

1. 두 자연수 m, n 에 대하여 $m \blacktriangle n = 4m - 3n$ 라고 정의할 때, 다음 순서쌍 중에서 $x \blacktriangle 3y = 6 \blacktriangle (-2)$ 의 해인 것은?

- ① (2, 1)
- ② (-1, 3)
- ③ (0, 4)
- ④ (3, -2)
- ⑤ (4, -2)

해설

$x \blacktriangle 3y = 6 \blacktriangle (-2)$ 는 $4x - 3 \times 3y = 4 \times 6 - 3 \times (-2)$,
즉 $4x - 9y = 30$ 이고 이를 만족하는 순서쌍은 (3, -2)이다.

2. 다음 연립방정식의 해를 (x, y) 로 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases}$$

① $(-2, 3)$

② $(1, 1)$

③ $(-4, 2)$

④ $(-3, 1)$

⑤ $(2, 5)$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 & \cdots ㉠ \\ 3x - y = 2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ - ㉡ 을 하면 $3y = 3 \therefore y = 1$

$y = 1$ 을 ㉡에 대입하면 $3x - 1 = 2 \therefore x = 1$

3. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x + 6y = a \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

첫 번째 식에 $\times 2$ 를 하면 $4x + 6y = 8$ 이고 해가 없으려면 이 식에서 두 번째 식을 빼면 $0 \cdot x = k$ ($k \neq 0$) 꼴이 되어야 하는데 $a = 8$ 인 경우 k 값이 0이 되므로 $a \neq 8$ 이다.

4. 아버지와 아들의 나이의 합은 60 세이고, 차는 30 세이다. 아들의 나이는?

- ① 12 세 ② 13 세 ③ 14 세 ④ 15 세 ⑤ 16 세

해설

아버지의 나이를 x 세, 아들의 나이를 y 세라 하면

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ x - y = 30 \end{cases}$$

두 식을 변끼리 더하면 $2x = 90$

$$\therefore x = 45, y = 15$$

5. 어느 공장에서 지난 달에 갑, 을 두 제품을 합하여 1000 개를 생산하였다. 이 달에 생산한 양은 지난 달에 비해 갑은 2% 증가하였고, 을은 3% 증가하여 전체로는 24 개가 증가하였다. 이 달의 갑 제품의 생산량은?

① 315 개

② 451 개

③ 600 개

④ 612 개

⑤ 704 개

해설

지난 달에 생산된 갑 제품을 x 개, 을 제품을 y 개라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ \frac{2}{100}x + \frac{3}{100}y = 24 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x + y = 1000 \\ 2x + 3y = 2400 \end{cases}$$

$$\therefore x = 600, y = 400$$

따라서 이 달의 갑 제품의 생산량은

$$600 + 600 \times \frac{2}{100} = 612(\text{개}) \text{ 이다.}$$

6. 다음 중 x , y 에 관한 일차방정식이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

- (ㄱ) $y = 2x$
- (ㄴ) $x + y = 0$
- (ㄷ) $2x + 5 = y - 5$
- (ㄹ) $3x - 5 = 1$
- (ㅁ) $x - 4y = 2$
- (ㅂ) $2x - y + 1 = 0$
- (ㅅ) $2(x - y) = 3x - 2y + 3$
- (ㅇ) $2(x - y) = 5(x - y) + 1$
- (ㅈ) $(x + 1)(y - 1) = 0$
- (ㅊ) $0.2x + 3.4y = 0$
- (ㅋ) $2x = y + 5$
- (ㅌ) $2x + y = 2x - 1$
- (ㅍ) $3x = -y - 6$

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

정리한 식이 $ax + by + c = 0$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$, a , b , c 는 상수)의 꼴로 나타낼 수 없는 것을 찾으면 (ㄹ), (ㅅ), (ㅈ), (ㅌ)의 4개이다.

7. 일차방정식 $ax - 2y - 7 = 0$ 은 $x = 5$ 일 때, y 의 값은 4 이다. $y = \frac{5}{2}$ 일 때, x 의 값은?

- ① -4 ② -9 ③ 0 ④ 9 ⑤ 4

해설

$x = 5$, $y = 4$ 를 대입하면 $5a - 8 - 7 = 0$ 이고 이를 정리하면 $a = 3$, 따라서 주어진 방정식은 $3x - 2y - 7 = 0$ 이고 $y = \frac{5}{2}$ 를 대입하면 $x = 4$ 가 나온다.

8. 미지수가 2개인 일차방정식 $\frac{x+2y+4}{3} = \frac{y-2(x+1)}{2}$ 의 한 해가 $x = b$, $y = 2$ 일 때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

양변에 6을 곱하면

$$2(x+2y+4) = 3\{y-2(x+1)\} \rightarrow 8x+y = -14$$

$(b, 2)$ 를 대입하면 $b = -2$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x + y = 4 \dots ① \\ x - y = 2 \dots ② \end{cases}$ 의 해를 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, $a - 2b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} x + y = 4 \dots ① \\ x - y = 2 \dots ② \end{cases}$$

$$① + ② : x = 3 = a, y = 1 = b$$

$$\therefore a - 2b = 3 - 2 = 1$$

10. 상품 A 와 B 의 한 개당 원가는 각각 600 원, 300 원이다. A 상품은 원가의 6 할, B 상품은 원가의 2 할의 이익이 생긴다고 할 때, A 와 B 상품을 합하여 82 개를 팔았더니 16020 원의 이익이 생겼다. A 상품을 몇 개 팔았는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 37 개

해설

A, B 상품의 한 개당 이익은 $600 \times \frac{6}{10} = 360$ (원) , $300 \times \frac{2}{10} = 60$ (원) 이고, A, B 상품의 판매량을 각각 x 개, y 개라 하면

$$x + y = 82 \quad \dots \textcircled{1} \quad 360x + 60y = 16020 \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $x = 37, y = 45$ 이다.

11. 갑, 을 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 세 계단을 올라가고, 진 사람은 두 계단을 내려가기로 하였다. 현재 갑은 처음의 위치보다 14 계단, 을은 4 계단을 올라와 있을 때, 갑은 몇 번 졌는지 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)

▶ 답 : 번

▶ 정답 : 8번

해설

갑이 이긴 횟수 : x , 갑이 진 횟수 : y

$$\begin{cases} 3x - 2y = 14 & \cdots ① \\ -2x + 3y = 4 & \cdots ② \end{cases}$$
 을 풀면

$$\therefore x = 10, y = 8$$

따라서 갑이 진 횟수는 8 번이다.

12. 준우는 시속 15 km 로 자전거를 타고 아침 8시에 나섰고, 엄마는 30분 후에 자동차를 타고 시속 30 km 의 속력으로 갔다. 같은 길을 달릴 때, 엄마가 준우를 만나는 데 걸리는 시간은 몇 분인지 구하여라.

▶ 답 : 분

▶ 정답 : 30분

해설

두 사람이 만날 때까지 준우가 자전거를 탄 시간을 x 시간, 엄마가 자동차를 탄 시간을 y 시간이라 하면

$$\begin{cases} x = y + \frac{1}{2} \\ 15x = 30y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + \frac{1}{2} & \cdots \textcircled{\text{R}} \\ x = 2y & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

에서 $\textcircled{\text{L}}$ 를 $\textcircled{\text{R}}$ 에 대입하면 $y = \frac{1}{2}$ 이다. y 를 $\textcircled{\text{R}}$ 에 대입하면 $x = 1$ 이다.

따라서 엄마가 준우를 만나는 데 걸리는 시간은 30분이다.

13. 일정한 속력으로 달리고 있는 기차가 길이 1500m 인 철교를 지나는 데에는 1 분 30 초가 걸렸고, 길이가 3000m 인 터널을 통과하는데 2 분이 걸렸다. 이 기차의 분속을 구하여라.

▶ 답 : m/min

▷ 정답 : 3000 m/min

해설

기차의 길이 $x\text{m}$, 기차의 속력 $y\text{m/분}$ 이라 하면
 $\begin{cases} 1500 + x = \frac{3}{2}y \cdots \textcircled{1} \\ 3000 + x = 2y \cdots \textcircled{2} \end{cases}$, $\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 을 하면

$$1500 = \frac{1}{2}y$$

$$y = 3000$$

따라서 기차의 속력은 3000m/분이다.

14. 다음은 연립방정식의 활용 문제와 풀이 과정이다. ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 수를 순서대로 쓴 것은?

문제 :

농도가 다른 두 가지 소금물 A, B 를 각각 200g, 400g 을 섞었더니 10% 소금물이 되었고, 각각 400g, 200g 을 섞었더니 8% 의 소금물이 되었다. 소금물 A 와 B 의 농도를 각각 구하여라.
풀이과정 :

소금물 A 의 농도를 $x\%$, 소금물 B 의 농도를 $y\%$ 라 하자.

$$\frac{x}{100} \times 200 + \frac{y}{100} \times 400 = \frac{10}{100} \times ①$$

$$\frac{x}{100} \times 400 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{8}{100} \times ②$$

$$\therefore x = ③, y = ④$$

소금물 A 의 농도는 ③%

소금물 B 의 농도는 ④%

- ① 200, 8, 10 ② 400, 6, 12 ③ 600, 6, 10
④ 600, 10, 8 ⑤ 600, 6, 12

해설

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 400 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{8}{100} \times 600 \\ 2x + y = 24 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 6, y = 12$ 이다.
따라서 소금물 A 의 농도는 6%
소금물 B 의 농도는 12% 이다.

15. 두 일차방정식 $\begin{cases} 0.2x + 0.1y = 0.1 \\ 0.1x - 0.2y = -0.7 \end{cases}$ 의 그래프의 교점이 일차방정식 $x + ay = 5$ 의 그래프 위의 점일 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ -1 ④ -2 ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 0.2x + 0.1y = 0.1 \\ 0.1x - 0.2y = -0.7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 2y = -7 \end{cases} \text{ 의 해는 } x = -1, y = 3$$

$x = -1, y = 3$ 을 $x + ay = 5$ 에 대입하면
 $-1 + 3a = 5 \therefore a = 2$

16. x, y 에 대한 연립방정식 (가), (나)의 해가 같을 때, $a + b$ 의 값은?

$$(가) \begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ ax + by = 13 \end{cases} \quad (나) \begin{cases} ax - 2by = -2 \\ 4x - 7y = 15 \end{cases}$$

①

-1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x + 3y = 7 \\ 4x - 7y = 15 \end{cases} \quad \text{를 연립하여 풀면 } x = 2, y = -1$$

$$x = 2, y = -1 \text{ 을 대입해서} \begin{cases} 2a - b = 13 \\ 2a + 2b = -2 \end{cases} \quad \text{를 연립하여 풀면}$$

$$a = 4, b = -5$$

$$\text{그러므로 } a + b = -1$$

17. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{8}{9}x - y = a \\ \frac{x-y}{2} - \frac{y}{8} + 2 = 0 \end{cases}$ 을 만족하는 y 의 값이 x 의 값의 $\frac{4}{9}$ 배일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

y 의 값이 x 의 값의 $\frac{4}{9}$ 배이므로 $y = \frac{4}{9}x$ 이다.

이것을 두 번째 식에 대입하여 정리하면

$16x = -144$, $x = -9$ 이다.

따라서 $x = -9$, $y = -4$ 를 첫 번째 식에 대입하면 $a = -4$ 이다.

18. 연립방정식 $\begin{cases} a + 2b = 5 \\ 0.5a - 0.25b = 0 \end{cases}$ 을 만족하는 a , b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{cases} a + 2b = 5 & \cdots ㉠ \\ 0.5a - 0.25b = 0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

$$2a \cdots ㉢$$

㉡을 ㉠에 대입하면 $a + 4a = 5$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

19. 물통에 물을 넣는데, 큰 관과 작은 관을 사용하여 3 분 동안 넣은 다음, 큰 관만으로 물을 넣었더니 5 분 후에 물통이 가득 찼다. 또 두 관을 사용하여 4 분 동안 물을 넣은 다음 작은 관만을 사용하였더니 7 분 후에 물통이 가득 찼다고 한다. 이때 작은 관으로만 물을 넣는다면 몇 분이 걸리는지 구하여라.

▶ 답 : 분

▷ 정답 : 19분

해설

전체 물의 양을 1, 큰 관으로 1 분에 넣을 수 있는 물의 양을 x 라 하고, 작은 관으로 1 분에 넣을 수 있는 물의 양을 y 라 하자.

$$3(x+y) + 5x = 1$$

$$4(x+y) + 7y = 1$$

두 식을 정리하면

$$\begin{array}{r} 8x+3y=1 \\ -) 8x+22y=2 \\ \hline -19y=-1 \end{array}$$

$$y = \frac{1}{19}, x = \frac{2}{19}$$

\therefore 작은 관은 1 분에 전체의 $\frac{1}{19}$ 을 넣을 수 있으므로 작은 관만으로 물을 넣으면 19분이 걸린다.

20. 합금 A는 구리를 20%, 아연을 30% 포함한 합금이고, B는 구리를 30%, 아연을 10% 포함한 합금이다. 이 두 종류의 합금을 녹여 구리를 9kg, 아연을 10kg 얻으려면 합금 A는 몇 kg이 필요한지 구하여라.

합금	A	B
구리	20%	30%
아연	30%	10%

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 30kg

해설

합금 A의 양을 x kg, 합금 B의 양을 y kg이라고 하면

$$\begin{cases} \frac{20}{100}x + \frac{30}{100}y = 9 \\ \frac{30}{100}x + \frac{10}{100}y = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 90 \cdots \textcircled{\text{1}} \\ 3x + y = 100 \cdots \textcircled{\text{2}} \end{cases}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $x = 30$, $y = 10$ 이다.

21. 연립방정식 $\frac{3x - 2y}{6} = \frac{-2ax + by}{3} = \frac{ax - 5by}{8} - \frac{1}{3}$ 의 해가 $(2, 1)$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식에 $(2, 1)$ 을 대입하면 $\frac{6 - 2}{6} = \frac{-4a + b}{3} = \frac{2a - 5b}{8} - \frac{1}{3}$

$$\begin{cases} \frac{2}{3} = \frac{-4a + b}{3} \\ \frac{2}{3} = \frac{2a - 5b}{8} - \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = -4a + b \\ 16 = 6a - 15b - 8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -12a + 3b = 6 \\ +) \quad 12a - 30b = 48 \\ \hline -27b = 54 \end{array}$$

$$\therefore b = -2$$

$$-4a - 2 = 2, a = -1 \therefore a - b = -1 - (-2) = 1$$

22. $f(x, y)$ 에 대하여 $xy > 0$ 이면 $f(x, y) = x + y$ 이고 $xy < 0$ 이면 $f(x, y) = x - y$ 로 정의한다. 연립방정식 $3x + 2y - f(x, y) = -3, 4x - 2y + f(x, y) = -1$ 의 해를 구하여라.(단, $xy \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{4}{7}$

▷ 정답 : $y = -\frac{13}{7}$

해설

1) $xy > 0$ 일 때, $f(x, y) = x + y$ 이므로

주어진 연립방정식은

$$3x + 2y - (x + y) = -3, 4x - 2y + x + y = -1 \text{에서 } 2x + y = -3, 5x - y = -1$$

$\therefore x = -\frac{4}{7}, y = -\frac{13}{7}$ ($xy > 0$ 의 조건을 충족시킨다.)

2) $xy < 0$ 일 때, $f(x, y) = x - y$ 이므로

주어진 연립방정식은

$$3x + 2y - (x - y) = -3, 4x - 2y + x - y = -1 \text{에서 } 2x + y = -3, 5x - 3y = -1$$

$\therefore x = -\frac{10}{11}, y = -\frac{13}{11}$ ($xy < 0$ 의 조건을 충족시키지 못한다.)

1), 2)에 의하여 구하려는 해는 $x = -\frac{4}{7}, y = -\frac{13}{7}$

23. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \frac{7}{x+1} - \frac{3}{y+1} = 10 \\ -\frac{2}{x+1} + \frac{2}{y+1} = -5 \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{3}{5}$ 또는 0.6

▷ 정답: $y = -\frac{23}{15}$

해설

$\frac{1}{x+1} = A, \frac{1}{y+1} = B$ 로 놓으면

$$\begin{cases} 7A - 3B = 10 \cdots \textcircled{\text{D}} \\ -2A + 2B = -5 \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 14A - 6B = 20 \\ +) -6A + 6B = -15 \\ \hline 8A = 5 \end{array}$$

$$\therefore A = \frac{5}{8}$$

㉡에 $A = \frac{5}{8}$ 를 대입하면

$$-2 \times \frac{5}{8} + 2B = -5, B = -\frac{15}{8}$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{5}{8}, x+1 = \frac{8}{5}, x = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{y+1} = -\frac{15}{8}, y+1 = \frac{-8}{15}, y = -\frac{23}{15}$$

24. 연립방정식 $4(x - 2) = 2x + 2y - 4 = 3x - 3y + 18$ 의 해는?

① $x = 6, y = 8$

② $x = 8, y = 6$

③ $x = -6, y = 8$

④ $x = 6, y = -8$

⑤ $x = -8, y = -6$

해설

$$\begin{cases} 4(x - 2) = 2x + 2y - 4 \\ 2x + 2y - 4 = 3x - 3y + 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 2 & \cdots ① \\ -x + 5y = 22 & \cdots ② \end{cases}$$

① + ② 를 하면 $4y = 24, y = 6$

$y = 6$ 을 ② 에 대입하면 $-x + 30 = 22, x = 8$

$\therefore x = 8, y = 6$

25. x, y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} px + qy + r = 0 \\ qx + ry + p = 0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때,
 $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, p, q, r 은 0이 아닌 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 연립방정식의 해가 무수히 많으므로

$$\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{p}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{q}{r} = \frac{r}{p} = k \text{로 놓으면}$$

$$p = qk, q = rk, r = pk$$

세 식의 좌변끼리, 우변끼리 각각 곱하면

$$pqr = pqrk^3 (pqr \neq 0)$$

$$k^3 = 1$$

$$\therefore k = 1$$

따라서 $p = q = r$ 이므로 주어진 연립방정식은 모두 $p(x + y + 1) = 0$ 이 된다.

$$p \neq 0 \text{이므로 } x + y + 1 = 0$$

$$\therefore x + y = -1$$