1. 함수 $y = \dfrac{2}{x+3} - 4$의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a,\ y = b$일 때, $a - b$의 값은?

① -7　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3,\ y = -4$이므로 $a - b = 1$

2. 다음은 유리식과 무리식의 정의이다.

> 유리식 : 두 다항식 A, B$(\mathrm{B} \neq 0)$에 대하여, $\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}$ 와같이 분수의 꼴로 나타내어지는식, 특히 B가 상수인 유리식 $\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}$ 는 다항식이므로 다항식도 유리식이다. 한편, 유리식 중에서 다항식이 아닌 유리식을 분수식이라고 한다.
> 무리식 : 근호 안에 문자가 포함되어 있는 식으로 유리식으로 나타낼 수 없는 식

주어진 식에 대한 설명으로 바르게 짝지어진 것을 고르면?

① $\dfrac{x^2+5}{3x+2}$-다항식

② $\sqrt{2}x+3$-유리식

③ $\dfrac{x^2-1}{3}$-분수식

④ $\sqrt{x^2-1}$-유리식

⑤ $2x+\sqrt{x^2+5}$-다항식

해설

① 분수식 ③유리식 ④무리식 ④무리식

3. $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$의 분모를 유리화하면 $a+b\sqrt{c}$이다. $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=13$

해설

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$=\frac{3+2\sqrt{6}+2}{3-2}$$

$$=5+2\sqrt{6}$$

$\therefore a=5, b=2, c=6$이므로

$a+b+c=5+2+6=13$

4. 유리수 x, y가 $(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y)=8$을 만족할 때, x^2+y^2의 값은?

① 20 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

$(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y)=8$ 을 전개하여 정리하면

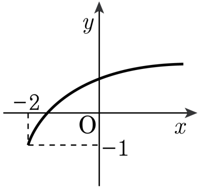
$(4x+4y-8)-(xy+8)\sqrt{2}=0$

$\therefore 4x+4y-8=0 \Rightarrow x+y=2$

$\therefore xy+8=0 \Rightarrow xy=-8$

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=2^2-2\times(-8)=20$

5. 다음 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?



① $y = \sqrt{x-2}+1$

② $y = \sqrt{x-2}-1$

③ $y = \sqrt{x+2}+1$

④ $y = \sqrt{x+2}-1$

⑤ $y = -\sqrt{x-2}-1$

해설

x축으로 -2만큼
y축으로 -1만큼 평행이동했으므로
x 대신 $x+2$, y 대신 $y+1$을 대입하면
$y = \sqrt{x+2}-1$

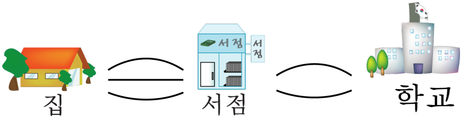
6. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 눈의 합이 4 또는 6 이 되는 경우의 수는?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

해설

눈의 합이 4 인 경우는 $(1, 3), (2, 2), (3, 1)$ 의 3가지,
눈의 합이 6 인 경우는
$(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$ 의 5 가지
따라서 구하는 경우의 수는 $3 + 5 = 8$ (가지)

7. 건호는 집에서 학교에 가는 길에 서점에 들러 문제집을 구입하려고 한다. 집에서 학교까지 가는 방법은 모두 몇 가지인가?



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

집에서 서점까지 가는 길의 가지수는 3 가지, 서점에서 학교까지 가는 길의 가지수는 2 가지집에서 반드시 서점에 들러 학교를 가야하므로 곱의 법칙을 이용하여

$\therefore\ 3 \times 2 = 6$ (가지)

해설

집에서 서점까지 가는 길을 a, b, c 라 하고 서점에서 학교에 가는 길을 , 이라고 하면집에서 서점을 들러 학교에 가는 방법은

(a , ㄱ) , (a , ㄴ) , (b , ㄱ) ,

(b , ㄴ) , (c , ㄱ) , (c , ㄴ)

$\therefore$ 6 (가지)

8. ${}_8P_r = 336$ 을 만족시키는 자연수 r 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$336 = 8 \times 7 \times 6$ 에서

$r = 3$

9. 함수 $y = \dfrac{x-6}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a-b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \dfrac{x-6}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a,\ y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \dfrac{(x-4)-2}{x-4} = \dfrac{-2}{x-4} + 1$ 에서

$a = 4,\ b = 1$ 이므로

$\therefore a - b = 4 - 1 = 3$

10. 함수 $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y=\dfrac{k}{x}$ 의 그래프를 x축 방향으로 a만큼, y축 방향으로 b만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$의 값은?

① -3　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 3

해설

$$y=\frac{-2x+1}{x-2}=\frac{-2(x-2)-3}{x-2}=\frac{-3}{x-2}-2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y=\dfrac{-3}{x}$ 의

그래프를 x축의 방향으로 2만큼,

y축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$k=-3,\ a=2,\ b=-2$

$\therefore\ k+a+b=-3+2-2=-3$

11. 함수 $y=\dfrac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

① 점근선 중 하나는 $x=3$ 이다.

② 점근선 중 하나는 $y=2$ 이다.

③ 함수 $y=\dfrac{2}{x}+2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.

④ 이 그래프는 x축을 지나지 않는다.

⑤ 함수 $y=\dfrac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y=\frac{2x-4}{x-3}=\frac{2(x-3)+2}{x-3}=\frac{2}{x-3}+2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x=3,\ y=2$이고

$y=\dfrac{2}{x}$ 의 그래프를 x축 방향으로 3만큼,

y축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

12. $(a+b)(p+q+r)(x+y)$ 를 전개하였을 때, 모든 항의 개수를 구하여라.

▶ **답 :** ______ 개

▷ **정답 :** 12 개

해설

a, b 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
p, q, r 중 한 개를 택하는 방법 : 3 가지
x, y 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
전개했을 때 모든 항의 개수는
$2\times3\times2=12$ (개)

13. 다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수이려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.
따라서, $1, 2, 3, 4$ 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는
${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

14. 두 함수 $f(x)=2x-1, g(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$ 에 대하여 $(f^{-1}\circ g)(2)$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$(f^{-1}\circ g)(2)=f^{-1}(g(2))=f^{-1}(7)$

$f^{-1}(7)=k$ 라 하면 $f(k)=7$

따라서 $2k-1=7$

$\therefore k=4$

15. 10 원짜리 동전 5 개, 100 원짜리 동전 4 개, 1000 원짜리 지폐 1 장이 있을 때, 이들을 전부 또는 일부 사용하여 지불할 수 있는 금액은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ____ 가지

▷ 정답 : 59 가지

해설

10 원짜리 동전을 $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 개 사용할 수 있고 이들 각각에 100 원짜리 동전을 $0, 1, 2, 3, 4$ 개 사용할 수 있고 여기에 1000 원짜리 지폐 $0, 1$ 개를 각각 사용할 수 있다.
그런데 10 원짜리 동전 0 개, 100 원짜리 동전 0 개, 1000 원자리 지폐 0 개를 동시에 사용하는 것은 의미가 없으므로 구하는 경우의 수는
$6 \times 5 \times 2 - 1 = 59$ (가지)

16. n 권의 책이있다.(단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_nP_2$ 가지이므로

${}_nP_2 = 42$ 곧, $n(n-1) = 42 \quad \therefore \ (n+6)(n-7) = 0$

한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

17. 남자 4 명, 여자 3 명을 일렬로 세울 때, 여자 3 명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ **답 :** ________ 가지

▷ **정답 :** 720 가지

해설

여자 3 명을 한 묶음으로 본다.

$5! \times 3! = 720$

18. 초등학생 2 명, 중학생 2 명, 고등학생 2 명을 일렬로 세울 때, 초등학생 2 명은 이웃하고, 중학생 2 명은 이웃하지 않도록 세우는 방법의 수는?

① 72 ② 84 ③ 96 ④ 120 ⑤ 144

해설

초등학생 2 명과 중학생 2 명을 각각 함께 묶어서 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$4! \times 2! \times 2 = 96$ (가지)

초등학생 2 명만 함께 묶어서 5 명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$5! \times 2 = 240$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $240 - 96 = 144$(가지)

19. IMPORT의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, I와 T가 양 끝에 오는 경우의 수는?

① 36 ② 42 ③ 48 ④ 54 ⑤ 60

해설

I와 T를 양 끝에 오게 하는 경우의 수 : 2
나머지 문자를 배열하는 경우의 수 : 4!
$4! \times 2 = 48$

20. 서로 다른 알파벳 $a,\ b,\ c,\ d,\ e$를 사전식으로 배열하였을 때, 58번째 단어를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $cbdea$

해설

$a\square\square\square\square$의 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$(가지)

$b\square\square\square\square$의 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$(가지)

$ca\square\square\square$의 경우의 수는

$3\times2\times1=6$(가지)

그 다음 55번째의 수 부터는

$cbade,\ cbaed,\ cbdae,\ \cdots$ 이므로

58번째 단어는 $cbdea$이다.

21. 자연수 n 에 대하여 ${}_{n+3}C_3 + \frac{{}_{n+3}C_2}{3} = \frac{32}{3}(n+3)$ 이 성립할 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 6$

해설

$${}_{n+3}C_3 = \frac{{}_{n+3}P_3}{3!} = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6},$$

$${}_{n+3}C_2 = \frac{{}_{n+3}P_2}{2!} = \frac{(n+2)(n+3)}{2},$$

${}_{n+3}C_3 + \frac{{}_{n+3}C_2}{3} = \frac{32}{3}(n+3)$ 에서

$$\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6} + \frac{(n+2)(n+3)}{6} = \frac{32}{3}(n+3)$$

양변에 $\frac{6}{n+3}$ 을 곱하여 정리하면

$n^2 + 4n - 60 = 0$, $(n-6)(n+10) = 0$

$\therefore n = 6$

22. 서로 다른 종류의 꽃 10송이를 3송이, 3송이, 4송이로 나누어 포장하는 방법의 수는?

① 1800 ② 2000 ③ 2100 ④ 2400 ⑤ 3200

해설

$${}_{10}C_3 \times {}_7C_3 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} = 2100$$

23. $x = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ 의 값은?

① $11 + 5\sqrt{3}$ ② $11 + 10\sqrt{3}$ ③ $22 + 5\sqrt{3}$

④ $22 + 10\sqrt{3}$ ⑤ $22 + 15\sqrt{3}$

해설

$x = 2 + \sqrt{3}$ 에서 $x - 2 = \sqrt{3}$

양변을 제곱하면

$x^2 - 4x + 4 = 3 \quad \therefore \quad x^2 - 4x + 1 = 0$

$x^3 - 2x^2 + 3x + 4$

$= (x + 2)(x^2 - 4x + 1) + 10x + 2$

$= 10x + 2$

$= 10(2 + \sqrt{3}) + 2$

$= 22 + 10\sqrt{3}$

24. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개층에서 설 수 있다고 한다. 이 때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

① 75600 ② 84400 ③ 92400

④ 124500 ⑤ 151200

해설

8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의

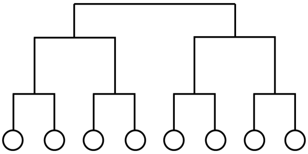
수는 ${}_8C_4 \times {}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_2 \times \frac{1}{2!}$ 이고,

이와 같이 3 개층에 내리게 되는 방법의 수는

${}_{10}\mathrm{P}_3$ 이다.

따라서 ${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$

25. 대한민국, 일본, 중국, 대만에서 대표 선수 2 명씩 총 8 명이 출전한 바둑대회가 열린다. 이 대회에서는 오른쪽 그림과 같은 대진표에 의해 토너먼트 방식으로 경기를 하여 우승팀을 가리기로 할 때, 같은 나라에서 출전한 선수끼리는 결승전 이외에는 만나지 않도록 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하여라. (단, 대진표에서의 위치와는 상관없이 시합하는 상대가 같은 대진표는 같은 것으로 한다.)

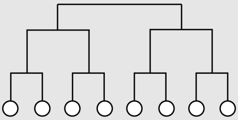


▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 72 가지

해설

대한민국의 대표선수를 각각 갑, 을이라 하면
대진표의 위치는 상관없으므로 갑, 을 두 선수를
다음 그림과 같이 배치해도 일반성을 잃지 않는다.



나머지 3 개국에서 갑과 같은 조에서 시합을 할
1 명씩을 뽑는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$(가지)
이 때, 갑과 같은 조에 속한 3 명 중 갑과 첫 시합을 할 사람을 택하는 경우의 수는
${}_3C_1 = 3$(가지) 이고, 나머지 두 명은 자동으로
서로 첫 시합 상대가 된다. 한편, 을과 같은 조에
속할 나머지 3 명의 선수들은 갑과 같은 조에
속한 3 명을 제외한 나머지 3 명으로 이 경우의
수는 1 가지이다. 이 때, 을과 같은 조에 속한
3 명 중 을과 첫 시합을 할 사람을 택하는 경우의
수는 ${}_3C_1 = 3$(가지) 이고, 나머지 두 명은
자동으로 서로 첫 시합 상대가 된다.
따라서, 구하는 대진표의 경우의 수는
$8 \times 3 \times 1 \times 3 = 72$(가지)