1. 다음 중 소수인 것을 모두 고르면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

1은 소수도 합성수도 아닌 단위수라고 한다.

2. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$24 \times a = 90 \times b = c^2$
$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면
$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$
즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.
그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.
$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

3. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

① 12　② 18　③ 32　④ 36　⑤ 75

해설

① $12 = 2^2 \times 3$

$\therefore\ (2+1)\times(1+1) = 6$(개)

② $18 = 2 \times 3^2$

$\therefore\ (1+1)\times(2+1) = 6$(개)

③ $32 = 2^5$

$\therefore\ (5+1) = 6$(개)

④ $36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore\ (2+1)\times(2+1) = 9$(개)

⑤ $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore\ (1+1)\times(2+1) = 6$(개)

4. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36 , 48

① 2×3　② 2×3^2　③ $2^2\times3^2$

④ $2^4\times3$　⑤ $2^4\times3^2$

해설

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 48 \\ 2 & 24 \\ 2 & 12 \\ 2 & 6 \\ & 3 \end{array}$$

$\therefore 36=2^2\times3^2$　$\therefore 48=2^4\times3$

따라서 최소공배수는 $2^4\times3^2$ 이다.

5. 5와 6의 최소공배수가 30이다. 5와 6의 공배수가 아닌 것은?

① 10 ② 30 ③ 60 ④ 90 ⑤ 120

해설

두 수의 공배수중 가장 작은 수는 최소공배수이다. 최소공배수가 30 일 때, 공배수는 최소공배수의 배수이므로 $30, 60, 90, \cdots$ 이다.

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

7. 다음에서 $2^3 \times 5$ 의 약수를 찾아 모두 고르면?(정답 2개)

① 1　② 2×5^2　③ $3^2 \times 5$

④ 2×5　⑤ 2^5

해설

2^3 의 약수는1, 2, 2^2, 2^3 이고
5 의 약수는 1, 5 이므로
$2^3 \times 5$ 의 약수는 다음과 같다.

×	1	2	2^2	2^3
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3
5	5	5×2	5×2^2	5×2^3

8. 다음 중 24 와 서로소인 것은?

① 8 ② 12 ③ 18 ④ 21 ⑤ 25

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $25 = 5^2$ 이므로 24 와 25 는 서로소이다.

9. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3,\ b = 1$

10. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)

11. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 13 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로
$2^a = 2^3,\ 3^b = 3^3,\ c = 7$ 이다.
$\therefore a = 3\ ,\ b = 3\ ,\ c = 7$ 에서 $a+b+c = 13$

12. 우리 반 수학 선생님은 18일에 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일에 한 번씩 쪽지 시험을 친다. 오늘 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후 다시 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는가?

① 9일 후 ② 45일 후 ③ 54일 후

④ 124일 후 ⑤ 162일 후

해설

18일마다 한 번씩 노트 검사를 하고, 27일마다 한 번씩 쪽지시험을 친다고 하였으므로 18과 27의 최소공배수인 54일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

13. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 18cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이로 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 36 cm

해설

12 와 18 의 최소공배수는 36 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 36 cm 이다.

14. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고 최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$

최대공약수 : $2^2 \times 3^2$

최소공배수 : $2^4 \times 3^3 \times 5$

$a = 2$, $b = 3$

$a + b = 2 + 3 = 5$

15. 36 을 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이때, 어떤 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

36 의 약수를 구하면 된다. 36 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 이다. 따라서 9 개이다.

16. $3^6 = 729$ 를 이용하여 $729 - 3^5 - 3^a = 243$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^6 = 729$ 이고 $3^5 = 243$ 이다.
따라서 $729 - 243 - 3^a = 243$, $3^a = 243$ 이므로 $a = 5$ 이다.

17. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 10 이하의 소수는 모두 4 개이다.

② 17 은 소수이다.

③ 1 을 제외한 모든 홀수는 소수이다.

④ 2 는 소수이다.

⑤ 소수의 약수는 2 개이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다. 따라서 9 는 홀수이지만 소수가 아니다.

18. 180 의 소인수와 220 의 소인수 중 공통인 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$,
$220 = 2^2 \times 5 \times 11$ 이므로
180 의 소인수는 2, 3, 5 ,
220 의 소인수는 2, 5, 11 이므로
공통인 소인수는 2, 5 이므로 2 개이다.

19. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

20. 공책 48 권, 볼펜 80 개, 가위 64 개를 하나도 빠짐없이 가능한 많은 사람에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어줄 수 있는가?

① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명 ④ 16 명 ⑤ 20 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 48, 80, 64 의 최대공약수이므로 16 (명) 이다.

21. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 $35, 70, 105, 140, \cdots$ 이다.

22. 세 수 $60, 90, 150$ 의 공약수 중에서 소수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$60, 90, 150$ 의 최대공약수 : 30
공약수 중 소수 : $2, 3, 5$
(소수의 합)$= 2 + 3 + 5 = 10$

23. 네 수 14, 42, 56, A 의 최소공배수가 336 일 때, A 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 336

해설

$14 = 2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $56 = 2^3 \times 7$, $336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이므로, A 값이 될 수 있는 수는 $2^4 \times 3^x \times 7^y$ (x, y는 0 또는 1) 이며, 최댓값을 가질 때는 x, $y = 1$ 일 때이므로 A 의 최댓값은 336 이다.

24. 가로의 길이가 54cm, 세로의 길이가 $2\times3^2\times6$cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
54, $2\times3^2\times6$, 90 의 최대공약수이므로
$54=2\times3^3$
$2\times3^2\times6=2^2\times3^3$
$90=2\times3^2\times5$
최대공약수는 $2\times3^2=18$
$\therefore\ a=18$
정육면체의 개수는
$(54\div18)\times(108\div18)\times(90\div18)=3\times6\times5=90$ (개)
$\therefore\ b=90$
$\therefore\ \frac{b}{a}=\frac{90}{18}=5$

25. 20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 6 이 남는 자연수 중 가장 큰 세 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 986

해설

20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 6 인 수를 k 라고 하면, $(k-6)$ 은 20 과 28 의 공배수가 됩니다.
따라서 20 과 28 의 공배수 중에서 세 자리의 자연수를 구하고, 거기에 6 을 더하면 됩니다.
20 과 28 의 최소공배수는 140 이므로, 세 자리 수 중 가장 큰 140 의 배수는 $140 \times 7 = 980$ 입니다.
따라서 구하는 수는 $980 + 6 = 986$ 입니다.