

1. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2 - 2x - 8 < 0$ 에서 $(x - 4)(x + 2) < 0$
 $\therefore -2 < x < 4$
 $b - a = 6$

2. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

부등식 $2x - 4 > 0$ 에서

$$x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

부등식 $2x^2 - 3x + 1 > 0$ 에서

$$(2x - 1)(x - 1) > 0$$

$$\therefore x > 1 \quad \text{또는} \quad x < \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$$\therefore x > 2$$

3. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-3 < x < 3$ ② $-3 < x \leq -2$ ③ $-3 < x \leq 2$
④ $-2 < x \leq 2$ ⑤ $-1 < x \leq -2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 9 < 0 & \dots (가) \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 & \dots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+3)(x-3) < 0$

$\therefore -3 < x < 3$

(나)에서 $(x+2)(x-4) \geq 0$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 4$

따라서 공통 범위를 구하면

$-3 < x \leq -2$

4. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

5. 이차부등식 $ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a < 0$

③ $a < 2$

④ $a < 4$

⑤ $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립하려면

i) $a < 0$

ii) $ax^2 + 4x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$$

$$a^2 - 4 > 0, (a + 2)(a - 2) > 0$$

$\therefore a < -2$ 또는 $a > 2$

i), ii)의 공통 범위를 구하면 $a < -2$

6. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$
- ② $-7 < x < -5$
- ③ $-7 < x < 5$
- ④ $5 < x < 7$
- ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로
 $(14x - 1)(10x - 1) < 0$, $140x^2 - 24x + 1 < 0$
 $-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$
 $\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots \textcircled{가}$
 $\textcircled{가}$ 를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면
 $-4x^2 - 48x - 140 < 0$
 $x^2 + 12x + 35 > 0, (x + 7)(x + 5) > 0$
 $\therefore x < -7$ 또는 $x > -5$

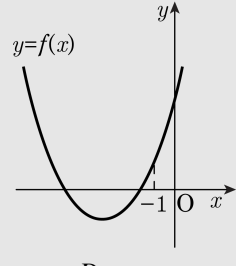
7. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면
방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{-2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

$$\text{이상에서 } -7 < k < -1$$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3개다.

8. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

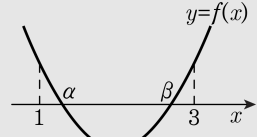
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a + 4)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

9. 좌표평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx + 1)$ 이 곡선 $y = -(x - 2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 0 ⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여
부등식 $2(kx + 1) > -(x - 2)^2 + 1 \cdots \textcircled{1}$
이 항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.
 $\textcircled{1}$ 식을 정리하면
 $x^2 + 2(k - 2)x + 5 > 0$
 $\textcircled{1}$ 식이 항상 성립하기 위하여
 $\frac{D}{4} = (k - 2)^2 - 5 < 0$
 $\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$
 $\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$
이 때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나
-1 은 속하지 않는다.

10. 두 부등식 $x^2 + 2x - 15 > 0$, $x^2 - x + k \leq 0$ 에 대하여 두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $3 < x \leq 6$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① -48 ② -30 ③ -18 ④ 12 ⑤ 24

해설

부등식 $x^2 + 2x - 15 > 0$ 에서
 $(x + 5)(x - 3) > 0$, $x > 3$ 또는 $x < -5$
부등식 $x^2 - x + k \leq 0$ 에 대하여
두 부등식의 공통범위가 $3 < x \leq 6$ 이므로
 $x^2 - x + k \leq 0$ 를 만족하는 범위는
 $-5 \leq x \leq 6$ $(x - 6)(x + 5) \leq 0$
 $x^2 - x - 30 \leq 0$
 $\therefore k = -30$