

1. 다음 중 $\frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 없는 것은?

① 정수

② 자연수

③ 유한소수

④ 순환소수

⑤ 무한소수

해설

유리수를 구하는 문제이다.

정수, 자연수, 유한소수, 순환소수는 유리수이지만 무한소수는
분수모양으로 나타낼 수 없으므로 유리수가 아니다.

2. $\frac{3}{40}$ 의 분모, 분자에 어떤 수를 곱하여 분모가 10의 거듭제곱 꼴이 될 때, 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{75}{10^3} = \frac{75}{1000}$$

3. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{7}{9}$ 사이의 분수 중 분모가 36 이고, 유한소수인 것을 구하면?

- ① $\frac{19}{36}$ ② $\frac{23}{36}$ ③ $\frac{25}{36}$ ④ $\frac{27}{36}$ ⑤ $\frac{29}{36}$

해설

$$\frac{1}{2} = \frac{18}{36}, \frac{7}{9} = \frac{28}{36}$$

유한소수가 되려면 분모에 2 또는 5 만 있어야 하므로 $36 = 4 \times 9$ 의 9 가 없어져야 한다.

그러므로 9 의 배수 27 이 분자인 $\frac{27}{36}$ 이어야 한다.

4. 분수 $\frac{7}{5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 1 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 20

해설

$12 = 2^2 \times 3$, 3 이 있으므로 무한소수가 된다.

5. 분수 $\frac{a}{70}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{3}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 30 이하의 자연수일 때, a, b 의 값은?

① $a = 7, b = 10$

② $a = 21, b = 7$

③ $a = 14, b = 10$

④ $a = 21, b = 10$

⑤ $a = 10, b = 21$

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이므로 $a = 3 \times 7 = 21, b = 2 \times 5 = 10$

$\therefore a = 21, b = 10$

6. 다음 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30} = \frac{3}{90} = 0.03333 \dots$$

$$\frac{7}{9} = 0.7777 \dots$$

$$a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

7. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 구하여라.

$\textcircled{\tiny{\text{㉠}}} \frac{2}{3} = 0.6\dot{6}$

$\textcircled{\tiny{\text{㉡}}} \frac{5}{6} = 0.838\dot{3}$

$\textcircled{\tiny{\text{㉢}}} \frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$

$\textcircled{\tiny{\text{㉣}}} \frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$

$\textcircled{\tiny{\text{㉤}}} \frac{11}{13} = 0.\dot{8}4615\dot{4}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

$\textcircled{\tiny{\text{㉠}}} 0.\dot{6} \quad \textcircled{\tiny{\text{㉡}}} 0.8\dot{3} \quad \textcircled{\tiny{\text{㉣}}} 0.\dot{8}4615\dot{3}$

8. 다음 중 소수점 아래 50번째 자리의 숫자가 가장 작은 것은?

- ① $0.\dot{9}$ ② $0.\dot{2}\dot{7}$ ③ $0.\dot{1}2\dot{5}$ ④ $2.3\dot{4}\dot{5}$ ⑤ $2.7\dot{4}\dot{3}$

해설

- ① $50 = 1 \times 50$ 이므로 9
② $50 = 2 \times 25$ 이므로 7
③ $50 = 3 \times 16 + 2$ 이므로 2
④ $50 - 1 = 2 \times 24 + 1$ 이므로 4
⑤ $50 - 2 = 1 \times 48$ 이므로 3

9. 다음 중 순환소수 $x = 0.3\dot{1}5$ 를 분수로 고치는 가장 편리한 식은?

① $10x - x$

② $100x - 10x$

③ $100x - x$

④ $1000x - x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$x = 0.3\dot{1}5$$

$$10x = 3.1515\cdots \rightarrow \textcircled{1}$$

$$1000x = 315.1515\cdots \rightarrow \textcircled{4}$$

$\textcircled{4} - \textcircled{1}$ 을 하면

$$(1000x - 10x) = 312$$

$$x = \frac{312}{990}$$

10. $1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + 0.0001 + 0.00001 + 0.000001 + \cdots$ 을 계산하여
기약분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{9}$

해설

$$1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \cdots = 1.11111\cdots = 1.\dot{1}$$

$$1.\dot{1} = \frac{11 - 1}{9} = \frac{10}{9}$$

11. 다음 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

- ① $0.37 = 0.\dot{3}7$ ② $0.\dot{6}9 = 0.7$ ③ $0.3\dot{5} = 0.\dot{3}5$
④ $0.\dot{3} < \frac{3}{10}$ ⑤ $0.39 < 0.4$

해설

$$0.\dot{6}9 = \frac{69-6}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10} = 0.7$$

$$\textcircled{1} \quad 0.37 < 0.373737\cdots = 0.\dot{3}7$$

$$\textcircled{3} \quad 0.3\dot{5} = 0.3555\cdots > 0.353535\cdots = 0.3\dot{5}$$

$$\textcircled{4} \quad 0.\dot{3} = \frac{3}{9} > \frac{3}{10}$$

$$\textcircled{5} \quad 0.39 = \frac{39-3}{90} = \frac{36}{90} = \frac{4}{10} = 0.4$$

12. 부등식 $\frac{7}{10} < x \leq 1.\dot{9}$ 을 만족시키는 정수 x 의 갯수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$1.\dot{9} = \frac{18}{9} = 2$$

$$\frac{7}{10} < x \leq 2$$

$$\therefore x = 1, 2$$

즉, 2개

13. 방정식 $0.09x - 0.03x = 0.5$ 의 해를 구하면?

- ① 15 ② $\frac{15}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 3

해설

$$(0.09 - 0.03)x = 0.5$$

$$\left(\frac{9}{90} - \frac{3}{90}\right)x = 0.5$$

$$\frac{6}{90}x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \times \frac{90}{6} = \frac{15}{2}$$

14. 순환소수 $0.\dot{3}\dot{7} = 34 \times a$, $0.\dot{4}\dot{5} = 45 \times b$ 일 때, a , b 의 값을 순환소수로 나타낸 것은?

① $a = 0.\dot{0}\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$

② $a = 0.0\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$

③ $a = 0.\dot{1}$, $b = 0.0\dot{1}$

④ $a = 0.\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$

⑤ $a = 0.0\dot{1}$, $b = 0.0\dot{1}$

해설

$$0.\dot{3}\dot{7} = \frac{34}{90} = 34 \times a$$

$$a = \frac{1}{90} = 0.0\dot{1}$$

$$0.\dot{4}\dot{5} = \frac{45}{99} = 45 \times b$$

$$b = \frac{1}{99} = 0.\dot{0}\dot{1}$$

15. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 은우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.00\dot{1}$ 이 되었고, 성재는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{0}2$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{1}{90}$ ② $\frac{1}{99}$ ③ $\frac{1}{999}$ ④ $\frac{101}{990}$ ⑤ $\frac{101}{999}$

해설

$$\text{은우 : } 0.00\dot{1} = \frac{1}{999},$$

$$\text{성재 : } 0.1\dot{0}2 = \frac{102 - 1}{990} = \frac{101}{990}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{성재가 본 분자})}{(\text{은우가 본 분모})} = \frac{101}{999} = A \text{ 이다.}$$

16. 순환소수 $9.\dot{3}$ 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$9.\dot{3} = \frac{93 - 9}{9} = \frac{28}{3} \text{ 이고,}$$

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로 제곱이 되게 하는 자연수는 3과 7의 공배수이다.

따라서 가장 작은 자연수는 21이다.

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0.\dot{9} = 1$

② $0.2\dot{3}\dot{4} = \frac{116}{495}$

③ $\frac{3^4}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 은 유한소수로 나타낼 수 있다.

④ $0.250250250\cdots = 0.\dot{2}5\dot{0}$

⑤ $0.21\dot{3}\dot{4}$ 의 순환마디는 34 이다.

해설

③ $\frac{3^4}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 7}$ 이므로 무한소수로 나타내어진다.

18. $3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} 3^2 \times 9^2 &= 27 \times 3^a \\ &= 3^2 \times (3^2)^2 \\ &= 3^3 \times 3^a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^4 &= 3^6 = 3^3 \times 3^a \\ \therefore a &= 3 \end{aligned}$$

19. $a = 3$ 일 때, $(a^a)^{(a^a)} = 3^x$ 이다. x 의 값은?

① 3

② 9

③ 27

④ 81

⑤ 243

해설

$a = 3$ 을 대입하면
 $(3^3)^{(3^3)} = (3^3)^{27} = 3^{81}$
 $\therefore x = 81$

20. $x - y = 2$ 이고 $a = 2^{3x}$, $b = 2^{3y}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 8

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 128

해설

$$\frac{a}{b} = 2^{3x-3y} = 2^{3(x-y)} = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$$

21. $(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^2$, $(y^3)^b \div y^9 = 1$, $x^8 \div (x^2)^c \div x = \frac{1}{x}$ 을 만족할 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} x^{12-2a} &= x^2, 12-2a=2 \\ \therefore a &= 5 \\ y^{3b-9} &= 1, 3b-9=0 \\ \therefore b &= 3 \\ x^{8-2c-1} &= x^{-1}, 8-2c-1=-1 \\ \therefore c &= 4 \\ \therefore a+b-c &= 4 \end{aligned}$$

22. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(-3x^{\square}y^2)^3 = -27x^{12}y^{\square}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

$$x^{3 \times \square} = x^{12}$$

$$\therefore \square = 4$$

$$y^{2 \times 3} = y^{\square}$$

$$\therefore \square = 6$$

23. 다음 등식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{2y^2z^4}{x^a}\right)^3 = \frac{by^cz^{12}}{x^{12}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\left(\frac{2y^2z^4}{x^a}\right)^3 = \frac{8y^6z^{12}}{x^{3a}} = \frac{by^cz^{12}}{x^{12}}$$
$$a = 4, \quad b = 8, \quad c = 6$$
$$\therefore a + b + c = 18$$

24. $a = 5^{x+1}, b = 2^{x-2}$ 일 때, 10^x 을 a, b 를 이용하여 나타내면?

- ① $\frac{2ab}{5}$ ② $\frac{4ab}{5}$ ③ ab ④ $\frac{5ab}{4}$ ⑤ $\frac{5ab}{2}$

해설

$a = 5 \times 5^x, b = 2^x \div 2^2$ 이므로

$$5^x = \frac{a}{5}, 2^x = 4b$$

$$\therefore 10^x = (2 \times 5)^x = 2^x \times 5^x = 4b \times \frac{a}{5} = \frac{4ab}{5}$$

25. $\frac{4^3 + 4^3}{3^2 + 3^2 + 3^2} \times \frac{9^2 + 9^2 + 9^2}{2^6 + 2^6}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$4^3 + 4^3 = 2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \times 3^2 = 3^3$$

$$9^2 + 9^2 + 9^2 = 3^4 + 3^4 + 3^4 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$\therefore \frac{2^7}{3^3} \times \frac{3^5}{2^7} = 9$$

26. $x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 = 6^7$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

좌변을 계산하면 $6x^6 = 6^7$

$$x^6 = 6^6$$

$$\therefore x = 6$$

27. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $\frac{4606}{B^2}A^3$
- ② $\frac{4607}{B^2}A^3$
- ③ $\frac{4608}{B^2}A^3$
- ④ $\frac{4609}{B^2}A^3$
- ⑤ $\frac{4610}{B^2}A^3$

해설

$A = 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A$

$B = 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3}$

$$\begin{aligned} \frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2} \end{aligned}$$

28. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

29. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2} = 3^{3x+6}$$

$$-2x + 1 = 3x + 6$$

$$\therefore x = -1$$

30. $\left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 \div ax^by^c \div \left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right) = x^3y^4$ 에서 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 \div ax^by^c \div \left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2^3}x^6y^9\right) \times \frac{1}{ax^by^c} \times \left(-\frac{8}{x^2y^3}\right) = x^3y^4 \\ & a=1, b=1, c=2 \\ & \therefore a+b+c=4 \end{aligned}$$

31. $-3x^2y \div (2xy^a)^2 \times \left(\frac{xy}{3}\right)^b = -\frac{x^2}{12y}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$-3x^2y \times \frac{1}{4x^2y^{2a}} \times \frac{x^by^b}{3^b} = -\frac{x^2}{12y}$$
$$\frac{x^b}{4 \times 3^{b-1}y^{2a-1-b}} = -\frac{x^2}{12y}$$
$$b = 2, 2a - 1 - b = 1 \quad \therefore a = 2$$
$$\therefore a + b = 4$$

32. $(-24xy^2) \div 12xy \times A = -8x^2y$, $-8x^2y^2 \div B \times x^2y^3 = 2x^3y$ 일 때, $A \times B$, $A \div B$ 의 값을 차례대로 구하면?

- ① $4x^2, -4xy^4$ ② $-\frac{x}{y^4}, -16x^3y^4$ ③ $-16x^3y^4, -\frac{x}{y^4}$
 ④ $16x^3y^4, \frac{x}{y^4}$ ⑤ $-16x^3y^4, -xy^4$

해설

$$\frac{-24xy^2}{12xy} \times A = -8x^2y \text{ 에서}$$

$$-2y \times A = -8x^2y \quad \therefore A = 4x^2$$

$$\frac{-8x^2y^2 \times x^2y^3}{B} = 2x^3y \text{ 에서}$$

$$\frac{-8x^4y^5}{B} = 2x^3y \quad \therefore B = -4xy^4$$

$$\therefore A \times B = 4x^2 \times (-4xy^4) = -16x^3y^4$$

$$\therefore A \div B = 4x^2 \div (-4xy^4) = -\frac{x}{y^4}$$

33. 세로의 길이가 $(2ab^2)^2$ 인 직사각형의 넓이가 $(4a^2b^3)^3$ 일 때, 이 직사각형의 가로 길이는?

① $8a^2b^4$

② $8a^3b^4$

③ $16a^4b^5$

④ $20a^3b^4$

⑤ $24a^4b^5$

해설

$$(2ab^2)^2 \times (\text{가로의 길이}) = (4a^2b^3)^3 \text{ 이므로}$$

$$(\text{가로의 길이}) = 64a^6b^9 \times \frac{1}{4a^2b^4} = 16a^4b^5$$