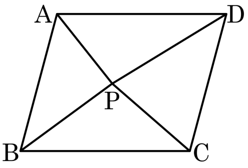
④ 120 cm^2 ⑤ 130 cm^2

해설



다음 그림에서 삼각형 AGE 와 삼각형 CGF 는 합동이다. 따라서 점 G 는 변 EF 의 중점이다. 점 G 를 지나고 AD 에 평행한 선분 HI 를 그으면 변 EF 와 HI 에 의해 평행사변형은 합동인 네 개의 평행사변형으로 나누어진다. 평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로 색칠한 삼각형의 넓이는 전체 평행사변형 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이다. 따라서 평행사변형의 넓이는 $8 \times 15 = 120$ (cm^2) 이다.

12. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았다. $\triangle PAB$의 넓이가 $16\,cm^2$, $\triangle PCD$의 넓이가 $18\,cm^2$일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

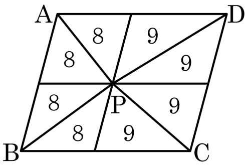
▷ 정답 : $68\,cm^2$

해설

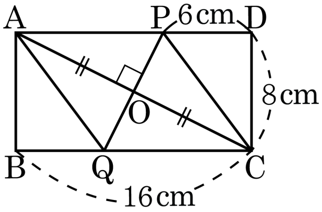
평행사변형의 넓이에서

$$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$$
$$= \frac{1}{2}\square ABCD \text{ 이므로}$$

$16 + 18 = \frac{1}{2}\square ABCD$, $\square ABCD = 68\,(cm^2)$



13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** 80 cm^2

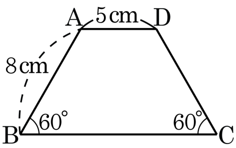
해설

□AQCP 는 마름모이므로

△ABQ ≡ △CDP (RHS)

$$\square AQCP = \square ABCD - 2\triangle ABQ$$
$$= 16 \times 8 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$
$$= 128 - 48 = 80(\mathrm{cm}^2)$$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\angle B = \angle C = 60°$ 이고, $\overline{AB} = 8\,cm$, $\overline{AD} = 5\,cm$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



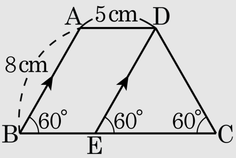
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13 cm

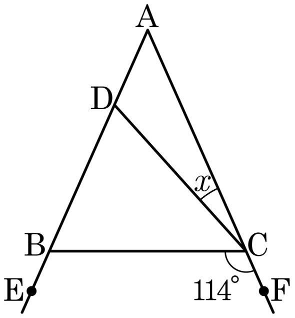
해설

점 D에서 $\overline{AB}$와 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$와 만난 점을 E라 하면, $\overline{DE} = \overline{AB} = 8\,cm$, 삼각형 DEC는 정삼각형이 되므로 $\overline{EC} = 8\,cm$ 사각형 ABED는 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BE} = 5\,cm$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 8 = 13\,(cm)$



15. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle BCF=114°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 18° ② 24° ③ 30° ④ 36° ⑤ 42°

해설

$\triangle ABC$에서

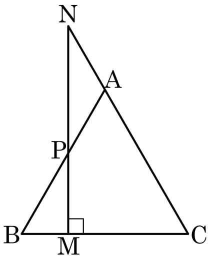
$\angle ABC=\angle BCA=180°-114°=66°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD=180°-(2\times 66°)=48°$

따라서 $\angle x=66°-48°=18°$이다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AB 위에 점 P 를 잡아 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AP}=\overline{BP}$　② $\overline{AP}=\overline{AN}$

③ $\angle BAC = 2\angle ANP$　④ $\angle ANP = \angle APN = \angle BPM$

⑤ $\triangle NCM \equiv \triangle PBM$

해설

$\angle C = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle B = \angle x$,$\angle BAC = 180° - 2\angle x$

$\triangle BPM$ 에서 $\angle BPM = 90° - \angle x$ 또 $\angle BPM = \angle APN$ (맞꼭지각)

$\triangle APN$ 에서 $\angle BAC = \angle APN + \angle ANP$ 이므로

$180° - 2\angle x = (90° - \angle x) + \angle ANP$

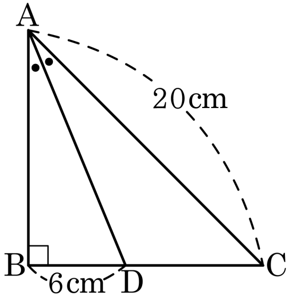
$\angle ANP = 90° - \angle x$

$\therefore \angle ANP = \angle BPM = \angle APN$, $\angle BAC = 2\angle ANP$

$\triangle APN$ 에서 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형

$\therefore \overline{AP}=\overline{AN}$

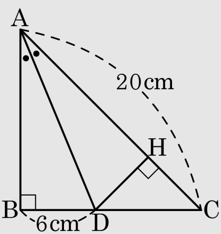
17. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는 몇 cm^2 인지 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 56 ② 57 ③ 58 ④ 59 ⑤ 60

해설

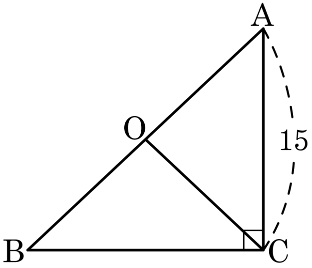
다음 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABD \equiv \triangle AHD$ (RHA합동)

따라서 $\overline{DH} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



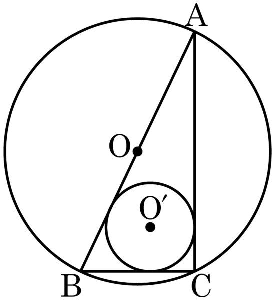
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$
$\therefore x = 16$

19. 다음 그림에서 원 O 와 O′ 은 각각 $\triangle$ABC 의 외접원과 내접원이다. 외접원의 넓이가 $9\pi\,\mathrm{cm}^2$, 내접원의 넓이가 $1\pi\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

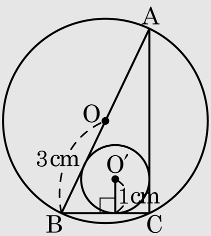


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14 cm

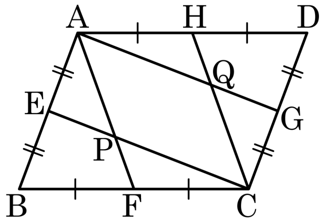
해설

$\triangle$ABC 의 외심 O 가 선분 AB 위에 있으므로 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.



그림과 같이 내심 O′ 에서 $\triangle$ABC 의 각 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 하자.
이 때, 두 원의 넓이를 이용하여 외접원의 반지름의 길이는 3 cm, 내접원의 반지름의 길이는 1 cm 이므로
$\overline{CE} = \overline{CD} = 1\,\mathrm{cm}$
$\overline{AE} = \overline{AF} = a\,\mathrm{cm}$ 라 하면 $\overline{AC} = a + 1(\mathrm{cm})$
$\overline{AB} = 2\overline{BO} = 6\,\mathrm{cm}$ 이므로
$\overline{BD} = \overline{BF} = 6 - a(\mathrm{cm})$
따라서 $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는 $\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC} = (a + 1) + 6 + (6 - a) + 1 = 14(\mathrm{cm})$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉤, ㉢, ㉠　③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

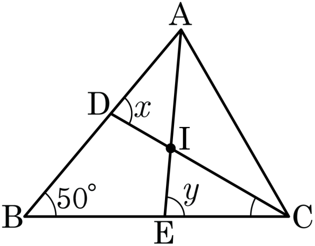
해설

□AECG는 $\overline{AE} // \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)

□AFCH는 $\overline{AH} // \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)

□APCQ는 $\overline{AP} // \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} // \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\;°}$

▷ 정답 : $165\underline{°}$

해설

$\angle x = 50° + \dfrac{1}{2}\angle C$

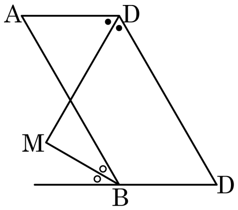
$\angle y = 50° + \dfrac{1}{2}\angle A$

$\angle x + \angle y = 100° + \dfrac{1}{2}(\angle A + \angle C)$

$= 100° + \dfrac{1}{2}(180° - 50°)$

$= 165°$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 의 이등분선과 $\angle B$ 의 외각의 이등분선의 교점을 M 이라고 할 때, $\angle DMB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{90^\circ}$

해설

$\overline{BC}$, $\overline{DM}$ 의 연장선의 교점을 P 라고 하고 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DM}$ 의 교점을 Q 라고 하면

$\angle D = \angle B$ 이므로

$\angle D + \angle ABP = 180^\circ$

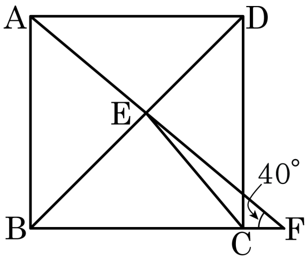
$\frac{1}{2}\angle D + \frac{1}{2}\angle ABP = 90^\circ$

$\angle MDC = \angle MQB$(동위각)

즉, $\triangle MBQ$ 에서 $\angle MQB + \angle MBQ = 90^\circ$ 이므로

$\angle DMB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

23. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 대각선 BD 위에 점 E 가 있고, $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AE}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. $\angle AFC = 40°$ 일 때, $\angle BCE = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 30 ② 35 ③ 40 ④ 50 ⑤ 55

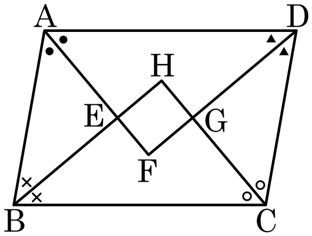
해설

$\angle EAD = \angle AFC = 40°$, $\angle BAE = 50°$,

$\triangle ABE \equiv \triangle CBE$ (SAS 합동) 이므로

$\angle BCE = \angle BAE = 50°$ 이다.

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle AFD \equiv \triangle CHB$

② $\triangle AEB \equiv \triangle CGD$

③ $\overline{EG} \neq \overline{HF}$

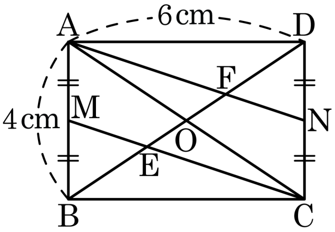
④ $\angle HEF = \angle EFG$

⑤ $\overline{BH} \,//\, \overline{FD}$

해설

사각형 EFGH는 직사각형이다.

25. 다음 그림에서 점 M, N은 직사각형 ABCD의 두 변 AB, CD의 중점이다. □AMEF의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\ cm^2$

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (ASA 합동)이므로

$$\square AMEF = \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC$$
$$= \frac{1}{4}\square ABCD$$
$$= \frac{1}{4} \times 6 \times 4 = 6\ (cm^2)$$